Vergleich des MMA- und OC-Verfahrens für die Topologieoptimierung mit Z88Arion

16. Bayreuther 3D-Konstrukteurstag

Bayreuth

17.09.2014

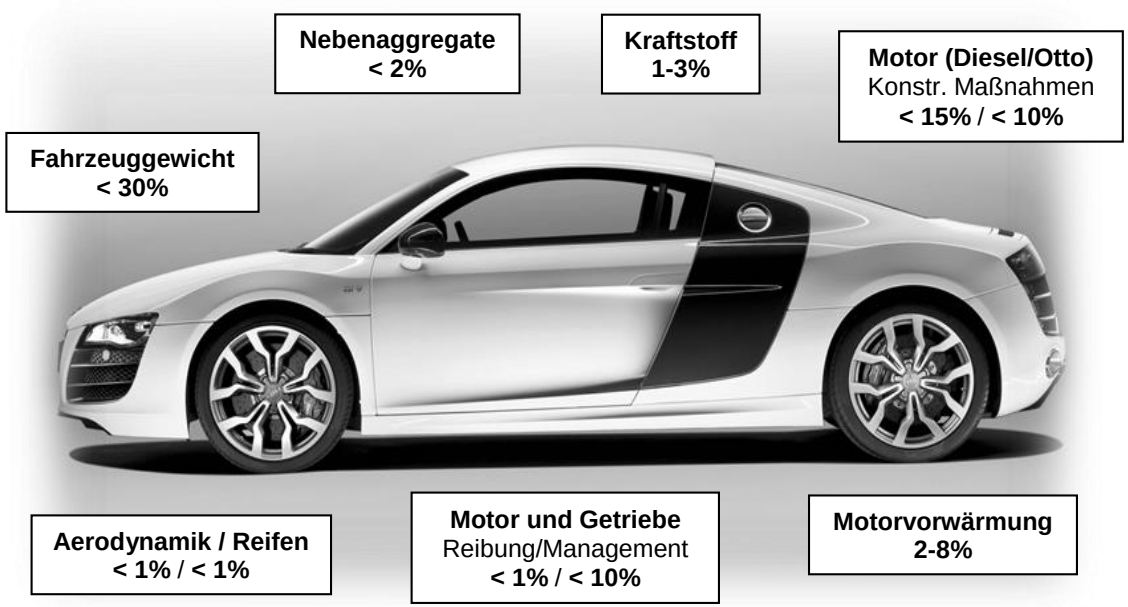
Michael Frisch, M.Sc.; Stefan Hautsch, M.Sc.; Kevin Deese, M.Sc.;

Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg

Motivation

Innovative Produkte durch Formleichtbau

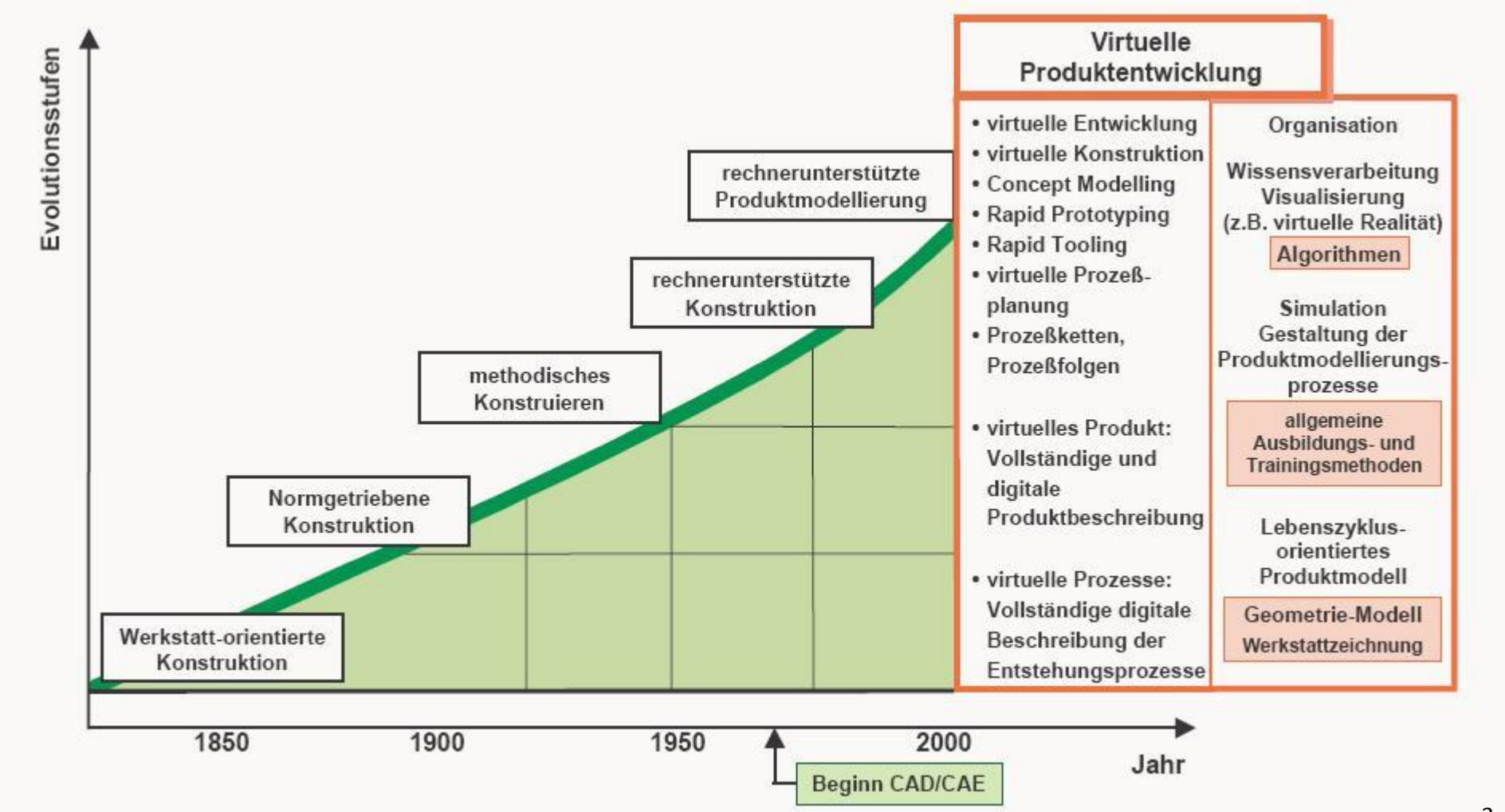
- Ziel der Optimierung: **Leichtbau**, v. a. in Automobilbau, Luftfahrt und zunehmend auch im allg. Maschinenbau
- **Einsparpotentiale**: Weniger Stoffeinsatz, d. h. Abnahme von Abfall, Transportaufwand, Kosten und CO_2-Emission
- Vgl. Automobilbau: Einsparpotential beim Gewicht anteilig mit 30 % am Größten → Hier lohnt sich der Aufwand!



Quelle: Haldenwanger

Motivation

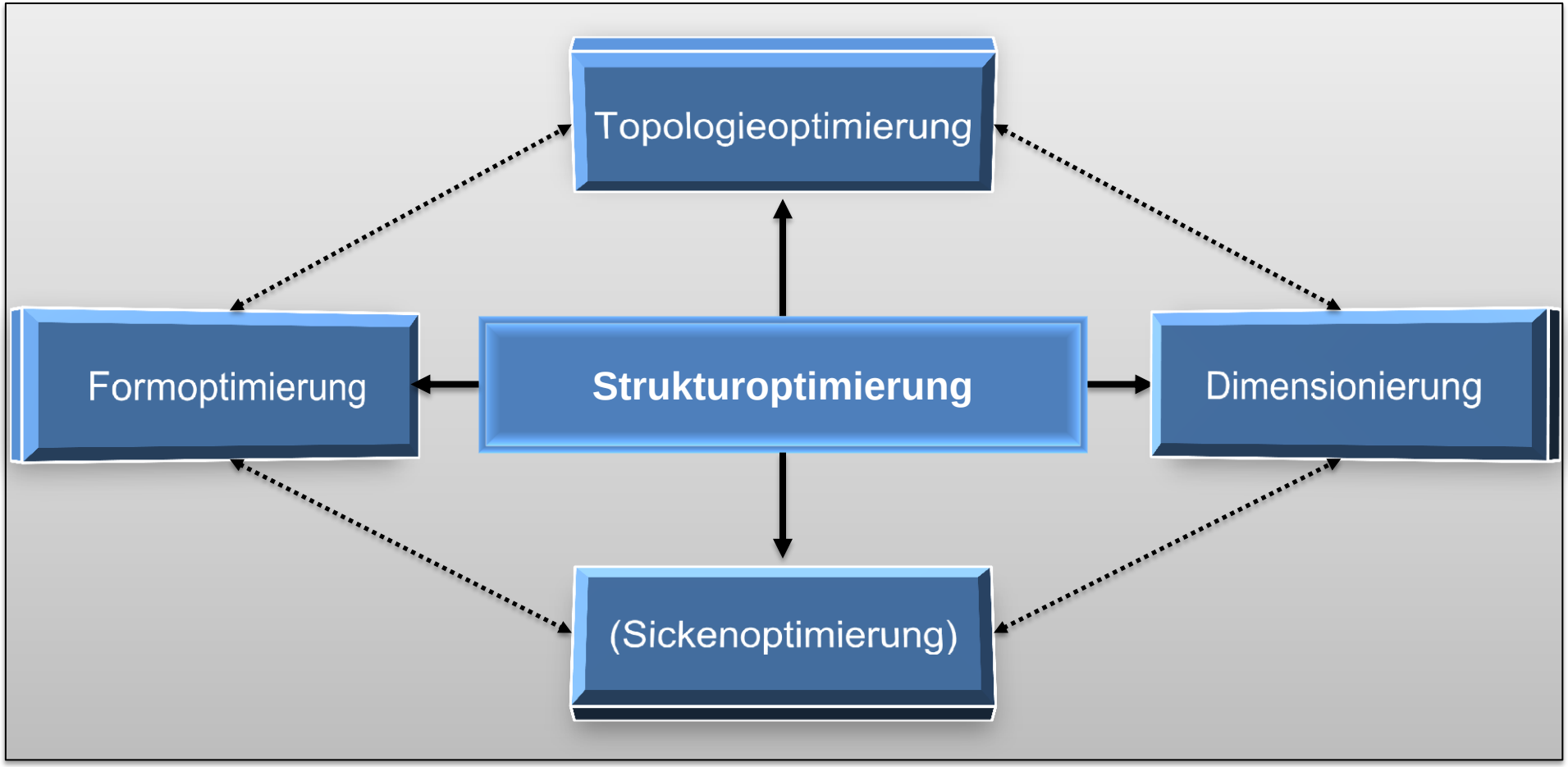
Geschichtlicher Verlauf der Produktentwicklung



Quelle: Haldenwanger

Strukturoptimierung

Klassifizierung und Hierarchie der Verfahrensvarianten



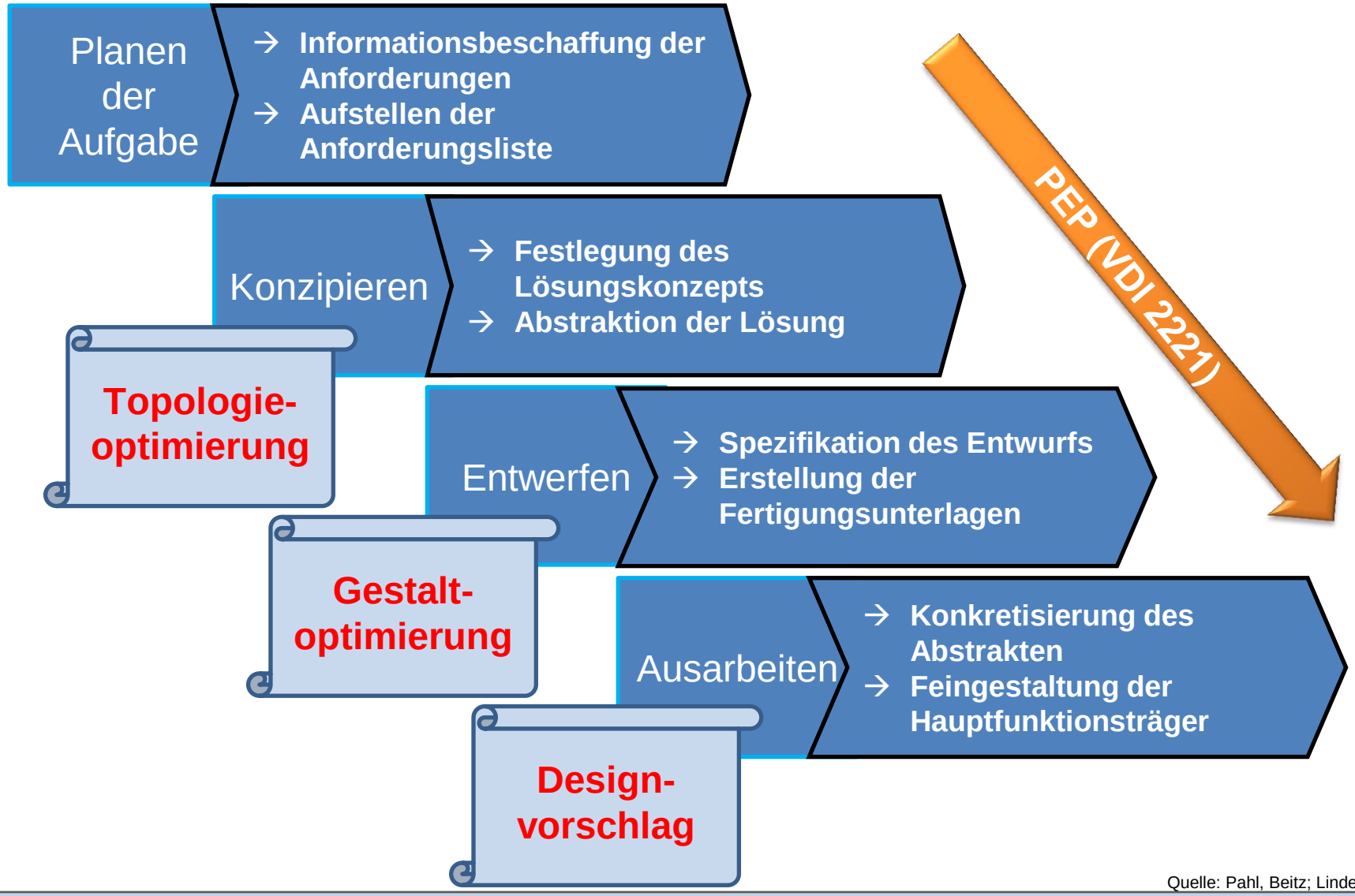
<u>Definition der Optimierung</u>:

*„Teilgebiet der numerischen Mathematik, das sich mit der **optimalen Festlegung** von Größen, Eigenschaften, zeitlichen Abläufen u. a. eines Systems unter gleichzeitiger Berücksichtigung von **Nebenbedingungen** befasst.“*

Quelle: Duden

Produktentwicklungsprozess (PEP)

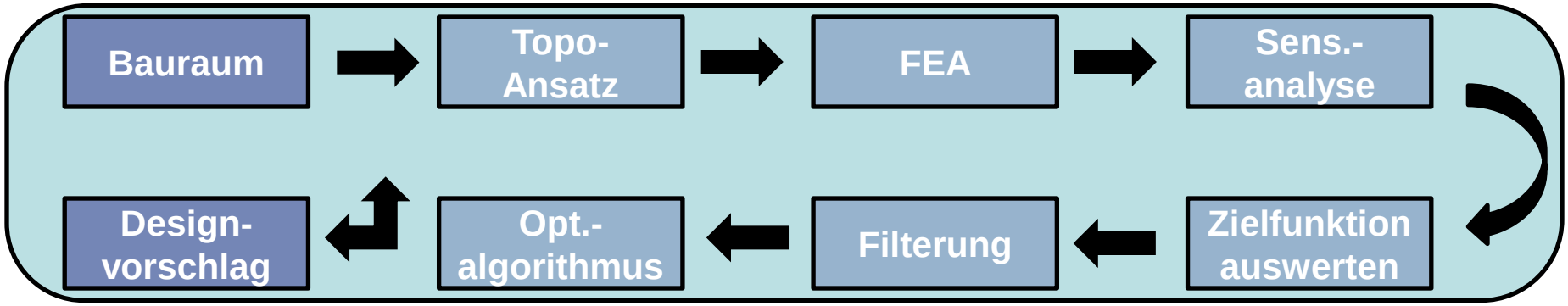
Grundlegende Bausteine



Quelle: Pahl, Beitz; Lindemann

Topologieoptimierung

Das Topologieoptimierungsproblem



$$\min U$$

$sodass$:

$$V \leq v \cdot V_0 \qquad 0 < v < 1$$

$$x_e^L \leq x_e \leq x_e^U \qquad e = 1, \dots, N$$

Zielfunktion (Min. Dehnungsenergie / Nachgiebigkeit

Ungleichheitsrestriktion (Grenze für den Füllgrad)

Explizite Restriktion (Schranken für rel. Elementdichte)

$$\frac{1}{2}|C| = \frac{1}{2}(\vec{u}^T K \vec{u}) = \frac{1}{2}\sum_{e=1}^{N} u_e^T K u_e = \frac{1}{2}\sum_{e=1}^{N} E_e(x_e) u_e^T K_e^0 u_e = U$$

Topologieoptimierung

Optimalitätskriterien-Verfahren (OC)

Berechnung der Designvariable

$$x_e^{i+1} = \begin{cases} \max(0, x_e - \alpha) & \text{für } x_e B_e^{\eta} \leq \max(0, x_e - \alpha) \\ x_e B_e^{\eta} & \text{für } \max(0, x_e - \alpha) < x_e B_e^{\eta} < \min(1, x_e + \alpha) \\ \min(1, x_e + \alpha) & \text{für } x_e B_e^{\eta} \leq \min(1, x_e + \alpha) \end{cases}$$

Lösung durch Bisektion

$$B_e = \frac{-\frac{\partial C}{\partial x_e}}{\lambda \cdot \frac{\partial V}{\partial x_e}} = \frac{dC_e}{\lambda \cdot V_e^0}$$

neue Iterationslösung durch heuristisches Update

α = Schrittweite

η = Dämpfungsfaktor

Ungleichheits-restriktion

$$g(x) \leq V(x) - v^{rel} V^0 = \sum_{e=1}^{N} V_e(x) - v^{rel} \cdot \sum_{e=1}^{N} V_e^0$$

Quelle: Harzheim

Topologieoptimierung

Methode der bewegten Asymptoten (MMA)

$$f_i^{(k)}(\vec{x}) = r_i^{(k)} + \sum_{j=1}^{m} \frac{p_{ij}^{(k)}}{up_j^{(k)} - x_j} + \frac{q_{ij}^{(k)}}{x_j - low_j^{(k)}}$$

$$r_i^{(k)} = f_i(\vec{x}^{(k)}) + \sum_{j=1}^{m} \frac{p_{ij}^{(k)}}{up_j^{(k)} - x_j^{(k)}} + \frac{q_{ij}^{(k)}}{x_j^{(k)} - low_j^{(k)}}$$

$$f_0(\vec{x}) = \boldsymbol{U} = \frac{1}{2}(\vec{u}^T \boldsymbol{K} \vec{u})$$

$$r_0^{(k)} = \boldsymbol{U}\left(\vec{x}^{(k)}\right) - \sum_{e=1}^{N} \left[\left(x_e^{(k)} - low_e^{(k)}\right) p\, x_e^{(p-1)} \boldsymbol{U}_e^0\right]$$

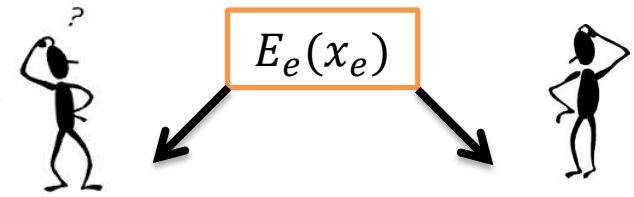
$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial x_e} = -\frac{1}{2}\vec{u}^T \left(p\, x_e^{(p-1)} \boldsymbol{K}_e^0\right)\vec{u} = -p\, x_e^{(p-1)} \frac{1}{2}\vec{u}^T \boldsymbol{K}_e^0 \vec{u} = -p\, x_e^{(p-1)} \boldsymbol{U}_e^0$$

$$f_0^{(k)}(\vec{x}) = \boldsymbol{U}^{(k)}(\vec{x}) = \boldsymbol{U}\left(\vec{x}^{(k)}\right) - \sum_{e=1}^{N} \left[\left(\left(x_e^{(k)} - low_e^{(k)}\right) + \frac{\left(x_e^{(k)} - low_e^{(k)}\right)^2}{x_e - low_e^{(k)}}\right) p\, x_e^{(p-1)} \boldsymbol{U}_e^0\right]$$

Quelle: Svanberg

Topologieoptimierung

Grundlagen des Optimierungsansatzes

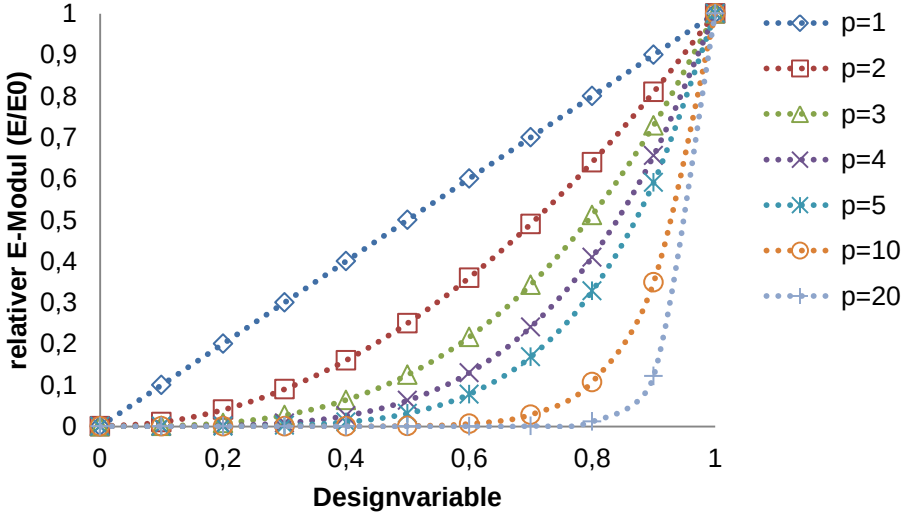


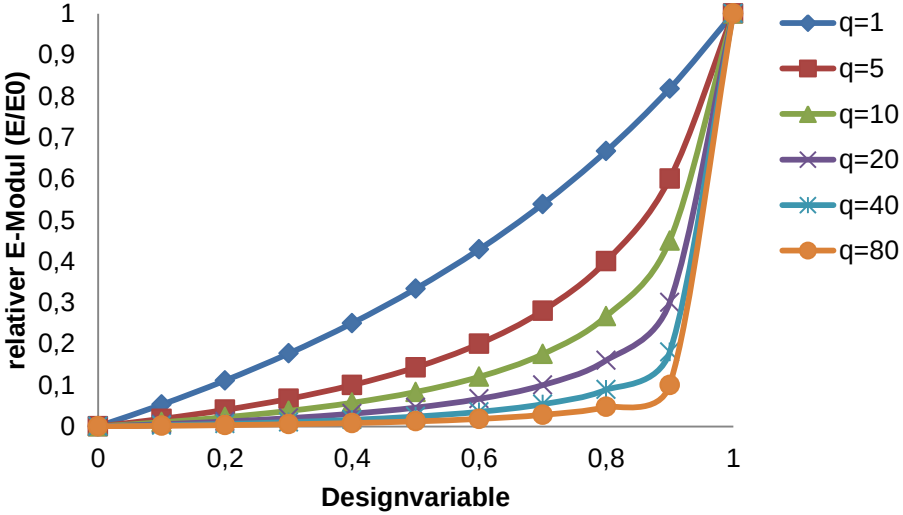
$$E(x) = E_{min} + x^p \cdot (E_0 - E_{min})$$

$$E(x) = E_{min} + \frac{x}{1 + q \cdot (1 - x)} \cdot (E_0 - E_{min})$$

Solid **I**sotropic **M**aterial with **P**enalization (SIMP)

Rational **A**pproximation of **M**aterial **P**roperties (RAMP)



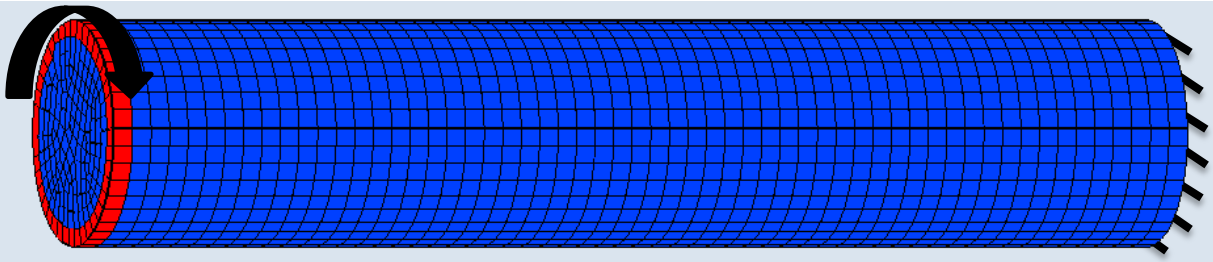


Quelle: Bendsøe

Optimierungsergebnisse

MMA - SIMP-Ansatz

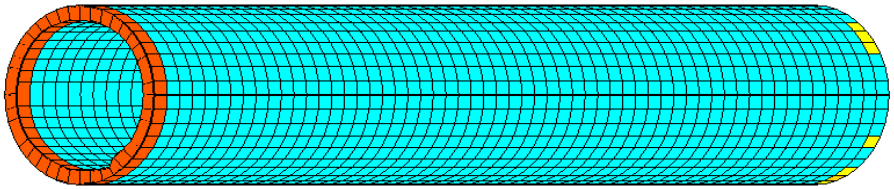
M= 100 Nm



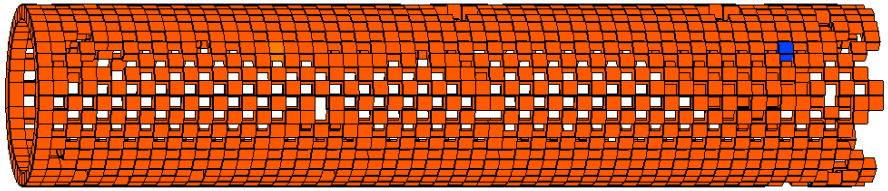
$u_{x,y,z} = 0$

V_{rel}=15%

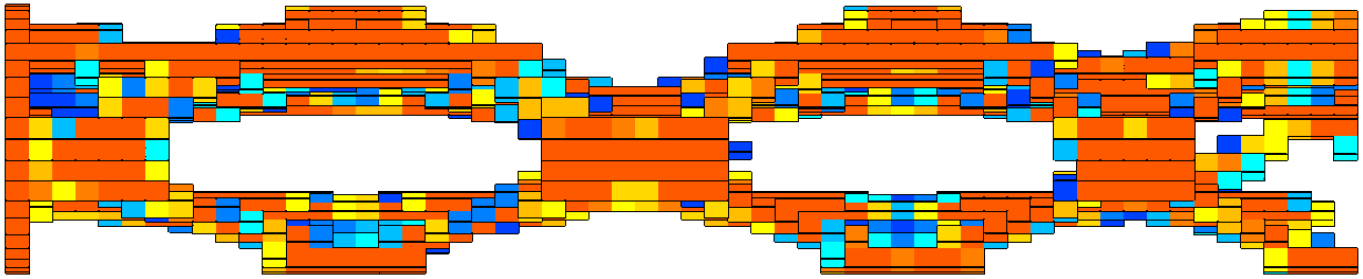
SIMP; p = 3



10. Iteration



272. Iteration

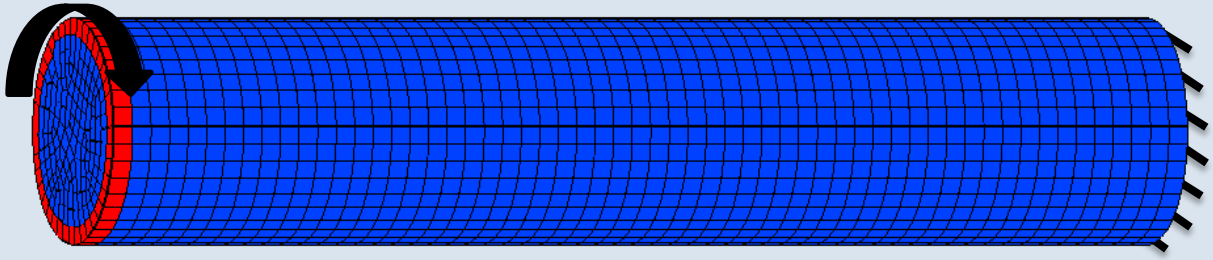


Dichtefilterung: 133. Iteration

Optimierungsergebnisse

MMA - RAMP-Ansatz

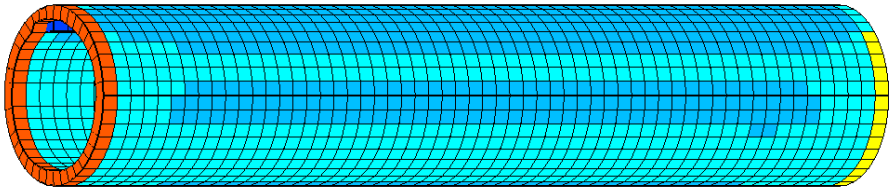
M= 100 Nm



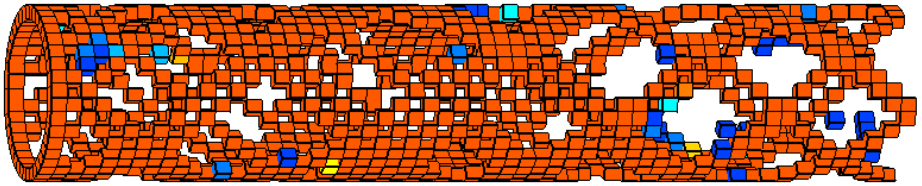
$u_{x,y,z} = 0$

V_{rel}=15%

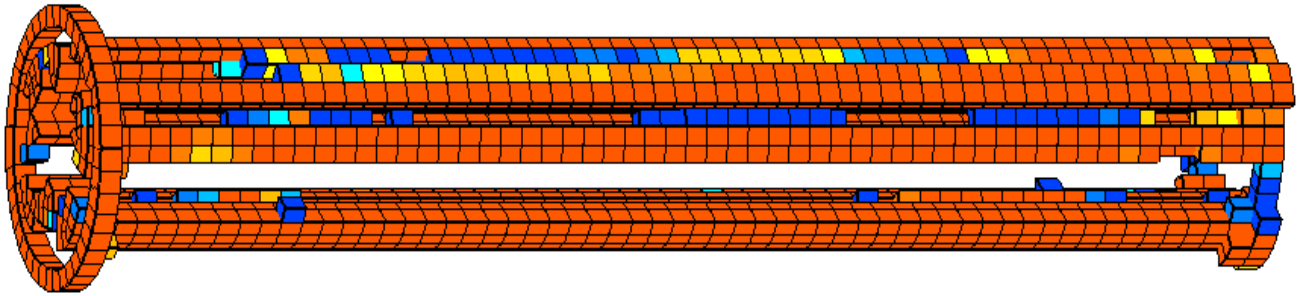
RAMP; q = 10



16. Iteration



178. Iteration

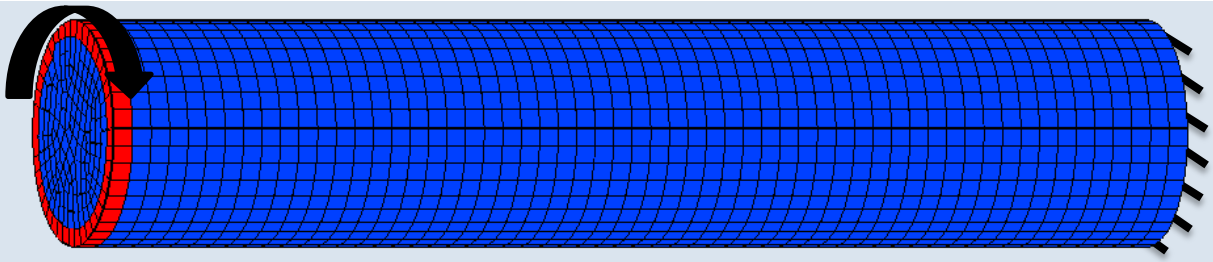


Dichtefilterung: 400. Iteration

Optimierungsergebnisse

OC - SIMP-Ansatz

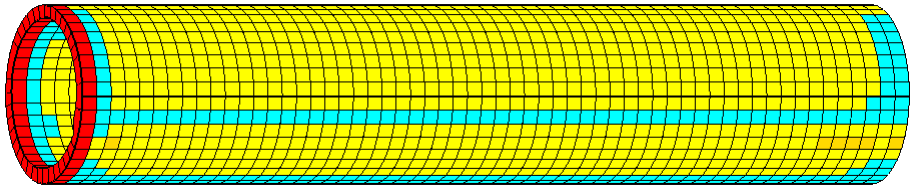
M= 100 Nm



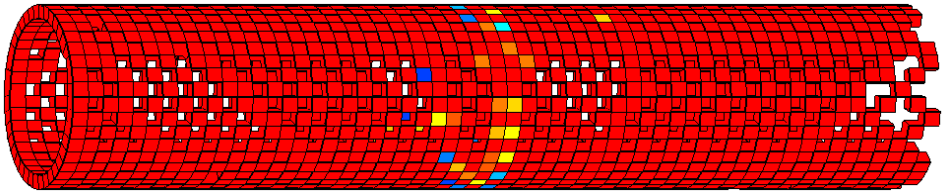
$u_{x,y,z} = 0$

V_{rel}=15%

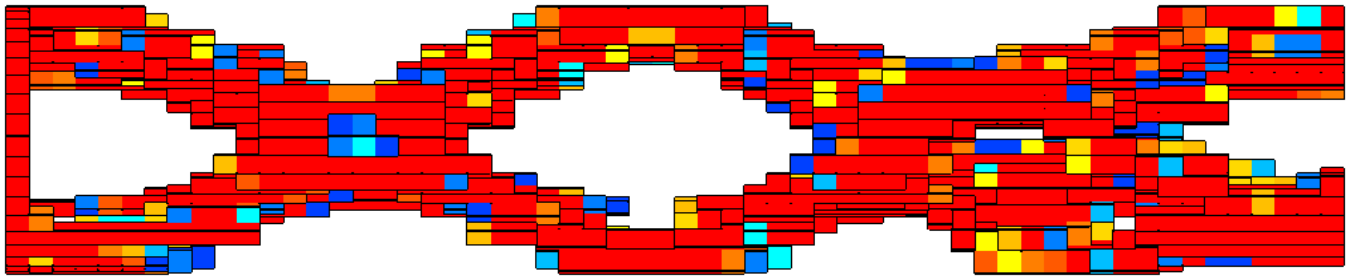
SIMP; p = 3



5. Iteration



44. Iteration

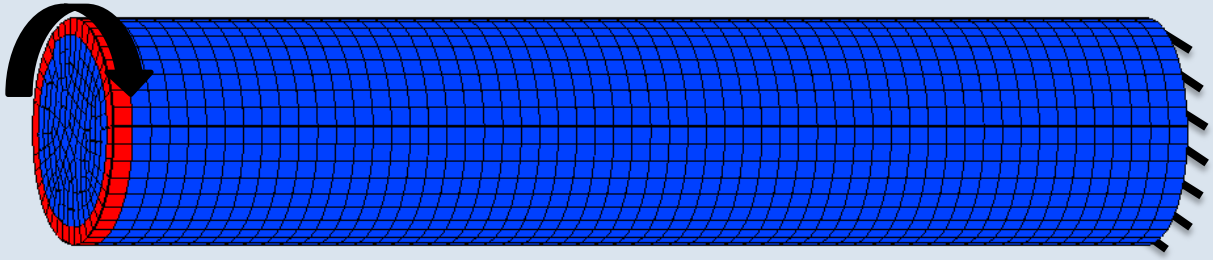


Dichtefilterung: 143. Iteration

Optimierungsergebnisse

OC - RAMP-Ansatz

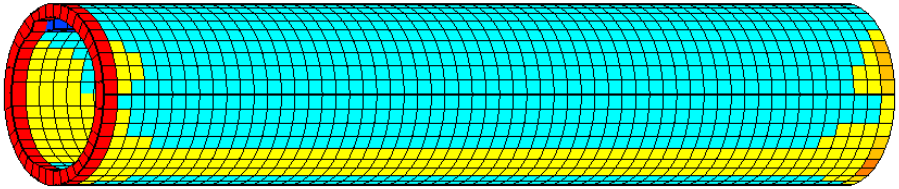
M= 100 Nm



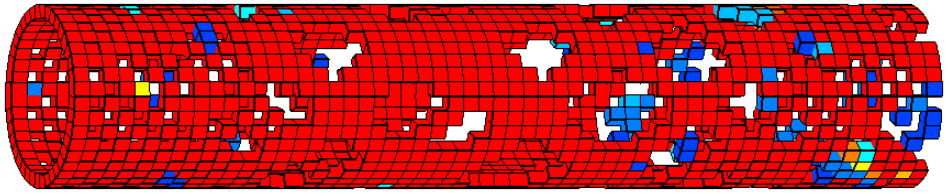
$u_{x,y,z} = 0$

V_{rel}=15%

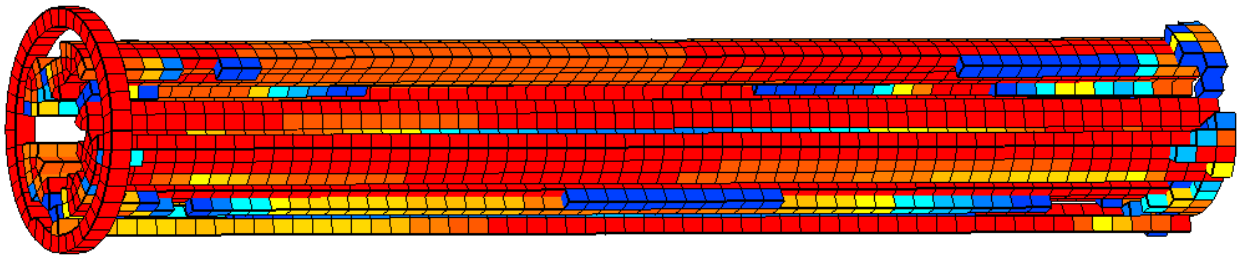
RAMP; q = 10



7. Iteration



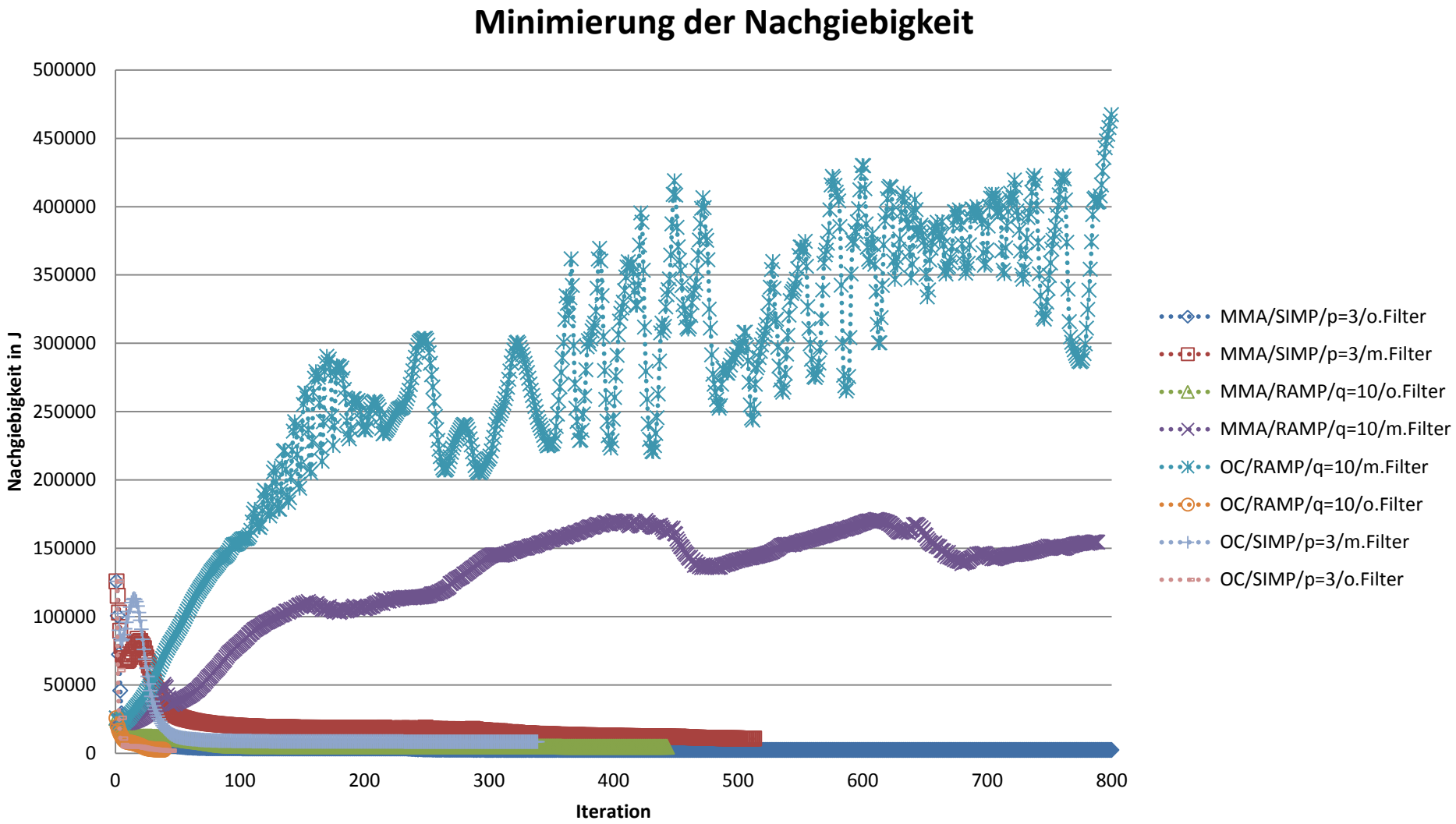
40. Iteration



Dichtefilterung: 123. Iteration

Optimierungsergebnisse

Grafische Darstellung



Zusammenfassung und Ausblick

Topologieoptimierung mit Z88Arion

MMA

SIMP | RAMP

- RAMP: Erkennbarer Designvorschlag
- SIMP: Checkerboard-Effekt
- Zeitintensiv

OC

RAMP | SIMP

- Schnelle Konvergenz
- RAMP: Erkennbarer Designvorschlag
- SIMP: Checkerboard-Effekt

SENSITIVITÄTSFILTERUNG

- SIMP: sehr guter Designvorschlag
- RAMP: nicht verwertbarer Designvorschlag
- Zeitintensiv

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Fragen und Anmerkungen?

Anhang

Literaturverzeichnis

Haldenwanger, H.-G.: Leichtbau und Recycling im Automobilbau. Lehrstuhl für Metallische Werkstoffe, Universität Bayreuth, 2007.

Lindemann, U.: Methodische Entwicklung technischer Produkte. Springer-Verlag, Berlin, 2009.

Pahl, G.; Beitz, W.; Feldhusen, J.: Konstruktionslehre: Grundlagen erfolgreicher Produktentwicklung; Methoden und Anwendung. Springer-Verlag, Berlin, 2003.

Harzheim, L.: Strukturoptimierung – Grundlagen und Anwendungen. Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2008.

Bendsøe, M. P.; Sigmund, O.: Topology Optimization - Theory, Methods and Application. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 2004.

VDI-Fachbereich Produktentwicklung: VDI 2221, Methodik zum Entwickeln und Konstruieren Technischer Systeme und Produkte. 1993.