



# Auf dem Weg zum optimalen Bauteil – Topologieoptimierung im Produktentwicklungsprozess

## 14. Bayreuther 3D-Konstrukteurstag

Michael Frisch, M.Sc.

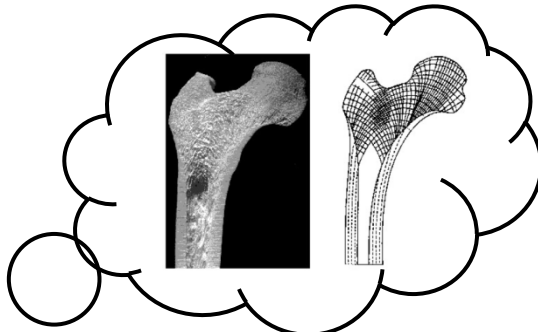
Dr.-Ing. Bettina Alber-Laukant

Dr.-Ing. Andreas Dörnhöfer

Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD

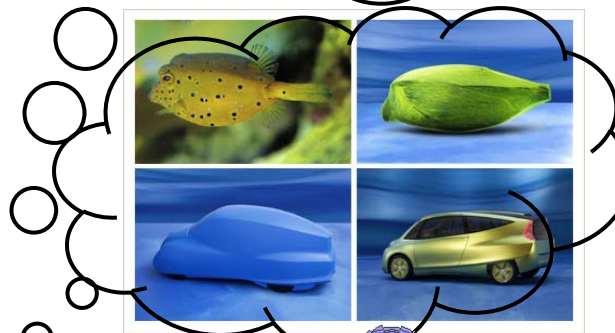
Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg

Universität Bayreuth



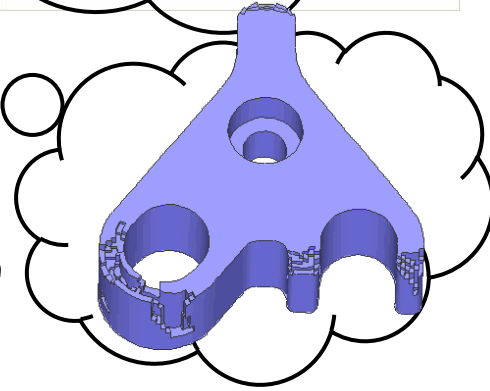
### Natur

Knochen sind optimal an auftretende äußere Lasten angepasst



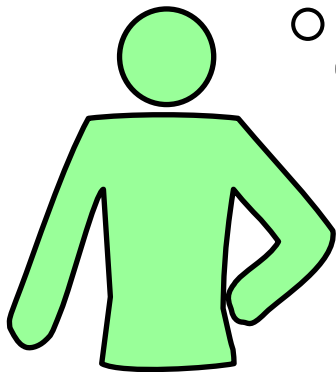
### Lernen von der Natur

Lastgerechte organische Strukturen in technischen Anwendungen realisieren



### Fertigungsgerechte Topologieoptimierung

Branchenübergreifende Verwendung der Optimierungsansätze mit Hilfe einer Software zur Topologieoptimierung



# Potentiale und Ziele

## Optimierung in der Konstruktion



### Innovative Produkte durch Formleichtbau

Nachhaltigkeit  
und Recycling ✓

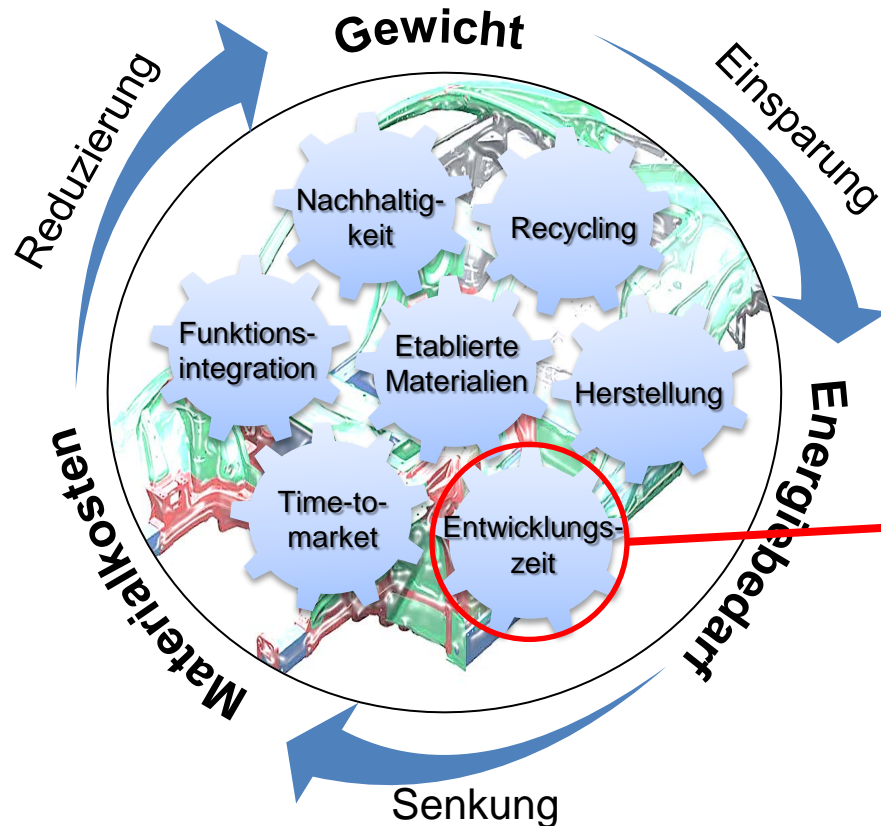
Einsatz  
homogener  
Werkstoffe ✓

Geringerer  
Materialeinsatz ✓

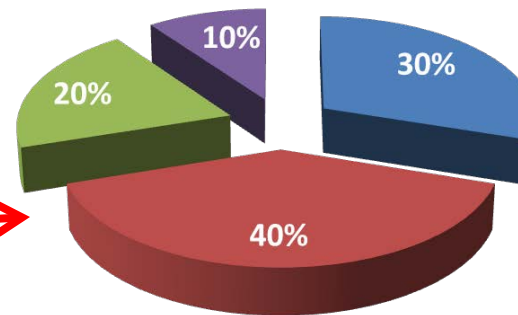
Beherrschbare  
Fertigungs-  
verfahren ✓

Geringerer  
Energieeintrag im  
Herstellungsverfahren ✓

Reduktion des  
Gesamtenergiebedarfs  
im Produktlebenszyklus ✓



### Anteiliger Zeitbedarf bei der Produktentwicklung



- Konstruktive Bearbeitung (Konzept + Entwurf)
- Dimensionierung + Optimierung
- Experimentelle Absicherung
- Überarbeitung Konzept + Entwurf

[Haldenwanger] 3



**Topologieoptimierung:** Einbringen und Auffüllen von Löchern liefert neue Strukturelemente



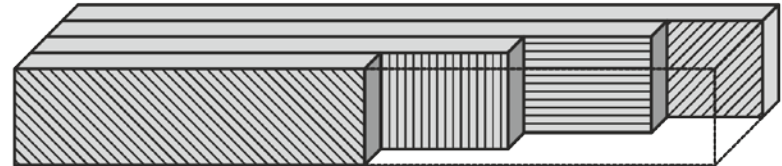
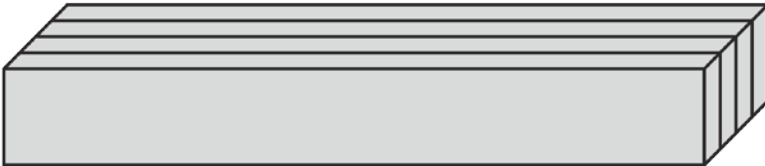
**Form- oder Gestaltoptimierung:** Verformung vorhandener Strukturelemente



**Dimensionierung:** Variation parametrischer Modellgrößen



**Materialoptimierung:** Festlegung orthotroper Materialeigenschaften

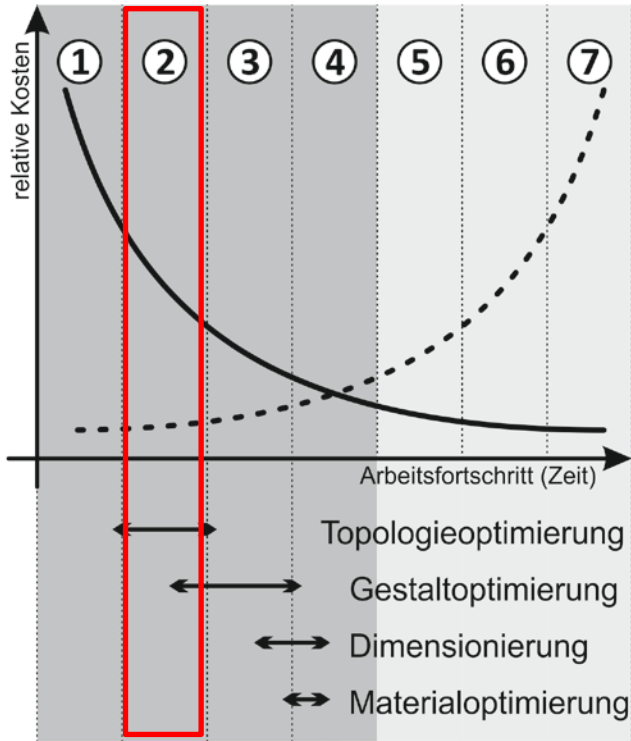


**Topologieoptimierung** aufgrund hoher gestalterischer Freiheit  
sehr gut geeignet für Anwendungen im **Formleichtbau**.

[Quelle: Sigmund] 4

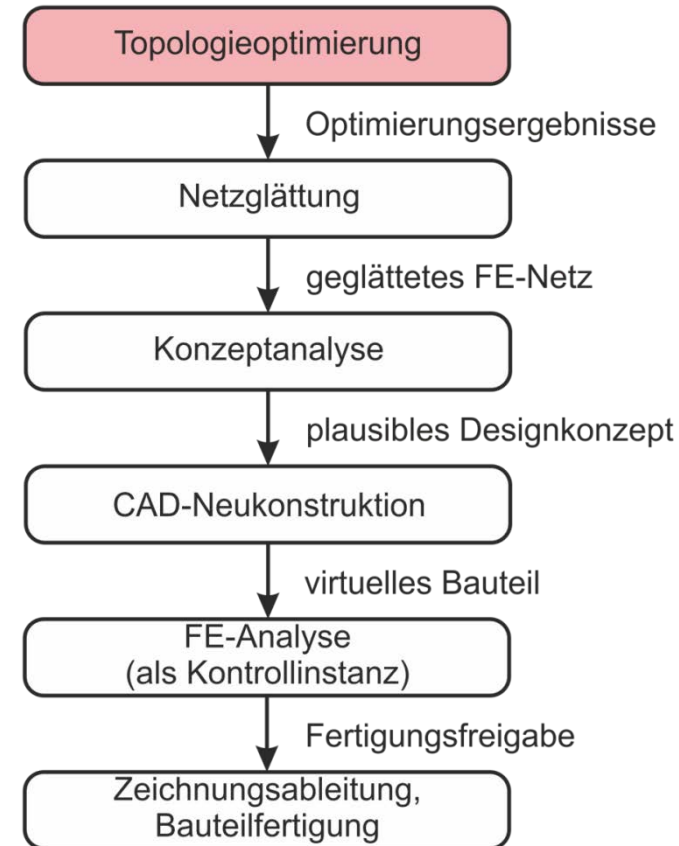
# Strukturoptimierung

## Eingliederung in den Produktentwicklungsprozess



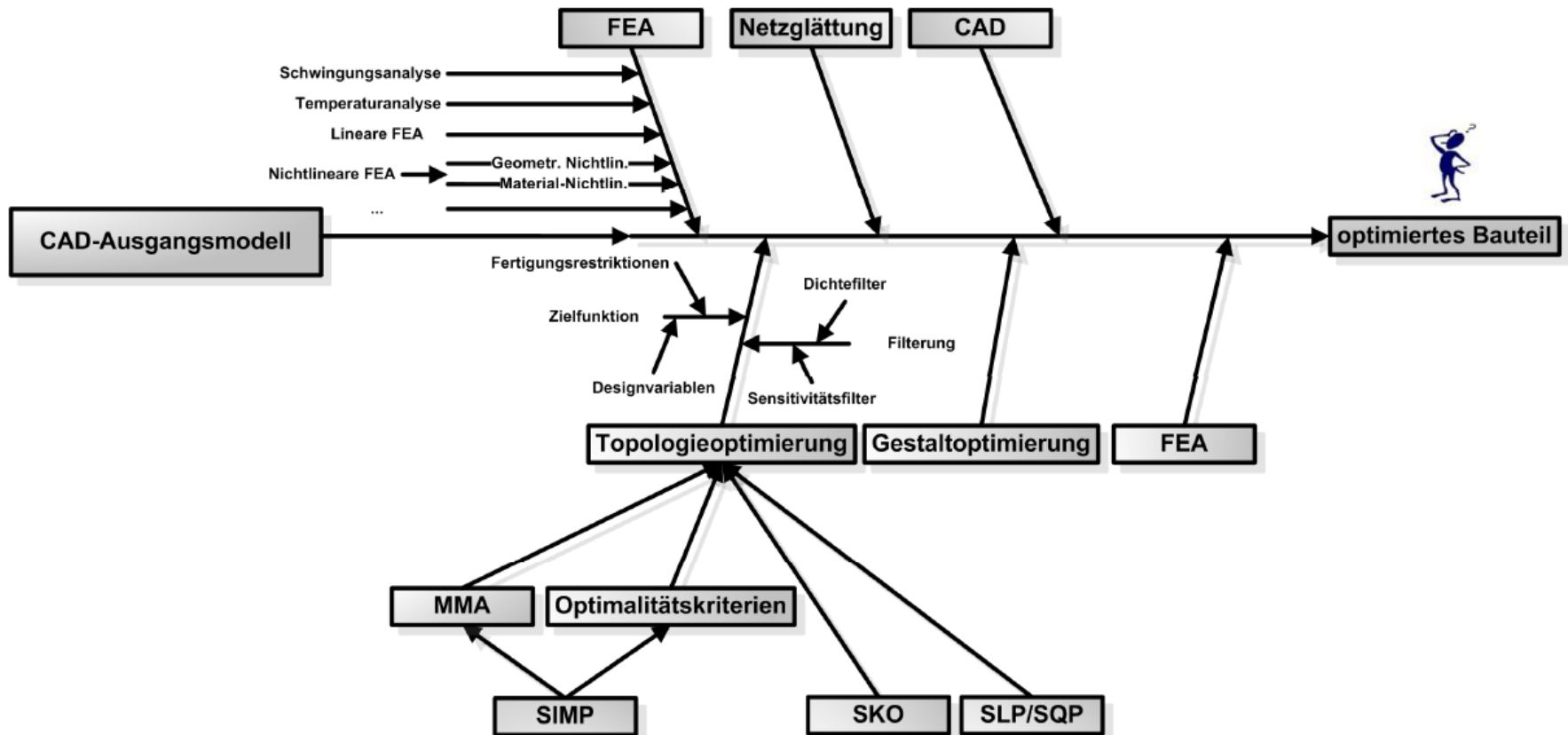
- ① Planen & Klären der Aufgabe
- ② Konzipieren
- ③ Entwerfen
- ④ Ausarbeiten
- ⑤ Arbeitsvorbereitung
- ⑥ Fertigung
- ⑦ Vertrieb

- Kosteneinflussnahme
- - - Kostenentstehung
- Konstruktionsphase
- Fertigungsphase, Vertrieb



# Topologieoptimierung

## Virtuelles Produktentwicklungsmodell



# Topologieoptimierung

## Allgemeine Form des Optimierungsproblems



Zielfunktion: z.B.  
**Steifigkeit,  
Eigenfrequenz**

Designvariablen:  
**Dichteverteilung** im  
Bauteil

Randbedingungen:  
**maximal  
zulässiges Gewicht**

**NEUE Fertigungs-  
randbedingungen**

**Maximieren  
bzw.  
minimieren**

$\min \vee \max f(\vec{x})$   
mit

$g_j(\vec{x}) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m$

$h_k(\vec{x}) = 0 \quad k = 1, \dots, q$

$x_i^U \leq x_i \leq x_i^O \quad i = 1, \dots, n$

$f(\vec{x})$ : Zielfunktion

$g(\vec{x})$ : Ungleichheitsrestriktion

$h(\vec{x})$ : Gleichheitsrestriktion

$x$ : Designvariable

$$\min(C) = \min \left( \sum_{e=1}^{ne} E_e(x_e) \cdot \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u}_e \right)$$

u. d. N.:  $\mathbf{u}$  als Lösung von  $\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}$

$$V(x) \leq v^{rel} \cdot V_{ges}^0$$

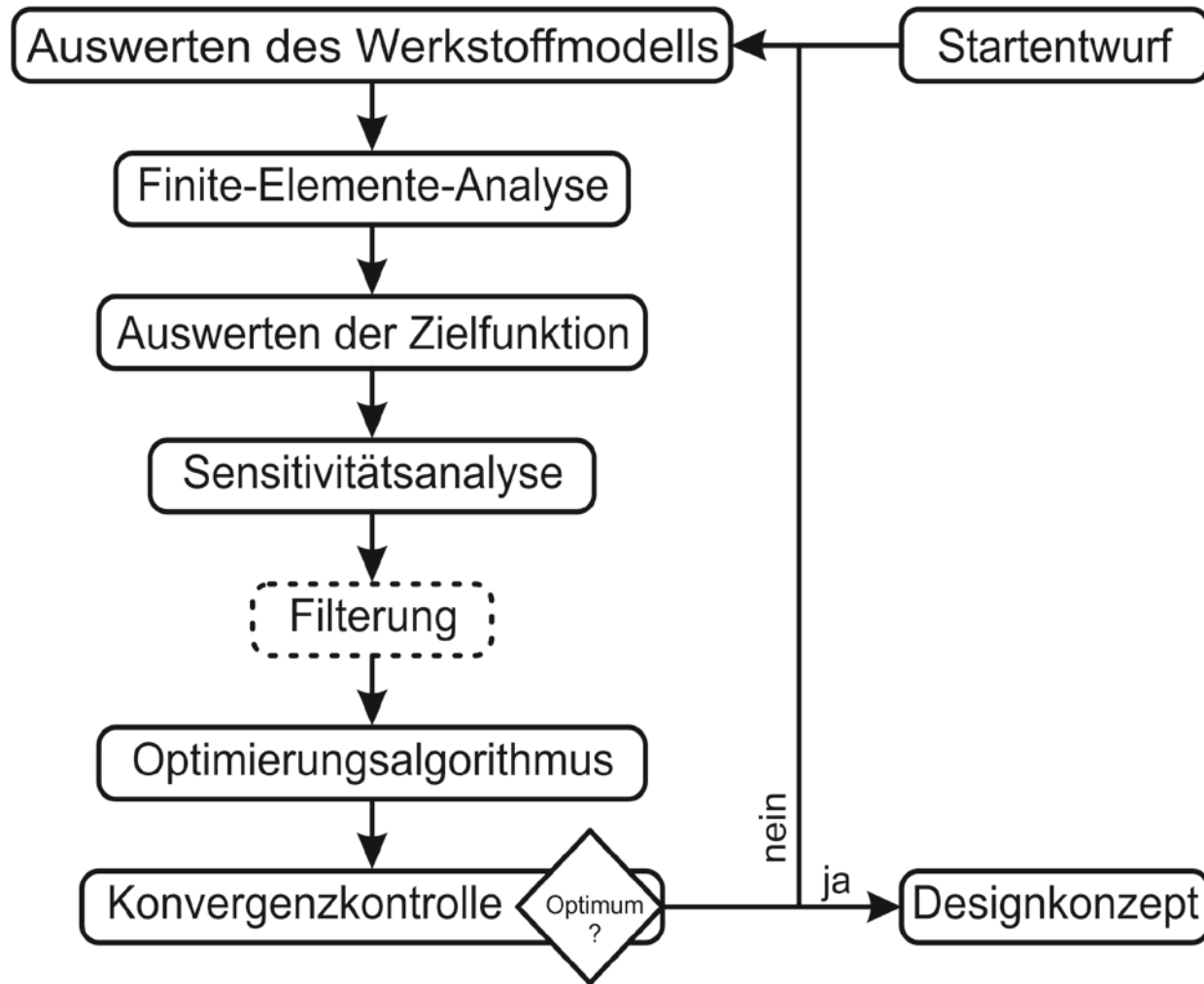
$$0 < x_e \leq 1$$

$$0 < E_{min} \leq E_e(x_e) \leq E_e^0$$

$C$ : Nachgiebigkeit  
 $E$ : Elastizitätsmodul  
 $V$ : Volumen  
 $\mathbf{K}$ : Steifigkeitsmatrix  
 $\mathbf{u}$ : Verschiebungsvektor  
 $\mathbf{F}$ : Kraftvektor

**→ Das Optimierungsziel (Zielfunktion) muss dabei eine  
Strukturantwort aus der Finiten-Elemente-Analyse sein.**

[Quelle: Harzheim] 7





Startentwurf

$$V(x) = \sum_{e=1}^{ne} V_e(x) = \sum_{e=1}^{ne} x_e \cdot V_e^0 \leq v^{rel} \cdot V_{ges}^0$$

SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization)

$$\frac{E_e}{E_e^0} = \left( \frac{\rho_e}{\rho_e^0} \right)^p \Rightarrow E_e = \rho_e^p \cdot E_e^0 = x_e^p \cdot E_e^0$$

Auswerten des Werkstoffmodells

RAMP (Rational Approximation of Materials Properties)

$$E_e(\rho_e^{rel}) = E_{min} + \frac{\rho_e^{rel}}{1 + p \cdot (1 - \rho_e^{rel})} \cdot (E_e^0 - E_{min})$$

$$\rho_e = \rho_e^{rel} = \frac{\rho_e}{\rho_e^0} = x_e$$

Finite Elemente Analyse

$$Ku = F$$

$$U = \frac{1}{2} u^T Ku$$

$$C = F^T u = 2U = u^T Ku$$

[Quelle: Bendsoe] 9



Auswerten der Zielfunktion

$$\min(C) = \min(\mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u}) = \min\left(\sum_{e=1}^{ne} E_e(x_e) \cdot \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u}_e\right)$$

Sensitivität der Nachgiebigkeit

$$dC(\mathbf{x}) = \frac{\partial C(\mathbf{x})}{\partial x_e} = -\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_e} \mathbf{u}$$

Sensitivitätsanalyse

Volumensensitivität

$$dV_e = \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial x_e} = \frac{\partial (\sum_{e=1}^{ne} x_e \cdot V_e)}{\partial x_e} = V_e^0$$

Sensitivitätsfilter

$$d\tilde{C}_e = \frac{\partial C}{\partial x_e} = \frac{\sum_{i=1}^{ne} h_{ei} \cdot x_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x_i}}{x_e \cdot \sum_{i=1}^{ne} h_{ei}}$$

Filterung

Dichtefilter

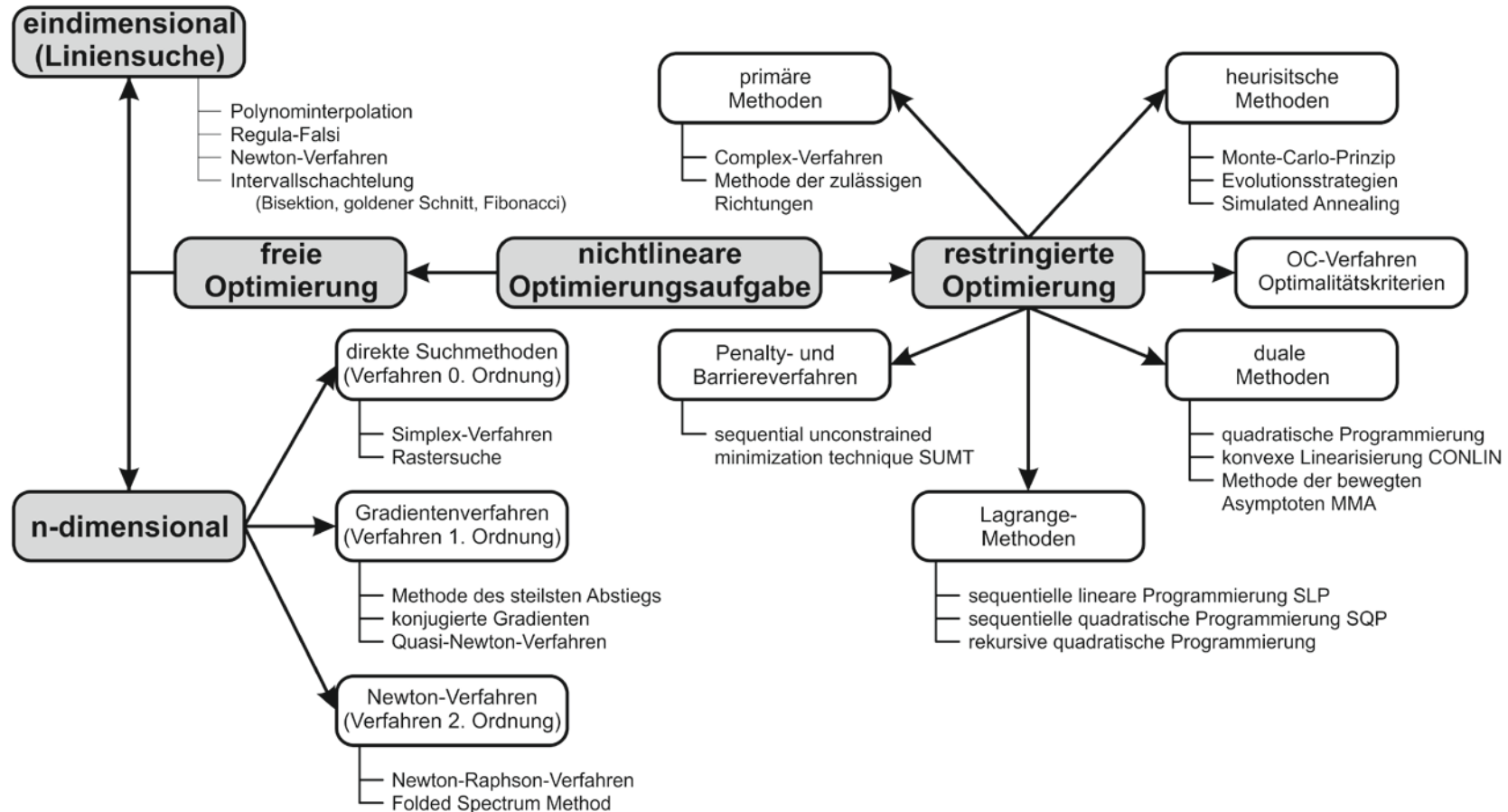
$$\tilde{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^{ne} h_{ij} \cdot x_i \cdot V_j^0}{\sum_{j=1}^{ne} h_{ij} \cdot V_j^0}$$

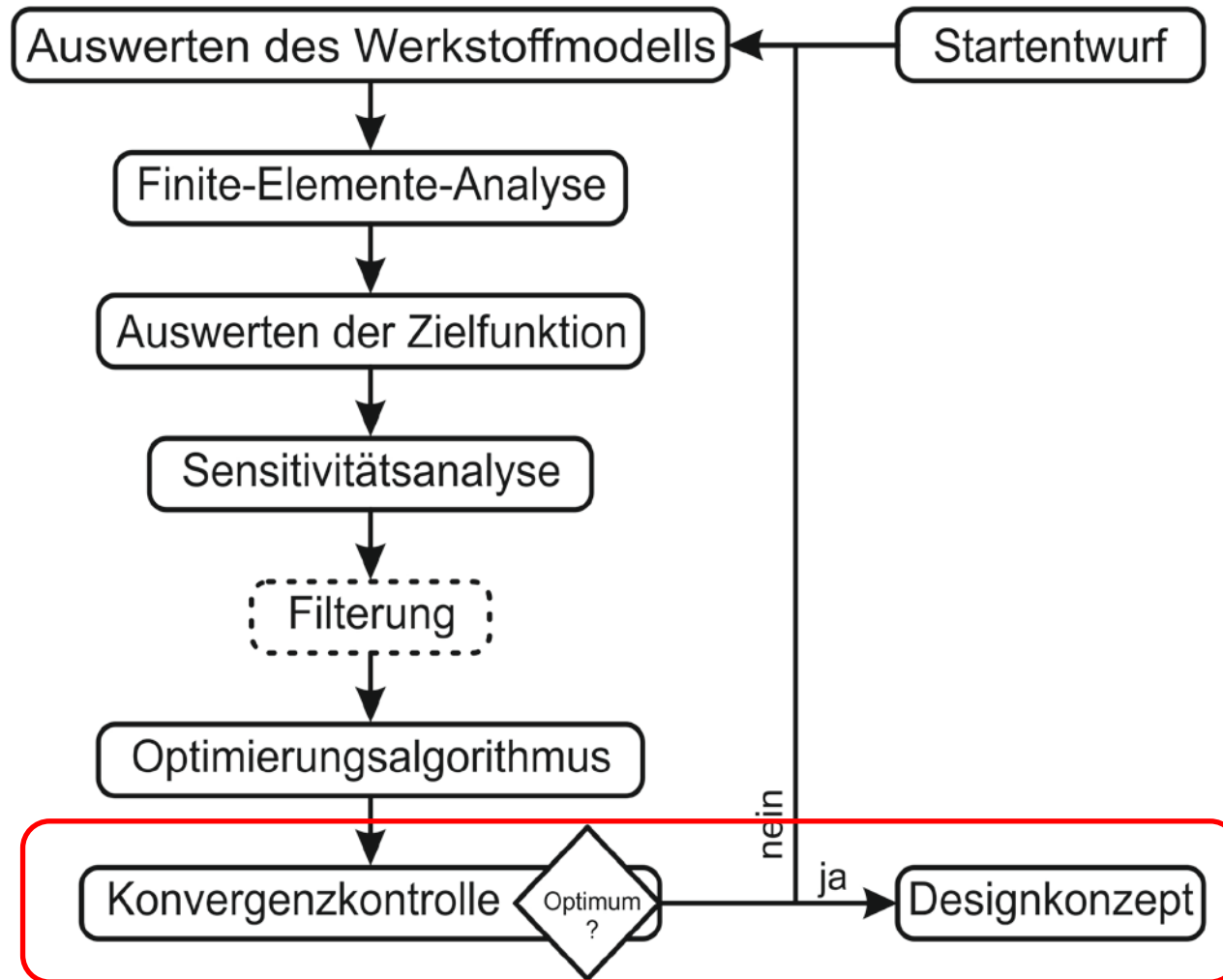
[Quelle: Sigmund;  
Andreassen; Bendsoe]

10



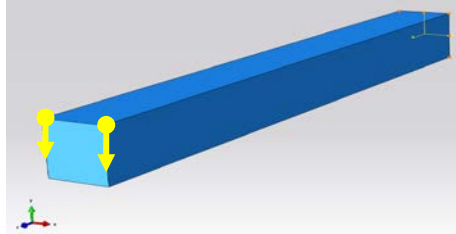
### Optimierungsalgorithmus





# Topologieoptimierung

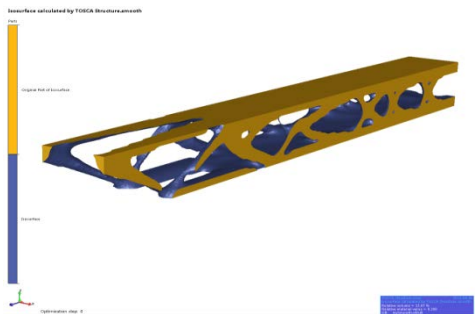
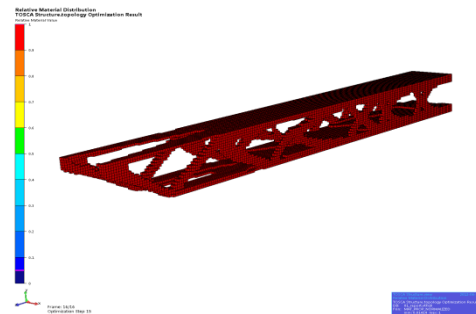
## Vergleich von Ergebnissen einer Topologieoptimierung (1)



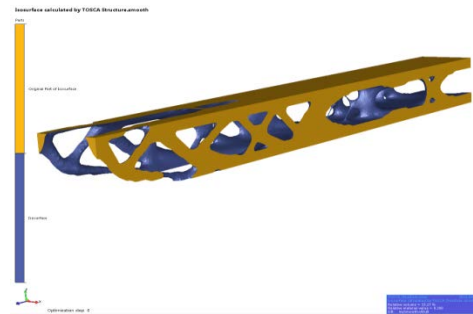
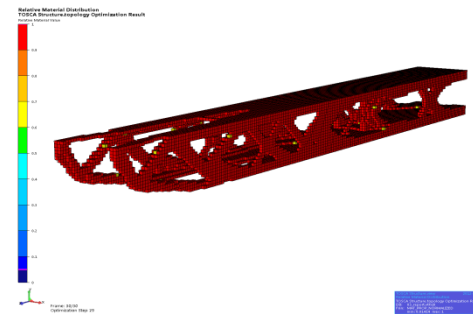
**Lastfall:**

$$F_{y1,2} = -1000 \text{ N}$$

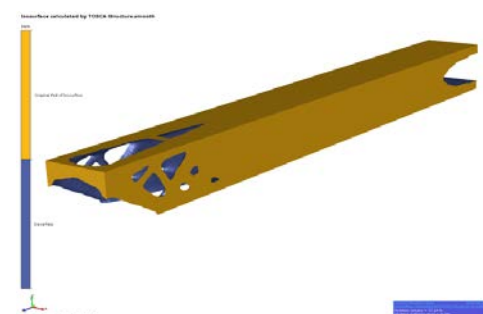
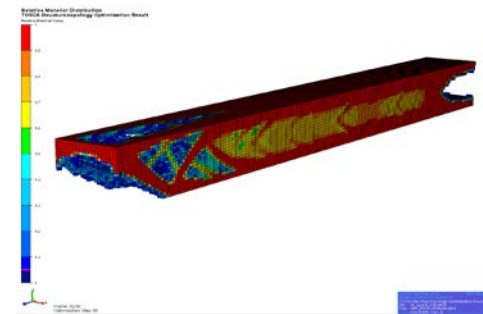
8-Knoten Hexaeder, 80.000 Elemente



**TOPO\_CONTROLLER**  
15 Iterationen  
sonst Standard



**TOPO\_CONTROLLER**  
30 Iterationen  
sonst Standard

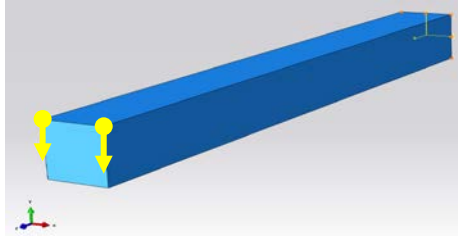


**TOPO\_SENSITIVITY**  
Standard

[Quelle: TOSCA] 13

# Topologieoptimierung

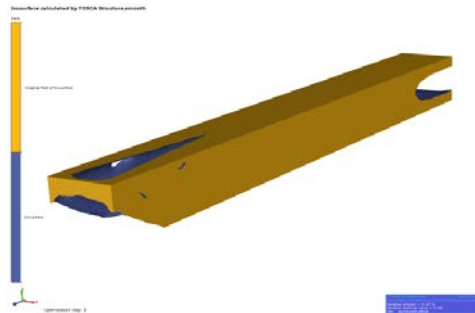
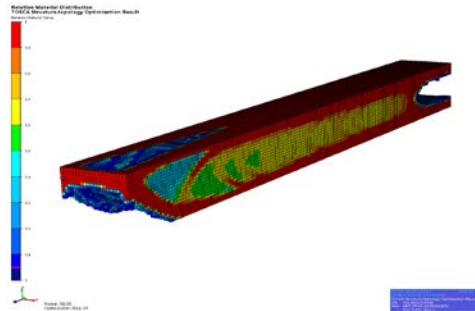
## Vergleich von Ergebnissen einer Topologieoptimierung (2)



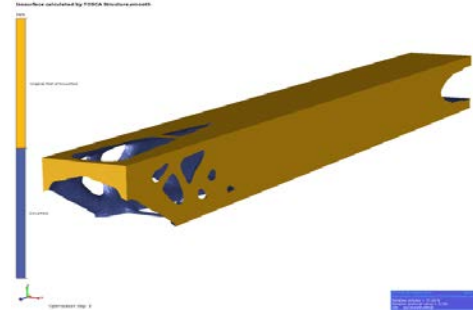
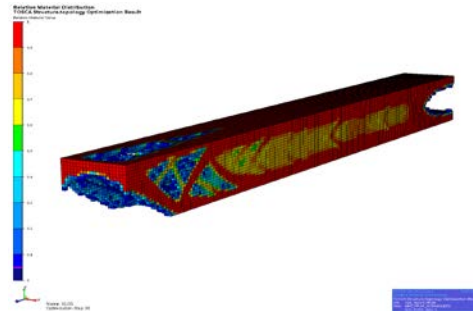
**Lastfall:**

$$F_{y1,2} = -1000 \text{ N}$$

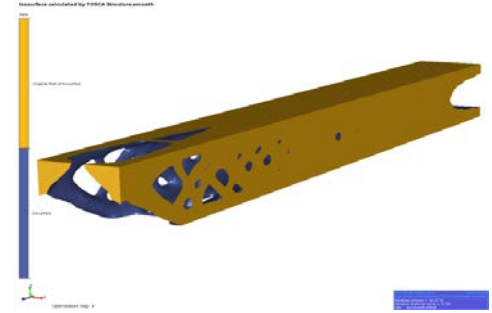
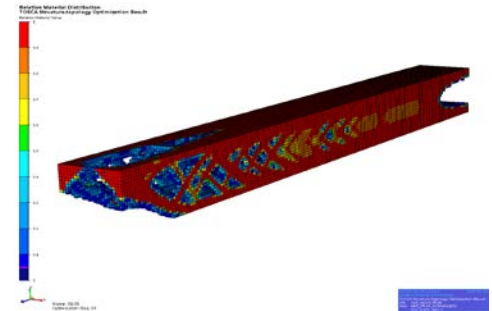
8-Knoten Hexaeder, 80.000 Elemente



**TOPO\_SENSITIVITY  
SIMP  
MAT\_PENALTY 2.0**



**TOPO\_SENSITIVITY  
SIMP  
MAT\_PENALTY 3.0**

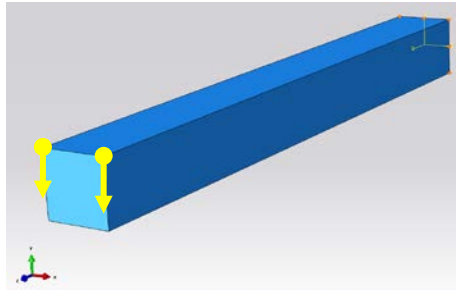


**TOPO\_SENSITIVITY  
SIMP  
MAT\_PENALTY 5.0**

[Quelle: TOSCA] 14

# Topologieoptimierung

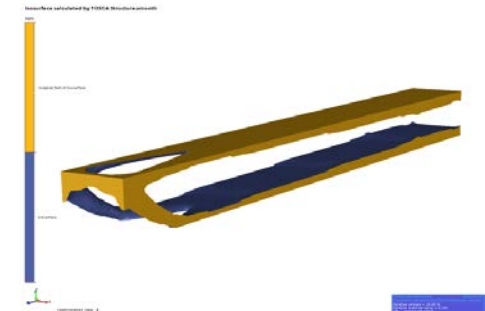
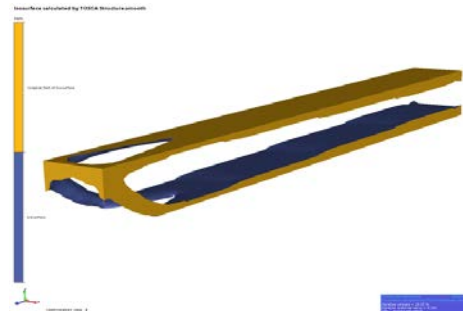
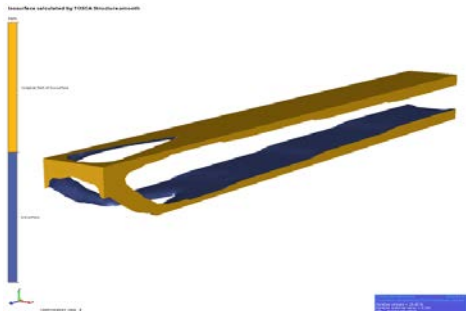
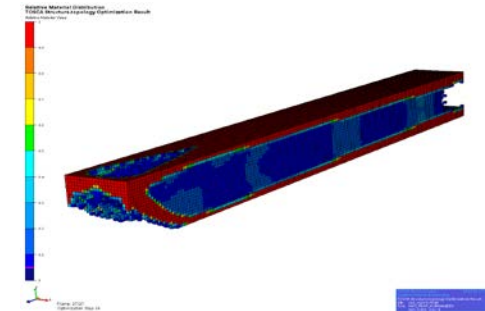
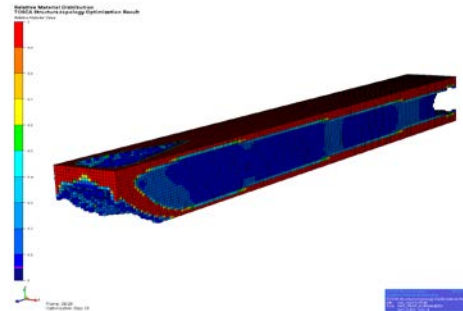
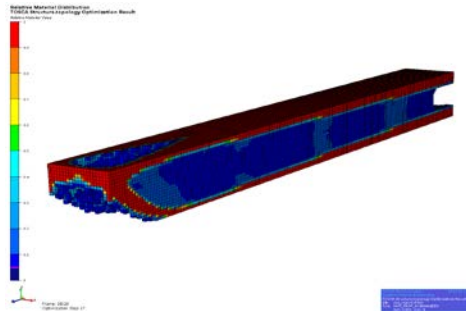
## Vergleich von Ergebnissen einer Topologieoptimierung (3)



**Lastfall:**

$F_{y1,2} = -1000 \text{ N}$

8-Knoten Hexaeder, 80.000 Elemente



**TOPO\_SENSITIVITY  
RAMP  
MAT\_PENALTY 2.0**

**TOPO\_SENSITIVITY  
RAMP  
MAT\_PENALTY 3.0**

**TOPO\_SENSITIVITY  
RAMP  
MAT\_PENALTY 5.0**

[Quelle: TOSCA] 15



## Topologieoptimierung als ein geeignetes Mittel für den Entwicklungsprozess!

- Materialeinsparung
- Kostensenkung
- Reduktion von CO<sub>2</sub>
- Minimierung der Entwicklungszeiten
- Leichtbaumaßnahmen möglich

## Fertigungsrandbedingungen in einem groben Umfang vorhanden!

- Entformungsrichtungen
- Minimale oder maximale Strukturgröße
- Symmetrie
- Fixierte Elemente

Wie geht es weiter?





## → Erweiterung von Fertigungsrandbedingungen, wie z.B.:

- Fräsen
- Drehen
- Strangpressen
- ...

## → Differenzierung unterschiedlicher Materialien, wie z.B.:

- GJS / GJL / GJV
- Stahlguss
- ...

## → Richtlinien und Normen berücksichtigen, wie z.B.:

- DIN-Normen
- VDI-Richtlinien

## → Kombination von Fertigungsrandbedingungen

## → Vereinfachung des Bedienbarkeit

- Verbesserung der GUI (Graphical User Interface)
- Solver
- Verbesserung der Dokumentation

## → Reduktion der Nachbearbeitung durch geeignete Schnittstelle

## → Verkürzung der Rechenzeiten

## → Lastgerechte Auswahl an geeigneten mathematischen Algorithmen