

Wie man beim Beachvolleyball öfter gewinnt

Susanne Hoffmeister Jörg Rambau Ronan Richter

November 8, 2021

1 Sport und Strategie

Die Auswahl eines erfolgversprechenden Matchplans spielt im Spitzensport eine immer größere Rolle. Mathematische Optimierung und Spieltheorie kann diese Auswahl fundiert unterstützen.

Dr. Susanne Hoffmeister, Prof. Dr. Jörg Rambau und Ronan Richter (M.Sc.) vom Lehrstuhl Wirtschaftsmathematik der Universität Bayreuth berichten über Forschungen des Lehrstuhls zur Sport-Strategie-Optimierung im Beach-Volleyball. Dies war Gegenstand des Dissertationsprojekts von Susanne Hoffmeister (mittlerweile tätig als Operations Research Scientist bei der InVision AG am Standort Leipzig), in dem zum ersten Mal optimale Spielstrategien für ein Beach-Volleyball-Finale abhängig von der konkreten Final-Paarung ermittelt wurden.

Olympia-Finale im Beach-Volleyball. Wir treffen zum ersten Mal in diesem Turnier auf das gegnerische Team. Sollen wir bei allen Ballwechselln volles Risiko gehen, oder dürfen wir auch auf den einen oder anderen unerzwungenen Fehler der anderen hoffen? Sollten beide in unserem Team gleich aggressiv spielen?

Ob man bei einem Sportspiel gewinnt (Fußball, Tennis, Darts, ...), hängt von den eigenen Fähigkeiten, den Fähigkeiten des gegnerischen Teams, dem Spiel-Glück, aber auch von der Qualität der strategischen und taktischen Entscheidungen ab. Laut den Olympiasiegern im Beach-Volleyball 2012 in London, Julius Brink und Jonas Reckermann, mit denen wir unmittelbar vor dem Verfassen dieses Beitrags gesprochen haben, ist ein auf das gegnerische Team zugeschnittener Matchplan eine zentrale Komponente, um die Gewinnchancen zu erhöhen. *Sportspiel-Strategieoptimierung* studiert Methoden, wie man Daten vergangener Spiele für das fundierte Aushecken eines Matchplans nutzbar machen kann. Solche Methoden kommen im Leistungssport in der letzten Dekade zunehmend als unterstützendes Instrument zum Einsatz.

2 Auf der Suche nach einer Erfolgsstrategie

Unser Ziel für diesen Beitrag ist es, zu erklären, was für eine Art von Information einem denn bei einer strategischen Entscheidung vor einem Match helfen könnte, wie man sie im Prinzip berechnen könnte und wie man daraus eine Erfolgsstrategie ablesen kann.

Eine nützliche Information kann z. B. so aussehen wie das Farbmuster in Tabelle 1. Wir nennen dieses Farbmuster in unserem Beitrag suggestiv unseren *Gewinnfahrplan*.

Wir können den Gewinnfahrplan ganz grob wie folgt interpretieren: Die Zeilen gehören zu unseren Strategien; die Spalten gehören zu den gegnerischen Strategien. Ein Farbfeld im Gewinnfahrplan gehört zu einer *Strategiekombination* aus einer Strategie für uns und einer gegnerischen Strategie. (Wir werden später noch auflösen, was die grau-weißen Muster zu bedeuten haben, die die Zeilen und

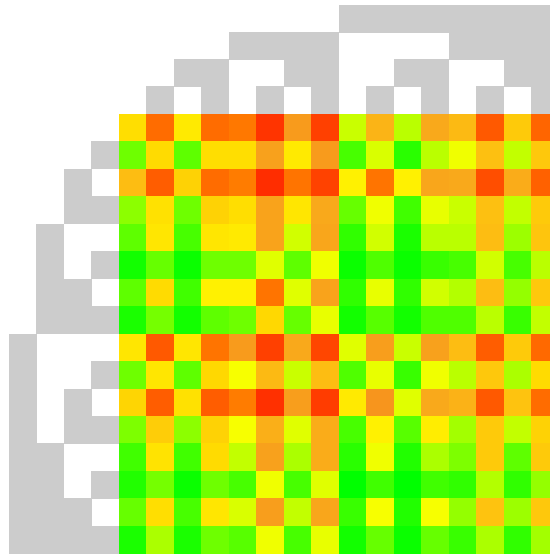


Table 1: Gewinnwahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit von Strategiekombinationen (Zeilen: unser Team; Spalten: gegnerisches Team). Von grün ("wir gewinnen sicher") über gelb ("fifty-fifty") bis rot ("wir verlieren sicher")

die Spalten kennzeichnen.) Wenn wir vorher wissen, welche Strategie das gegnerische Team spielen wird, dann suchen wir uns die Strategie zu der Zeile aus, die in der Spalte der gegnerischen Strategie am grünsten ist. Genau dann haben wir die Erfolgsstrategie, das heißt, die Strategie mit maximal möglicher Gewinnwahrscheinlichkeit, gegen die bekannte gegnerische Strategie gefunden. Man nennt diese Erfolgsstrategie auch eine "beste Antwort" auf die gegnerische Strategie. Wenn wir die gegnerische Strategie nicht vorher kennen, dann könnten wir uns zum Ziel setzen, im "schlimmsten" Fall immer noch am besten abzuschneiden. Das heißt, wir wählen die Strategie zu der Zeile aus, in der das am wenigsten grüne Feld immer noch am grünsten ist. Man nennt so einen Gewinnfahrplan in der Mathematik (statt Farben könnten da natürlich auch Zahlen stehen) ein *Zwei-Personen-Nullsummenspiel in strategischer Form*. Hat man den Gewinnfahrplan, so hat man wertvolle Informationen für einen Matchplan.

Woher kommt aber nun genau der konkrete Gewinnfahrplan in Tabelle 1? In einem Dissertationsprojekt am Lehrstuhl für Wirtschaftsmathematik der Universität Bayreuth wurde untersucht, wie man ein solchen Gewinnfahrplan für ein Beach-Volleyball-Finale aus Beobachtungen in den Vor-Final-Spielen berechnen kann. Susanne Hoffmeister, selbst im Handball und Triathlon-Sport auf hohem Niveau aktiv, hat sich in ihrer Dissertation dieser Frage systematisch gewidmet. Als Beispiel kam Tabelle 1 heraus. Es handelt sich um den Gewinnfahrplan für das Team Brink/Reckermann (Deutschland) gegen Alison/Emanuel (Brasilien) vor dem Olympia-Finale 2012 in London.

Wie kann man denn nun ein Sport-Spiel mit mathematischen Methoden beschreiben? Nehmen wir das angesprochene Beispiel Beach-Volleyball. Beach-Volleyball gehört zu den *Rückschlag-Ballsportarten*. Das bedeutet, dass zwei Teams, die sich auf verschiedenen Seiten des Netzes gegenüberstehen, *abwechselnd* in Ballbesitz sind. (Das ist z. B. beim Tennis auch so, beim Fußball aber nicht.) Das Team in Ballbesitz darf gemäß den Regeln einen Angriff mit maximal drei abwechselnden Ballkontakten spielen. Am Ende eines erfolgreichen Angriffs ist der Ball im Feld des gegnerischen Teams, das den Ball vor dem Bodenkontakt annehmen muss und dann seinerseits einen Angriff spielen kann. Ein nicht

erfolgreicher Angriff (meistens Ball im Aus oder Ball im Netz) führt zu einem Punkt für das gegnerische Team. Wir nennen das einen "direkten Punktverlust". Besonders erfolgreich ist ein Angriff, wenn das gegnerische Team die Ballannahme nicht mehr bewältigen kann. Wir nennen das einen "direkten Punktgewinn". Wenn der Ballwechsel weitergeht, benennen wir das mit "Ball im Spiel". Für eine Strategiekombination nennen wir die Wahrscheinlichkeiten für "direkte Punktgewinne", "direkte Punktverluste" und "Ball im Spiel" die *Erfolgsverteilung* der Strategiekombination.

Nehmen wir für einen Moment an, dass die Erfolgsverteilungen für alle möglichen Strategiekombinationen bekannt sind und sich während des Spiels nicht ändern. Dann kann man über die Theorie und Algorithmen der *Markovketten* für jede Strategiekombination berechnen, wie groß die Gewinnwahrscheinlichkeit für uns ist. Mit der Theorie der *Markovschen Entscheidungsprobleme* kann man sogar ohne Simulation eine Entscheidungsregel bestimmen, die einem direkt eine optimale Strategie gegen jede feste gegnerische Strategie angibt.

Allerdings stellten sich an dieser Stelle dem Projekt zwei Hürden in den Weg: Erstens ist es anzunehmen, dass die Teams in unterschiedlichen Match-Phasen unterschiedlich spielen, und das ist in unserem Grundmodell nicht abgebildet. Zum Beispiel berichtete Jonas Reckermann, dass sich das Schlagverhalten bei Teams bei engen Spielständen am Satzende oft ändert: Es werden z. B. häufig die "Lieblingsschläge angebracht oder auch ganz bewusst Schläge, die man zuvor im Satz nicht gemacht und man sich sozusagen aufgespart hat". Wenn die Spielweise abhängig vom Spielstand ist, dann ist es nicht ausgeschlossen (wenn auch nicht sicher), dass die Erfolgsverteilungen doch vom Spielstand abhängen. Zweitens sind die Erfolgsverteilungen nicht einfach so bekannt. Woher auch? Wenn man etwas gegen die erste Hürde unternimmt und die Erfolgsverteilungen spielstandabhängig macht, dann sind es ja noch mehr Wahrscheinlichkeiten, die man nicht kennt, und die zweite Hürde wird noch höher.

Das Projektteam entschied sich zunächst, einen Fortschritt bei der Überwindung der zweiten Hürde zu erzielen. (Wissenschaft geht nun einmal schrittweise vor, und man versucht eins nach dem anderen zu verstehen.) Wie kann man also an diese Erfolgsverteilungen gelangen? Es war schnell klar, dass eine direkte Schätzung über die relativen Häufigkeiten von Erfolgen und Misserfolgen im Turnierverlauf bis vor dem Finale problematisch ist. Denn: Die Wahrscheinlichkeit für einen "direkten Punktgewinn" hängt nicht nur von den Fähigkeiten des angreifenden Teams ab, sondern auch von denen des abwehrenden Teams. Aber was, wenn man gegen die Finalgegner bislang im Turnier noch gar nicht gespielt hat?

Hoffmeister hatte dazu folgende neue Idee: Die Erfolgsverteilung eines Angriffs wird zerlegt in die Skillverteilungen der beteiligten Einzelschläge (*Skill* ist neudeutsch für eine "Fertigkeit"). Eine Skillverteilung für einen Schlag gibt für alle Teammitglieder an, mit welchen Wahrscheinlichkeiten man den Schlag "genau wie geplant", "mit Abweichungen" oder "total verunglückt" ausführt. Führt man einen Schlag aus, so hängt die Skillverteilung dabei nur davon ab, mit welchem vorigen Schlag man in welcher Qualität konfrontiert wurde (dazu gehören sowohl gegnerische Angriffsschläge als auch Zuspiele aus dem eigenen Team) und welche Fähigkeiten man selbst für den gewählten Schlag hat. Welcher Schlag gewählt wird, hängt dann von der eigenen Strategie ab (z. B. Smash oder Shot). Auf diese Weise sollen die Erfolgsverteilungen, die von *Teampaarungen* abhängen, berechnet werden aus Verteilungen, die nur noch vom *ausführenden Individuum* abhängen.

Aber wie geht nun das? Die zweite neue Idee von Hoffmeister war es, die Erfolgsverteilungen über ein detailliertes Spielmodell eines Beach-Volleyball-Ballwechsels zu ermitteln. Und zwar, indem "digitale Zwillinge" mit genau den Skillverteilungen der echten beteiligten Personen in Computersimulationen eine riesige Anzahl von Beach-Volleyball-Ballwechselln bestreiten. Die Erfolgsverteilungen werden dann geschätzt aus der Anzahl der "direkten Punktgewinne", der "direkten Punktverluste" und der Vorkommen von "Ball im Spiel" in diesen digitalen Ballwechselln.

Bleibt die Frage, wie man an die Skillverteilungen kommt. Auch das sind eine Menge Wahrscheinlichkeiten, die geschätzt werden müssen aus vorigen Spielen. Der Vorteil ist, dass wir nun jedes Match

für die Schätzung heranziehen können, egal gegen wen. Für das eigene Team könnte man sogar entsprechende Testreihen im Training in großer Zahl auswerten. Da Letzteres für das Projektteam aber natürlich nicht möglich war, mussten Video-Analysen herhalten. Dies erforderte die langwierige Auswertung der Videoaufnahmen aller Spiele von Brink/Reckermann und von Alison/Emanuel im olympischen Turnier bis zum Finale.

3 Olympia 2012

Wir haben ja versprochen, noch die merkwürdigen Strategiebezeichnungen aus dem Gewinnfahrplan in Tabelle 1 aufzulösen. Es handelt sich um die 16 Kombinationen aus folgenden Einzelstrategien (weiß = "nein", grau = "ja"):

1. Spieler 1 geht volles Risiko beim Aufschlag, im Wesentlichen charakterisiert durch *Jump Serves* (sehr harte Sprungaufschläge mit Anlauf), die nahe an den Spielfeldrand platziert werden, im Gegensatz zu (*Jump*) *Float Serves* (eher flatternde Aufschläge), bei denen eher die Spielfeldmitte anvisiert wird.
2. Spieler 1 geht volles Risiko beim Feldangriff, im Wesentlichen charakterisiert durch *Smashes* (sehr harte Schmetterbälle, meist longline oder diagonal eng an die seitliche Außenlinie oder auf die "Sechs" an der hinteren Außenlinie platziert) im Gegensatz zu *Shots* (im Bogen über den Block in eine verlassene Platzecke platziert).
3. Spieler 2 geht volles Risiko beim Aufschlag (analog zu Spieler 1)
4. Spieler 2 geht volles Risiko beim Feldangriff (analog zu Spieler 1).

Wir können uns nun in die Lage von vor dem Finale zurückversetzen, denn der Gewinnfahrplan entstand aus Daten, die allesamt vor dem Finale verfügbar waren.

Wenn beide Teams im Finale die gleichen Strategien gespielt hätten wie im Durchschnitt im Turnierverlauf bis vor dem Finale, so wäre nach unseren Auswertungen die Gewinnwahrscheinlichkeit nahe 50 % gewesen. Der spannende Verlauf des tatsächlichen Finales spricht jedenfalls nicht dagegen. Es gilt noch heute als eine Werbung für den Beach-Volleyball-Sport.

Was aber hätte unser Gewinnfahrplan dem Team Brink/Reckermann damals vorgeschlagen, um mit möglichst großer Wahrscheinlichkeit zu gewinnen? Hier nochmal das Muster:

Wir sind – grob gesprochen – auf der Suche nach einer besonders grünen Zeile. Es ist interessant, wie sensibel das menschliche Auge auf Farbunterschiede reagiert. Wir sehen auf einen Blick, dass die geraden Zeilen 2, 4, 6, ... allesamt deutlich grüner sind als die ungeraden Zeilen 1, 3, 5, ... Das deutet darauf hin, dass Spieler 2 im deutschen Team (Reckermann) auf jeden Fall volles Risiko im Feld spielen sollte. Und zwar unabhängig von der Strategie des brasilianischen Teams. Ganz ähnlich verhält es sich mit den Feldangriffen von Julius Brink, auch wenn er nach der Aussage von Jonas Reckermann ein Top-Shot-Spieler ist. Auch ihm hätte der Gewinnfahrplan empfohlen, beim Angriffsschlag volles Risiko zu spielen, da die Zeilen 5, 6, 7, 8 und 13, 14, 15, 16 grüner als die anderen Zeilen sind.

Für die Aufschläge sieht es anders aus. Ob dieser Schlag mit mehr oder weniger Risiko ausgeführt wird, macht nach dem Gewinnfahrplan für das deutsche Team keinen sichtbaren Unterschied. Für Spieler 1 (Brink) sieht man das beispielsweise daran, dass die Zeilen 1 bis 8 den Zeilen 9 bis 16 sehr ähnlich sind.

Das ist nicht prinzipiell unplausibel: Jump-Float-Aufschläge, die bei uns als weniger riskant eingestuft werden als z. B. superharte Jump-Topspin-Aufschläge, sind bei der Annahme zuweilen auch unangenehm zu verarbeiten, vor allem z. B. bei Wind. Man muss mit dem Jump-Topspin schon viele direkte Punkte erzielen oder schlechte Angriffe provozieren, damit sich das Risiko in der Endabrechnung lohnt.

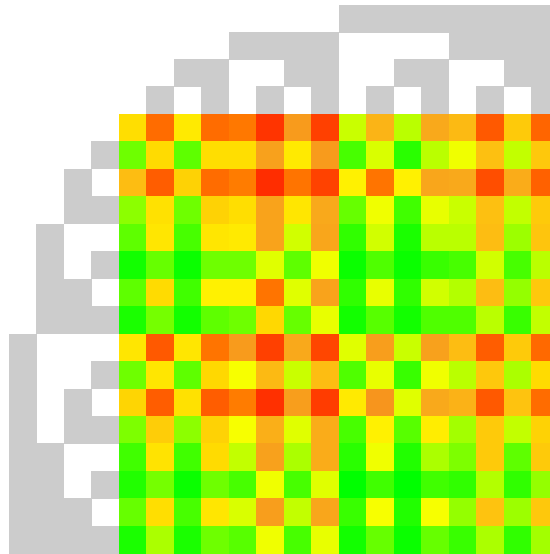


Table 2: Wo ist die "grünste" Zeile im Gewinnfahrplan?

Wir sehen insgesamt, dass die vier Zeilen 6, 8, 14, 16 optisch schon sehr "grün" aussehen. Nimmt man noch das Prinzip der mathematischen Spieltheorie mit ins Kalkül, nach dem man davon ausgeht, dass das gegnerische Team die beste Strategie gegen uns wählen könnte, dann sollten wir noch auf das am wenigsten grüne Feld in diesen Zeilen schauen. Und da fällt auf, dass bei der besten Antwort der Brasilianer (Spalte 6) die 8. Zeile nachteilig herausfällt, weil die entsprechende Gewinnwahrscheinlichkeit der Strategiekombination (GER 8, BRA 6) orange ist, also kleiner als 50%. In den anderen Zeilen erreichen wir im Wesentlichen gelb (50%) gegen die beste Antwort. Das heißt übersetzt, dass es etwas schlechter ist, wenn Spieler 1 (Brink) nicht volles Aufschlagrisiko geht, während Spieler 2 (Reckermann) das aber doch tut. Wir geraten bei den Farbunterschieden hier aber so langsam in den Bereich der Schätzfehler.

Auffallend ist noch, dass unsere Zahlen für Brasilien bessere Chancen prognostizieren, wenn Alison beim Aufschlag nicht volles Risiko (also eher Float Serves) spielt: Die Spalten 14 und 16 erreichen (im Gegensatz zu den Spalten 6 und 8) gegen die besten deutschen Strategien sichtbar keine 50% Gewinnwahrscheinlichkeit (das am wenigsten grüne Feld ist immer noch grün).

Wenn man annimmt, dass Deutschland mit der Strategie spielt, deren am wenigsten grünes Feld noch am grünsten ist, und Brasilien mit der Strategie spielt, deren grünstes Feld am wenigsten grün ist, dann erhalten wir eine Gewinnwahrscheinlichkeit, die entsteht, wenn beide ihre Strategien so wählen, dass sie einseitig davon nicht abweichen würden. So eine Strategie-Kombination heißt *reines Nash-Gleichgewicht*, nach dem "Erfinder" der nicht-kooperativen Spieltheorie John Nash (eine Hollywood-Fassung seiner Lebensgeschichte zeigt der Film "A Beautiful Mind"). Ein reines Nash-Gleichgewicht muss es nicht immer geben. Wenn man die Strategien "mischt" (man spielt jede reine Strategie dann mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit), dann gibt es die schon. Man spricht dann von einem *gemischten Nash-Gleichgewicht*. In unserem Gewinnfahrplan sind alle in Frage kommenden Felder gelb (50%). Das sind (GER 6, BRA 6), (GER 14, BRA 6) und (GER 16, BRA 6), und das verspricht ein spannendes Finale mit offenem Ausgang, was es am Ende ja auch geworden ist. Vielleicht war es ein kleiner Vorteil für das deutsche Team, mehr verschiedene Spielweisen mit ähnlichen Gewinnwahrscheinlichkeiten zur Verfügung haben.

Man sieht am Gewinnfahrplan sehr eindrücklich, dass auf dem hohen Niveau beide Teams vom Risiko im Feldangriff am meisten profitieren. Jedes Team hätte mit einer risikobereiten Strategie gegen eine risikoärmere Strategie des jeweils anderen Teams fast sichere Gewinnaussichten gehabt. Gegen die Top-Teams ist Zurückhaltung offenbar keine Option.

Aber Vorsicht: allgemeine, für *alle* Beach-Volleyball-Matches geltende Regeln kann man aus *unseren* Daten ohne Zusatzwissen *nicht* ableiten: Die Abhängigkeit der Schlussfolgerungen von den Fähigkeiten der Teams, die aufeinander treffen, ist ja gerade das Neue am Ansatz. Es hängt alles von den Details ab, insbesondere von den Skillverteilungen, also wie gut die einen auf die eine oder andere Art aufschlagen oder angreifen und wie gut die anderen die entsprechenden Schlagarten annehmen oder blocken. Für ein anderes Finale mit anderen Teams könnten die Schlussfolgerungen andere sein. Um allgemeine Regeln aus Daten abzuleiten, würde man andere Methoden benutzen.

Detailliertere Untersuchungen zu der Abhängigkeit von den Skillverteilungen ergaben, dass man die aggressiven Schläge mit sehr hoher Konstanz ausführen muss, um etwas davon zu haben. Einen Smash z. B. sollte man schon mit um die 90 % Gelingwahrscheinlichkeit können, damit sich das Risiko lohnt. Wir konnten das bei den deutschen Hochschulmeisterschaften 2016 im Beach-Volleyball an der Universität Bayreuth aus dem Publikum heraus beobachten: In einigen Partien auf mittlerem Niveau konnten sich oft die Teams durchsetzen, die sehr konsequent mit viel Übersicht Shots in verlassene Platzen gezielt haben, anstelle ständig Smashes aus eigentlich unzureichender Sprunghöhe zu versuchen (was aber natürlich viel Spaß macht).

Die Grenzen unseres Modells kann man deutlich sehen, wenn man die Skillauswertung des Finales zur Berechnung der Gewinnwahrscheinlichkeiten mitverwendet. Damit ergaben sich durch die Bank trotz des Finalsiegs deutlich niedrigere Gewinnwahrscheinlichkeiten für Brink/Reckermann, so als hätten sich die Brasilianer im Finale steigern können. Jonas Reckermann konnte einen anderen möglichen Grund für die Veränderung benennen: Alison/Emanuel hatten im Finale in der Gesamtzählung einen Punkt mehr erzielt, weil sie sich den zweiten Satz sehr deutlich holen konnten. Bei einem schwer einholbaren Vorsprung in einem Satz auf Top-Niveau legt das zurückliegende Team schonmal nicht alle Skills auf den Tisch und schenkt evtl. sogar mal einen Satz ab – und die in so einer Phase beobachteten Skills sind dann nicht mehr repräsentativ für andere Spielphasen. Bei uns zählen diese Beobachtungen aber genau wie alle anderen. Unter anderem liegt da also Verbesserungspotenzial.

Wir sehen, dass mathematische Modelle eigentlich nie fertig sind. Immer stellt man fest, dass man etwas bislang nicht auf der Rechnung hatte. Nur im Gespräch mit Fachleuten kann man den wichtigsten Auslassungen auf die Spur kommen. Der Austausch zwischen Mathematik und Anwendung ist daher einer der wichtigsten Erfolgsfaktoren in der anwendungsorientierte Mathematik-Forschung.

Wir danken sehr herzlich Julius Brink und Jonas Reckermann für Ihr Interesse an unserem Projekt und das überaus interessante Gespräch – und natürlich immer noch für das grandiose olympische Finale 2012!