

# Validierung der freien Finite-Elemente-Analyse-Software Z88Aurora anhand der NAFEMS-Benchmarks

**Stefan Hautsch, Bettina Alber-Laukant, Frank Rieg**

Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD, Universität Bayreuth

Universitätsstraße 30, 95447 Bayreuth

Email: stefan.hautsch@uni-bayreuth.de; Internet: <http://www.lscad.de>

**Inhalt:** *Z88Aurora ist ein in Deutschland entwickeltes und für wissenschaftlichen und kommerziellen Gebrauch kostenlos erhältliches Finite-Elemente-Analyse-Programm. Zur Validierung der genannten FEA-Software werden die NAFEMS-Benchmarks eingesetzt. Hierbei werden alle Tests durchgeführt, die durch die von der Software Z88Aurora gebotenen Randbedingungsdefinitionen, Finite-Element-Typen und Berechnungsmodi möglich sind. Bei der Auswertung werden zusätzlich die Benchmark-Ergebnisse einer kommerziellen State of the Art Software zum Vergleich herangezogen. Sobald die Vorgaben der Benchmarks vollständig umgesetzt werden können, liefert die kostenlose Simulationssoftware sehr geringe Abweichungen zum analytischen Wert. Es zeigt sich, dass die freie Software Z88Aurora bei diesen Benchmark-Tests zur kommerziellen State of the Art Software ebenbürtig ist.*

**Abstract:** *The finite element analysis application Z88Aurora was developed in Germany and is completely free for academic and commercial use. For validation of the mentioned free FEA software, the NAFEMS benchmarks are utilized. Here all tests – with regard to the offered possibilities for definition of boundary conditions, finite element types and computation modes – are performed. In addition, the benchmark results of a commercial state-of-the-art software are considered for comparison. As soon as the entire standards of the benchmark can be implemented, the free simulation software shows very low deviations to the analytical calculated values. It becomes apparent that the free software Z88Aurora and the commercial state-of-the-art software are on a par.*

**Stichwörter:** NAFEMS, Benchmark, Z88Aurora, kostenlos, FEA, FEM

**Keywords:** NAFEMS, benchmark, Z88Aurora, freeware, FEA, FEM

## 1 Einleitung und Motivation

Die Produktentwicklung steht im globalen Zeitalter unter großem Termin- und Kostendruck, um im internationalen Konkurrenzkampf einen Wettbewerbsvorteil zu erarbeiten. Dies gilt sowohl für Großunternehmen als auch zunehmend für mittlere und vor allem kleine Unternehmen. Um dieses Ziel zu erreichen, ist der Einsatz von innovativen Simulationswerkzeugen Pflicht, welche wiederum ein nicht zu unterschätzender Kostenfaktor sein können. Dem entgegen wirkt Z88Aurora – ein Freeware-Finite-

Elemente-Analyse-Programm (FEA-Programm), welches im Jahr 2008 vom Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD an der Universität Bayreuth unter Leitung von Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg veröffentlicht wurde und kontinuierlich erweitert und verbessert wird [1]. Die aktuellste Version Z88Aurora V3 ist neben dem privaten und wissenschaftlichen Gebrauch auch für die kostenlose kommerzielle Nutzung in Unternehmen freigegeben, was sie besonders interessant für den produktiven Einsatz in der Industrie macht. Es stellt sich nun die Frage nach der Leistungsfähigkeit und Ergebnislösung, welche im Rahmen dieser Veröffentlichung untersucht wird.

Um die Analyse und den Vergleich mit anderen Softwarelösungen zu erleichtern, wurden Benchmark-Tests für FEA-Programme von der *National Agency for Finite Element Methods and Standards (NAFEMS)* veröffentlicht, mit welchen die Programme getestet und im Anschluss einer kontinuierlichen Qualitätskontrolle unterzogen werden können [2].

## 2 Benchmarks und Auswertung

Aufbauend auf einer Auswahl der von NAFEMS veröffentlichten Benchmarks (vgl. [3-6]) wurden insgesamt 13 Tests herangezogen und die Finite-Elemente-Modelle mit Z88Aurora V3 nach Vorgabe aufgebaut sowie berechnet – teilweise mussten jedoch andere Finite-Element-Typen verwendet werden. Weitere Benchmarks wurden nicht berücksichtigt, da entweder die geforderte Berechnungsart nicht unterstützt wird (z. B. angeregte Schwingung), der geforderte Elementtyp für die Berechnungsart nicht vorhanden ist (z. B. Balkenelemente für Eigenschwingungsanalyse) oder die Art der Randbedingungsaufgabe nicht vorgesehen ist (z. B. radiale Randbedingungen). Die Ergebnisse dieser Berechnungen werden im Folgenden präsentiert und abschließend bewertet sowie mit den Ergebnissen von Abaqus v6.14-3 [8] verglichen.

Die in den Benchmarks gegebenen Zielgrößen variieren von Fall zu Fall, befinden sich jedoch immer an den Finite-Elemente-Knoten. An diesen FE-Knoten berechnet Z88Aurora allerdings nur die Verschiebungen. Spannungen sowie Vergleichsspannung werden an den Gaußpunkten berechnet und dazu die gemittelte Vergleichsspannung an den Elementen und den Knoten angezeigt. In einigen Fällen wurde ein gewichtetes Mittel bestehend aus den nächsten 20 (Top20), zehn (Top10) bzw. vier (Top4) Gaußpunkten berechnet oder die Werte des nächsten Gaußpunkts (NGP) angegeben, um die geforderten Ergebnisse gut abzubilden. Dies liegt darin begründet, dass die gegebenen

Spannungen am Auswertepunkt zu den berechneten Spannungen am Gaußpunkt umso mehr abweichen, je weiter der Gaußpunkt entfernt liegt.

Im Folgenden wird auf eine detaillierte Beschreibung der Benchmarks verzichtet, diese ist in der gegebenen Literatur nachzulesen.

## 2.1 LE1 – Elliptische Membran [3]

Der Benchmark wurde mit den Z88-Elementen Scheibe Nr. 7 und Scheibe Nr. 11 vernetzt. Neben den vorgegebenen Netzen wurde für das Element Nr. 7 zusätzlich ein Netz aus 16x24 Elementen (Mesh3) erstellt. Berechnungen mit dem Element Scheibe Nr. 14 wurden nicht durchgeführt, da laut Z88-Handbuch die Berechnungen mit Element Nr. 7 prinzipbedingt genauer sind und dieses deshalb gegenüber der krummlinigen Dreiecksscheibe Nr. 14 bevorzugt verwendet werden sollte [7].

Tabelle 1: Ergebnisse Benchmark LE1

Zielwert: <b>92,7 MPa</b>	$\sigma_{yy}$ in MPa			Abweichung
	Top10	Top4	NGP	
Element 7 / Mesh 1	40,68	53,66	<b>73,58</b>	-20,6 %
Element 7 / Mesh 2	59,95	68,41	<b>83,25</b>	-10,2 %
Element 7 / Mesh 3	82,97	87,20	<b>92,30</b>	-0,4 %
Element 11 / Mesh 1	41,48	54,31	<b>74,98</b>	-19,1 %
Element 11 / Mesh 2	59,96	68,43	<b>83,34</b>	-10,1 %

## 2.2 LE3 – Halbkugelige Schale mit Punktladungen [3]

Bei der Vernetzung wurden neben den Vorgaben des Benchmarks LE3, welcher zum einen ein grobes Netz (Mesh 1/Coarse) und zum anderen ein feines Netz (Mesh 2/Fine) vorsieht, noch feinere Netze mit 192 (Mesh 3), 432 (Mesh 4) und 1728 (Mesh 5) Elementen erstellt. Die Berechnung wurde mit dem Z88-Element Schale Nr. 21 durchgeführt.

Tabelle 2: Ergebnisse Benchmark LE3

Zielwert: <b>185 mm</b>	$u_x$ (in mm)					Abweichung
	Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3	Mesh 4	Mesh 5	
Element 21	2,57	32,00	142,29	174,22	<b>183,99</b>	-0,5%

### 2.3 LE5 – Kragbalken mit Z-Profil [3]

Neben der vorgegebenen Vernetzung (Mesh 1) wurden noch Berechnungen mit 32x12 (Mesh 2) und mit 64x24 Elementen (Mesh 3) durchgeführt.

Tabelle 3: Ergebnisse Benchmark LE5

Zielwert: <b>108 MPa</b>	$\sigma_{xx}$ in MPa			Abweichung
	Top20	Top10	Top4	
Element 21 / Mesh 1	-45,85	-54,99	<b>-65,40</b>	-39,45 %
Element 21 / Mesh 2	-96,62	-100,26	<b>-104,20</b>	-3,52 %
Element 21 / Mesh 3	-103,00	-103,52	<b>-102,17</b>	-4,15 %

### 2.4 LE6 – Rautenförmige Platte unter normalem Druck [3]

Neben den vorgegebenen Vernetzungen Coarse (Mesh1) und Fine (Mesh 2) wurden noch Berechnungen mit 8x8 (Mesh 3) und 32x32 Elementen (Mesh 4) durchgeführt. Die Netze wurden mit den Z88-Plattenelementen Nr. 19 und Nr. 20 erstellt.

Tabelle 4: Ergebnisse Benchmark LE6

Zielwert: <b>0,802 MPa</b>	$\sigma_v$ in Mpa (nach Rankine / Normalspannungshypothese)				Abweichung
	Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3	Mesh 4	
Element 20	0,4131	0,6017	0,7015	<b>0,7805</b>	-3 %
Element 19	0,6404	0,7177	0,7736	<b>0,8181</b>	2 %

### 2.5 LE7 – Achsensymmetrischer Zylinder [3]

Der Benchmark LE7 wurde mit den Elementen Torus Nr. 8 und Torus Nr. 12 sowie mit den zwei von NAFEMS vorgegebenen Vernetzungen Coarse (Mesh 1) und Fine (Mesh 2) durchgeführt.

Tabelle 5: Ergebnisse Benchmark LE7

Zielwert: <b>25,86 MPa</b>	$\sigma_{zz}$ in MPa			Abweichung
	Top20	Top10	Top4	
Element 8 / Mesh 1	<b>24,99</b>	25,57	27,94	-3,37 %
Element 8 / Mesh 2	<b>25,64</b>	27,60	28,40	-0,87 %
Element 12 / Mesh 1	<b>24,71</b>	25,23	27,35	-4,43
Element 12 / Mesh 2	<b>26,28</b>	29,70	31,26	1,63 %

## 2.6 LE8 – Achsensymmetrische Schale [3]

Die Berechnungen wurden mit den vorgegebenen Vernetzungen Coarse (Mesh 1) und Fine (Mesh 2) durchgeführt. Zur Berechnung eines druckbelasteten Torus in Z88Aurora V3 musste die Aufstellung des Lastvektors bzw. die Elementroutine [1] angepasst werden. Hierbei wird der Druck automatisch mit dem jeweiligen Umfang und den Knotenabständen in Knotenkräfte umgerechnet.

Tabelle 6: Ergebnisse Benchmark LE8

Zielwert: <b>94,55 MPa</b>	$\sigma_{TE}$ in MPa			Abweichung
	Top10	Top4	NGP	
Element 8 / Mesh 1	58,88	75,93	<b>86,74</b>	-8,3 %
Element 8 / Mesh 2	69,34	88,95	<b>91,43</b>	-3,3 %
Element 12 / Mesh 1	58,58	76,73	<b>90,23</b>	-4,6 %
Element 12 / Mesh 2	68,83	90,35	<b>92,50</b>	-2,2 %

## 2.7 LE9 – Achsensymmetrische, verzweigte Schale [3]

Die Berechnungen wurden mit den Elementen Torus Nr. 8 und Torus Nr. 12 und den vorgegebenen Vernetzungen Coarse (Mesh 1) und Fine (Mesh 2) durchgeführt. Für das Element Nr. 8 wurde zusätzlich eine Analyse mit feinerem Netz (Mesh 3) durchgeführt.

Tabelle 7: Ergebnisse Benchmark LE9

Zielwert: <b>-319,9 MPa</b>	$\sigma_{zz}$ in MPa			Abweichung
	Top10	Top4	NGP	
Element 8 / Mesh 1	-75,13	-164,30	<b>-217,50</b>	-32,0 %
Element 8 / Mesh 2	-107,96	-203,03	<b>-249,80</b>	-21,9 %
Element 8 / Mesh 3	-251,14	-269,95	<b>-290,60</b>	-9,2 %
Element 12 / Mesh 1	-78,37	-177,98	<b>-247,90</b>	-22,5 %
Element 12 / Mesh 2	-109,86	-202,50	<b>-257,10</b>	-19,6 %

## 2.8 LE10 – Dicke Platte [3]

Zusätzlich zu den Standardvernetzungen wurden für die Elemente Hexaeder Nr. 1 bzw. Nr. 10 sowie für Tetraeder Nr. 17 und Nr. 16 auch Netze mit 12x8x4 (Mesh3), 24x16x4 (Mesh4) und 96x32x8 Elementen (Mesh5) erstellt.

Tabelle 8: Ergebnisse Benchmark LE10

Zielwert: <b>5,38 MPa</b>	$\sigma_{yy}$ in MPa			Abweichung
	Top20	Top10	Top4	
Element 1 / Mesh 1	0,71	1,08	<b>1,51</b>	-72,0 %
Element 1 / Mesh 2	1,83	2,37	<b>2,80</b>	-47,9 %
Element 1 / Mesh 3	3,37	3,76	<b>4,10</b>	-23,8 %
Element 1 / Mesh 4	4,07	4,32	<b>4,55</b>	-15,4 %
Element 1 / Mesh 5	4,96	5,06	<b>5,19</b>	-3,6 %
Element 10 / Mesh 1	2,05	2,69	<b>3,57</b>	-33,7 %
Element 10 / Mesh 2	3,23	3,60	<b>4,04</b>	-24,8 %
Element 10 / Mesh 3	4,17	4,41	<b>4,68</b>	-13,0 %
Element 10 / Mesh 4	4,85	4,93	<b>5,10</b>	-5,2 %
Element 16 / Mesh 1	0,85	1,07	<b>1,82</b>	-66,1 %
Element 16 / Mesh 2	2,05	2,78	<b>3,21</b>	-40,3 %
Element 16 / Mesh 3	3,27	3,63	<b>3,99</b>	-25,8 %
Element 16 / Mesh 4	4,48	4,75	<b>5,14</b>	-4,4 %
Element 17 / Mesh 1	0,42	0,57	<b>0,75</b>	-86,1 %
Element 17 / Mesh 2	0,83	1,20	<b>1,26</b>	-76,5 %
Element 17 / Mesh 3	2,57	2,93	<b>3,10</b>	-42,4 %
Element 17 / Mesh 4	4,19	4,42	<b>4,49</b>	-16,5 %

## 2.9 Test 9(i) [5]

Die Berechnungen wurden mit den vorgegebenen Vernetzungen sowie den Z88-Elementen Hexaeder Nr. 1 und Hexaeder Nr. 10 durchgeführt.

Tabelle 9: Ergebnisse Benchmark Test 9(i)

Zielwert: <b>260.50 °C</b>	$T_{E1}$	Abweichung	$T_{E10}$	Abweichung
Mesh 1	333,33 °C	28,0%	179,92 °C	-30,9%
Mesh 2	269,15 °C	3,3%	257,19 °C	-1,3%

## 2.10 FV5 – Gelenkig gelagerter Balken [3]

Der Benchmark wurde mit den Elementen Hexaeder Nr. 1 und Nr. 10 (*NAFEMS*-Vorgabe: 3D-Balkenelement) sowie der vorgegebenen Vernetzung durchgeführt. Trotz der unterschiedlichen Elemente stimmen die Modi im optischen Vergleich sehr gut überein, weshalb der Benchmark zur Bewertung zugelassen wurde.

Tabelle 10: Ergebnisse Benchmark FV5

	Zielwert	$f_{E1}$ (in Hz)	Abweichung	$f_{E10}$ (in Hz)	Abweichung
Mode 1 & 2	42,649 Hz	75,566	77 %	62,341	46 %
Mode 3	77,542 Hz	88,049	14 %	100,243	29 %
Mode 4	125,000 Hz	126,826	1 %	125,001	0 %
Mode 5 & 6	148,310 Hz	167,365	13 %	166,484	12 %
Mode 7	233,100 Hz	197,187	-15 %	195,171	-16 %
Mode 8 & 9	284,550 Hz	270,988	-5 %	272,374	-4 %

### 2.11 FV32 – Kegelstumpfartiger Kragbalken [3]

Der Benchmark wurde mit den Elementen Hexaeder Nr. 1 bzw. Nr. 10 (*NAFEMS*-Vorgabe: isoparametrische Membranelemente) und den vorgegebenen Vernetzungen berechnet. Analog zum Benchmark FV5 stimmen die Modi trotz der anderen Elementwahl sehr gut überein, weshalb der Benchmark Berücksichtigung findet.

Tabelle 11: Ergebnisse Benchmark FV32

		$f_{E1}$ (in Hz)	Abweichung	$f_{E10}$ (in Hz)	Abweichung
Mode 1	Mesh 1	42,764	-4 %	41,923	-6 %
Zielwert: 44,623 Hz	Mesh 2	42,491	-5 %	42,241	-5 %
Mode 2	Mesh 1	136,873	5 %	133,360	3 %
Zielwert: 130,030 Hz	Mesh 2	136,386	5 %	135,217	4 %
Mode 3	Mesh 1	155,298	-5 %	154,927	-5 %
Zielwert: 162,700 Hz	Mesh 2	155,686	-4 %	155,409	-4 %
Mode 4	Mesh 1	264,532	8 %	257,081	4 %
Zielwert: 246,050 Hz	Mesh 2	266,262	8 %	260,043	6 %
Mode 5	Mesh 1	394,775	4 %	383,400	1 %
Zielwert: 379,900 Hz	Mesh 2	404,108	6 %	397,431	5 %
Mode 6	Mesh 1	390,955	0 %	386,359	-1 %
Zielwert: 391,440 Hz	Mesh 2	395,732	1 %	391,997	0 %

### 2.12 FV52 – Gelenkig gelagerte quadratische Platte [3]

Für den Benchmark wurden die Elemente Hexaeder Nr. 1 bzw. Nr. 10 und die vorgegebenen Vernetzungen verwendet.

Tabelle 12: Ergebnisse Benchmark FV52

		$f_{E1}$ (in Hz)	Abweichung	$f_{E10}$ (in Hz)	Abweichung
Mode 1	Mesh 1	64,569	41 %	44,456	-3 %
Soll: 45,897 Hz	Mesh 2	50,311	10 %	43,637	-5 %
Mode 2	Mesh 1	159,305	46 %	107,618	-2 %
Soll: 109,440 Hz	Mesh 2	124,387	14 %	104,983	-4 %
Mode 3	Mesh 1	192,535	15 %	160,701	-4 %
Soll: 167,890 Hz	Mesh 2	175,818	5 %	157,095	-6 %
Mode 4	Mesh 1	193,913	0 %	193,494	0 %
Soll: 193,590 Hz	Mesh 2	193,786	0 %	193,462	0 %
Mode 5	Mesh 1	n. v.	-	199,952	-
Soll: n. v.	Mesh 2	237.788	-	196,526	-
Mode 6	Mesh 1	187,676	-9	184,063	-11
Soll: 206,190 Hz	Mesh 2	201,143	-2	200,690	-3
Mode 7	Mesh 1	211,021	-	210,135	-
Soll: n. v.	Mesh 2	216,399	-	228,198	-

### 2.13 Test NL 3.4 [6]

Der Benchmark wurde mit einem Netz aus den Z88-Elementen Hexaeder Nr.1 bzw. Nr.10 berechnet. In Bild 1 sind die prozentualen Abweichungen vom Zielwert dargestellt.

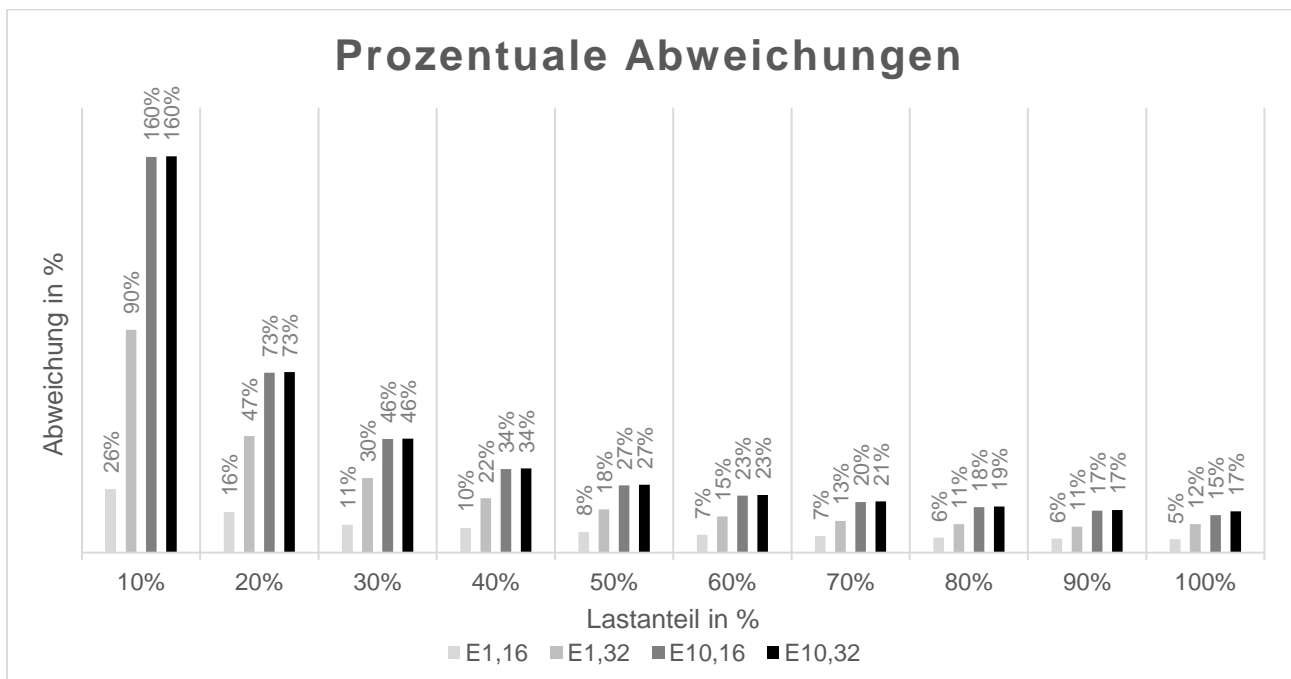


Bild 1: Ergebnisse Benchmark Test NL 3.4



### 3 Zusammenfassung und Ausblick

In Bild 2 sind die Abweichungen von den *NAFEMS*-Zielwerten, die bei der Berechnung des jeweiligen Benchmarks mit Z88Aurora V3 und mit Abaqus/Standard v6.14-3 nach [8] erreicht wurden, dargestellt. Bei der Betrachtungen der Abweichungen von Z88Aurora V3 ist deutlich zu erkennen, dass die Volatilität unter 10% liegt. Hierfür wurde die Vernetzung meist weiter verfeinert, als es der *NAFEMS* Benchmark fordert, da Z88Aurora bei der Detailbetrachtung der einzelnen Benchmarks deutlich von einer steigenden Netzfeinheit profitiert. So kann im Vergleich zu Abaqus/Standard eine ähnliche bzw. teilweise sogar eine höhere Genauigkeit erreicht werden. Nachteile in der Berechnungsgeschwindigkeit können mit Z88Aurora durch eine Parallelisierung egalisiert werden, wobei steigende Lizenzanforderungen wie bei der Mehrkern-Berechnung mit kommerziellen Systemen natürlich nicht anfallen.

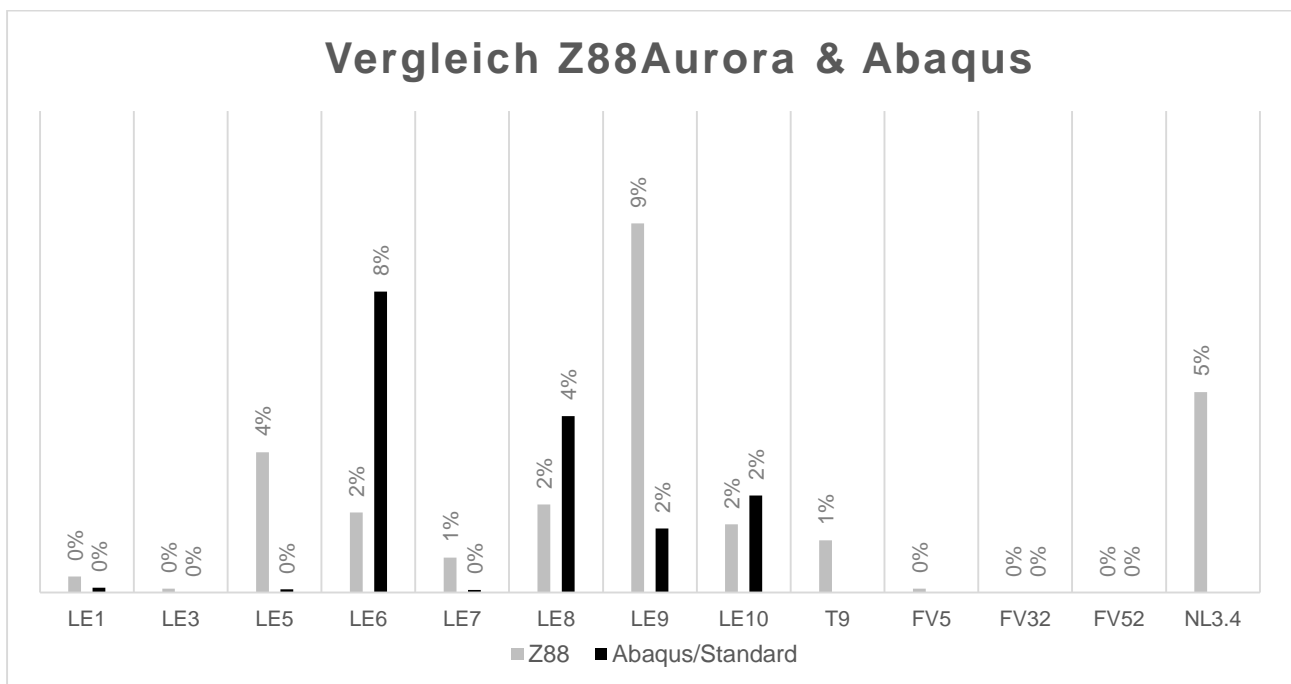


Bild 2: Zusammenfassung der durchgeführten Benchmarks und Vergleich mit Abaqus

Vor allem bei Benchmark LE9 muss erwähnt werden, dass die Ermittlung der Knotenkräfte aus dem Druck stark von der Netzfeinheit abhängig ist, da zur überschlägigen Berechnung der Fläche jeweils der mittlere Radius verwendet wird, welcher bei großen Knotenabständen natürlich nicht die Realität widerspiegeln kann. Bei feinerer Vernetzung wären also auch bei Benchmark LE9 bessere Resultate erzielbar.

Ein weiterer Ansatz zur Verbesserung der Ergebnisse liegt in der Auswertemethode. Für diese Veröffentlichung wurden jeweils die Werte am nächsten Gaußpunkt oder den umliegenden Gaußpunkten verwendet. Wie im Vorfeld erwähnt, wurden die NAFEMS-Zielwerte meist an der Element- bzw. Bauteiloberfläche berechnet, die Gaußpunkte liegen jedoch im Elementinneren. Dieser Abstand kann für einige Diskrepanzen verantwortlich sein und könnte in Zukunft durch eine Extrapolation der Gaußpunktergebnisse auf den gewünschten Auswertepunkt fast auf Null reduziert werden.

Ein Indiz für die Abweichungen zwischen Z88Aurora und Abaqus könnten unterschiedliche Elementformulierungen bzw. Integrationspunktanzahlen sein, welche ebenso Einfluss auf das Ergebnis nehmen.

Die Resultate der Benchmark-Tests werden für die zukünftige Weiterentwicklung von Z88Aurora herangezogen, zeigen aber bereits die Leistungsfähigkeit der kostenlosen Softwarelösung. Es lässt sich zusammenfassen, dass Z88Aurora V3 bezogen auf die Ergebnisgüte – sobald das Netz einen gewissen Feinheitsgrad erreicht – dem Vergleich mit kommerziellen Programmen standhält.

## Literatur

- [1] Rieg, Frank; et al.: *Finite-Elemente-Analyse für Ingenieure*. 5., überarbeitete Auflage. München: Carl Hanser Verlag, 2014.
- [2] NAFEMS Ltd.: Internetseite: [www.nafems.org/about/about\\_nafems/history/](http://www.nafems.org/about/about_nafems/history/). Zugriff am 20. Juli 2015.
- [3] NAFEMS Ltd.: *The Standard NAFEMS Benchmarks, Rev. 3*. Glasgow: Selbstverlag, 1990.
- [4] NAFEMS Ltd.: *NAFEMS Background to Benchmarks*. Glasgow: Selbstverlag, 1993.
- [5] NAFEMS Ltd.: *Benchmark Tests For Thermal Analysis*. Glasgow: Selbstverlag, 1986.
- [6] NAFEMS Ltd.: *Finite Element Benchmarks For 2D Beams And Axisymmetric Shells Involving Geometric Non-Linearity*. Glasgow: Selbstverlag, 1989.
- [7] Rieg, Frank; et al.: *Z88 Aurora V3 Theoriehandbuch*. Bayreuth: 2014.
- [8] Dassault Systèmes S.A.; *Abaqus Guide v 6.13 - Benchmarks Guide*. Vélizy-Villacoublay: 2014.