Die Leistungsfähigkeit von Werkzeugmaschinen wird primär durch die verbauten Spindeln determiniert. Die Spindeln werden meist als Hochgeschwindigkeits-Motorspindeln ausgeführt. Die hohen Drehzahlen führen zu hohen thermischen und kinematischen Belastungen. Die infolgedessen entstehende thermische Verlagerung ist hauptursächlich für die unerwünschte Bewegung des Werkzeugs relativ zum Werkstück (Tool-Center-Point-Verlagerung).
Kernelement der vorliegenden Arbeit ist ein neuartiger hybrider Ansatz, der das ursachenspezifische Reduzieren der Tool-Center-Point-Verlagerung ermöglicht. Die Radialverlagerung entsteht infolge der thermischen Asymmetrie des flüssig gekühlten Gehäuses der Motorspindel. Da die Asymmetrie nur durch die Fluidführungen zu Stande kommt, kann diese konstruktiv vermieden werden. Dahingehend wird ein neuer Ansatz eingeführt, der das Quantifizieren thermischer Asymmetrie und damit erstmalig deren gezielte Vermeidung ermöglicht. Die Axialverlagerung entsteht durch eine Überlagerung von Wärmedehnung und kinematischer Verlagerung. In der vorliegenden Arbeit werden datenbasierte Ersatzmodelle konzipiert (Künstliche Neuronale Netze, Entscheidungsbaum, Random Forest), die eine steuerungsseitige Kompensation der Axialverlagerung, ausschließlich auf Basis spindelinterner Daten, ermöglichen.
Die Ansätze können nur auf Basis präziser simulativer Betrachtungen validiert werden. Das Simulationsmodell muss die gesamten thermomechanischen Zusammenhänge abbilden. Als numerische Grundlage wurde eine Kopplung aus Finite Elemente Methode und Computational Fluid Dynamics verwendet. Die Modellentwicklung war besonders herausfordernd, da keine Referenzmodelle vorliegen, die eine Motorspindel in einem derart hohen Drehzahlbereich (40.000 min^{-1}) betrachten. Dahingehend mussten die Randbedingungen erweitert werden, um z. B. die Effekte von Taylor-Wirbeln im Spindelinnenraum zu berücksichtigen.
Verglichen mit den Messungen der Motorspindel zeigte das Simulationsmodell eine mittlere Temperaturabweichung von 1,09 °C. Durch den Ansatz zur Quantifizierung thermoasymmetrischer Temperaturfelder wurde eine Optimierung der Spindelgehäusestruktur bzw. Fluidführung vorgenommen. Damit konnte die Radialverlagerung um 86,1 % reduziert werden. Mit den Methoden der künstlichen Intelligenz wurden datenbasierte Ersatzmodelle trainiert. Mit Blick auf die Testdaten der Ersatzmodelle konnte die Axialverlagerung um 89,8 % reduziert werden.

ISBN 978-3-98555-278-8

10

Reduktion thermischer Verlagerungen von schnelldrehenden Werkzeugmaschinen-spindeln mittels thermosymmetrischer Konstruktion und datenbasierter Ersatzmodelle

Lukas Koch

Lukas Koch

Reduktion thermischer Verlagerungen von schnelldrehenden Werkzeugmaschinenspindeln mittels thermosymmetrischer Konstruktion und datenbasierter Ersatzmodelle

Schriftenreihe **Produktion.Besser.Machen.**

Universität Bayreuth

Fraunhofer IPA

Edition Wissenschaft Apprimus

Reduktion thermischer Verlagerungen von schnelldrehenden Werkzeugmaschinenspindeln mittels thermosymmetrischer Konstruktion und datenbasierter Ersatzmodelle

Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften
der Universität Bayreuth
zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von

Lukas Koch

aus

Obersinn

Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. Frank Döpper
Zweitgutachterin: Prof. Dr.-Ing. Gordana Krüger

Diese Dissertation ist im Rahmen einer kooperativen Promotion mit der Technischen Hochschule Würzburg-Schweinfurt entstanden.

Tag der mündlichen Prüfung: 19.02.2025

Lehrstuhl Umweltgerechte Produktionstechnik
Universität Bayreuth
2025

PRODUKTION.BESSER.MACHEN.

Lukas Koch

Reduktion thermischer Verlagerungen von schnelldrehenden Werkzeugmaschinenspindeln mittels thermosymmetrischer Konstruktion und datenbasierter Ersatzmodelle

Herausgeber:
Prof. Dr.-Ing. Frank Döpper

Band 10

UNIVERSITÄT
BAYREUTH

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über https://portal.dnb.de abrufbar.

Lukas Koch:

Reduktion thermischer Verlagerungen von schnelldrehenden Werkzeugmaschinenspindeln mittels thermosymmetrischer Konstruktion und datenbasierter Ersatzmodelle

1. Auflage, 2025

Gedruckt auf holz- und säurefreiem Papier, 100% chlorfrei gebleicht.

Wissenschaftsverlag des Instituts für Industriekommunikation und Fachmedien an der RWTH Aachen
Steinbachstr. 25, 52074 Aachen, Deutschland
Internet: www.apprimus-verlag.de, E-Mail: info@apprimus-verlag.de

Printed in Germany

ISBN 978-3-98555-278-8

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl Umweltgerechte Produktionstechnik (LUP) der Universität Bayreuth und dem Werkzeugmaschinenlabor der Technischen Hochschule Würzburg-Schweinfurt (THWS). Das Verfassen der Dissertation wäre ohne die vielfältigen Forschungsprojekte an den beiden Institutionen nicht möglich gewesen.

Dahingehend möchte ich mich bei meiner Betreuerin Prof. Dr.-Ing. Gordana Krüger (Laborleiterin des THWS-Werkzeugmaschinenlabors) bedanken, die mich stets großzügig förderte und mir immer neue Perspektiven zur Weiterentwicklung eröffnete. Gleichermaßen gilt mein Dank meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Frank Döpper, Ordinarius des LUP der Universität Bayreuth, der mir immer mit gutem Rat und seiner herzlichen Art zur Seite stand und damit den Weg zur Promotion ebnete.

Weiterhin gilt mein Dank Dr.-Ing. Felix Butz und der Innomotics GmbH - Business Unit Spindle. Das Unternehmen ermöglichte, insbesondere durch das Zurverfügungstellen von Daten hoch akkurater Prüfstände und das unverzichtbare Praxiswissen, das Anfertigen der vorliegenden Arbeit. Weiterhin möchte ich mich bei der Siemens AG bzw. Stephan Platen und Dr.-Ing. Hans-Georg Köpken bedanken, die mit Engagement und Forschergeist meine Arbeit regelmäßig hinterfragten und somit ständig verbesserten.

Die Grundlage für die vorliegende Arbeit wurde durch das Umfeld des Werkzeugmaschinenlabors der THWS geschaffen. Dahingehend gilt mein Dank Julian Müller, Bernd Hennig, Max Pfennig, Roland Oppelt und Roland Pickel, die mit ihrer freundlichen Art und fachlichen Unterstützung die Arbeit bereicherten. Weiterhin gilt mein Dank Prof. Dr.-Ing. Johannes Paulus, Dekan der Fakultät Maschinenbau, ohne dessen Förderung die zeitnahe Anstellung als wissenschaftlicher Mitarbeiter nicht möglich gewesen wäre.

Seitens des LUP der Universität Bayreuth möchte ich mich bei Dr.-Ing. Benjamin Thorenz bedanken, auf dessen Anraten ich die wissenschaftlichen Argumentationen der vorliegenden Arbeit vielfältig präzisieren konnte. Mein Dank gilt weiterhin Markus Friedrich und Lukas Ziefer, die mir stets mit Wissen zur Applikation künstlicher Intelligenz bzw. Machine Learning zur Seite standen.

Die in der vorliegenden Arbeit entwickelten Methoden wurden durch weitreichende studentische Zuarbeit angewendet. Die Ergebnisgüte und -vielfalt wurde insbesondere durch Florian Lang, Nicolai Steinbock, Kateryna Gross, Stefan Krause und Justus Tillmanns gefördert. Deren Abschlussarbeiten werden im Anhang A.1 aufgeführt.

Ganz besonders gilt mein Dank auch meiner Familie, die mich und meinen Ausbildungsweg stets förderten. Insbesondere möchte ich mich dahingehend bei meiner Mutter Cornelia und meinen Schwestern Katharina und Christine bedanken.

Schweinfurt, im September 2024 Lukas Koch

Kurzfassung

Der Werkzeugmaschinenbau ist der stärkste Sektor des deutschen Maschinenbaus. Die Leistungsfähigkeit der Werkzeugmaschinen wird primär durch die verbauten Spindeln determiniert. Die Spindeln werden dazu mehrheitlich als Motorspindeln ausgeführt, bei denen der Elektromotor direkt in der Baugruppe verbaut ist, um höchste Drehmomente und Drehzahlen zu ermöglichen. Die hohen Drehzahlen führen zu hohen thermischen und kinematischen Belastungen. Die infolgedessen entstehende thermische Verlagerung ist hauptursächlich für die unerwünschte Bewegung des Werkzeugs relativ zum Werkstück. In jüngeren Arbeiten wird diese auch als Tool-Center-Point-Verlagerung bezeichnet. Die Verlagerung bildet sich direkt auf dem Werkstück ab bzw. reduziert die erreichbare Arbeitsgenauigkeit der Werkzeugmaschine.

Kernelement der vorliegenden Arbeit ist dahingehend ein neuartiger hybrider Ansatz, der das ursachenspezifische Reduzieren der Tool-Center-Point-Verlagerung vorsieht. Die Radialverlagerung entsteht infolge der thermischen Asymmetrie des flüssig gekühlten Gehäuses der Motorspindel. Nur im Stillstand überträgt sich die Asymmetrie auch auf die Welle. Da die Asymmetrie nur durch die Fluidführungen zu Stande kommt, kann diese konstruktiv *vermieden* werden. Dahingehend wird in der vorliegenden Arbeit ein neuer mathematischer Ansatz eingeführt, der das Quantifizieren thermischer Asymmetrie und damit erstmalig deren gezielte Vermeidung ermöglicht. Die Axialverlagerung entsteht durch eine Überlagerung von Wärmedehnung und kinematischer Verlagerung der Wälzlager. Beide Effekte können durch eine entsprechende Datengrundlage (Temperatursensoren, Drehzahl) hinreichend genau reproduziert werden. In der vorliegenden Arbeit werden datenbasierte Ersatzmodelle konzipiert (künstliche Neuronale Netze, Entscheidungsbaum, Random Forest), die eine steuerungsseitige *Kompensation* der Verlagerung, ausschließlich auf Basis spindelinterner Daten, ermöglichen.

Die Ansätze können nur auf Basis präziser simulativer Betrachtungen ausformuliert, verstanden und validiert werden. Das Simulationsmodell muss die gesamten thermomechanischen Zusammenhänge abbilden. Als numerische Grundlage wurde eine Kopplung aus der Finite Elemente Methode (Thermik) bzw. der Computational Fluid Dynamics (Fluiddynamik bzw. Kühlsystem) verwendet. Die Modellentwicklung war besonders herausfordernd, da keine Referenzmodelle vorliegen, die eine Motorspindel in einem derart hohen Drehzahlbereich ($40.000\,\mathrm{min}^{-1}$) betrachten. Dahingehend mussten die Randbedingungen grundlegend überarbeitet und erweitert werden, um z. B. die Effekte von Taylor-Wirbeln im Spindelinnenraum zu berücksichtigen.

Verglichen mit den Messungen der Motorspindel zeigte das Simulationsmodell eine mittlere Temperaturabweichung von $1{,}09\,^\circ\mathrm{C}$. Mit dem Ansatz zur Quantifizierung thermoasymmetrischer Temperaturfelder wurde eine Optimierung der Spindelgehäusestruktur bzw. Fluidführung vorgenommen. Damit konnte die Radialverlagerung um $86{,}1\,\%$ reduziert werden. Mit den Methoden der künstlichen Intelligenz wurden datenbasierte Ersatzmodelle trainiert. Entscheidungsbaum und Random Forest führten zu präziseren Ergebnissen als künstliche Neuronale Netze. Bei der Betrachtung der Trainingsdaten konnte die Axialverlagerung um $99{,}8\,\%$ reduziert werden. Wurden hingegen die Testdaten betrachtet, die den Ersatzmodellen nicht bekannt waren, konnte die Axialverlagerung um $89{,}8\,\%$ reduziert werden.

Abstract

Machine tool manufacturing is the mechanical engineering sector with the highest turnover in Germany. The performance of machine tools is primarily determined by the spindles used. The majority of spindles are designed as motorized spindles in which the electric motor is installed directly in the assembly to enable maximum torques and speeds. The high speeds lead to high thermal and kinematic loads. The resulting thermal displacement is the main cause of the undesirable movement of the tool relative to the workpiece. In more recent work, this is also referred to as tool-center-point-displacement. The displacement is directly reflected on the workpiece and reduces the achievable working accuracy of the machine tool.

The core element of this work is a novel hybrid approach that provides a cause-specific reduction of the tool-center-point-displacement. The radial displacement is caused by the thermal asymmetry of the liquid-cooled housing of the motorized spindle. The asymmetry is only transferred to the shaft at standstill. Since the asymmetry is only caused by the fluid passages, it can be avoided by design. To this end, a new mathematical approach is introduced in the present work, which enables the quantification of thermal asymmetry and thus its targeted avoidance for the first time. The axial displacement is caused by a superposition of thermal expansion and kinematic displacement of the rolling bearings. Both effects can be reproduced with sufficient accuracy using an appropriate data basis (temperature sensors, speed). In the present work, data-based substitute models are designed (artificial neural networks, decision tree, random forest), which enable a control-side *compensation* of the displacement, exclusively on the basis of internal spindle data.

The approaches can only be formulated, understood and validated on the basis of precise simulative observations. The simulation model must represent the entire thermomechanical cause-effect relationships. A coupling of the finite element method (thermal) and computational fluid dynamics (fluid cooling system) was used as the numerical basis. The model development was particularly challenging, as there are no reference models that consider a motor spindle in such a high speed range ($40.000\,\mathrm{min}^{-1}$). In this respect, the boundary conditions had to be fundamentally revised and extended to take into account, for example, the effects of Taylor vortices in the spindle interior.

Compared to the measurements of the motor spindle the simulation model showed an average temperature deviation of $1{,}09\,°\mathrm{C}$. The approach for quantifying thermoasymmetric temperature fields was used to optimize the spindle housing structure and fluid passages. This enabled the radial displacement to be reduced by $86{,}1\,\%$. Data-based models were trained using artificial intelligence methods. Decision tree and random forest led to more precise results than artificial neural networks. When looking at the training data, the axial displacement could be reduced by $99{,}8\,\%$. If, on the other hand, the test data was considered, which was not known to the models, the axial displacement could be reduced by $89{,}8\,\%$. An english summary and outlook is available in chapter 10.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

> *Das Herzstück einer Werkzeugmaschine ist die Hauptspindel. Ihre Antriebsleistung zusammen mit den Schneidstoffen bestimmt maßgeblich die Leistungsfähigkeit der Werkzeugmaschine.*
>
> BUTZ [BUT07, S. 27]

Deutschland hat mit 13 % direkt nach China den zweitgrößten Anteil an der weltweiten Werkzeugmaschinenproduktion [STA24a]. Mit einem Umsatz von 22,9 Mrd. € war der Werkzeugmaschinenbau auch der stärkste Sektor des deutschen Maschinenbaus im Jahr 2023 [STA24b]. Die Wettbewerbsfähigkeit kann nur durch die im Eingangszitat beschriebene hohe Leistungsfähigkeit der Maschine, die primär durch deren Hauptspindel determiniert wird, sichergestellt werden.

Durch eine Erhöhung der Schnittleistung lässt sich direkt der Hauptzeitanteil des Produktionsprozesses reduzieren bzw. die Leistungsfähigkeit der Werkzeugmaschine steigern. Die Folge dieses Bestrebens ist der Wunsch nach immer höheren Drehzahlen und Drehmomenten der Hauptantriebe [ABE10, S. 782]. Diese Entwicklung führte dazu, dass sich direktgetriebene Spindeln zügig als bevorzugte Antriebsart von Werkzeugmaschinen durchsetzten [GEB97, S. 2]. Direktgetriebene Spindeln ermöglichen fünf- bis zehnmal höhere Schnittgeschwindigkeiten und Arbeitsvorschübe gegenüber fremdgetriebenen Spindeln [SCH94].

Die hohe Dynamik wird durch das Integrieren des Elektromotors in die Baugruppe erreicht, weswegen direktgetriebene Spindeln auch als Motorspindeln bezeichnet werden. Fortwährende Produktivitätssteigerungen führten dazu, dass die Spindeln inzwischen an der Grenze ihrer Leistungsfähigkeit betrieben werden. Motorspindeln wurden so auch zu kritischen Komponenten, die die Maschinenverfügbarkeiten durch deren Zuverlässigkeit determinieren [BUT07, S. 27]. Durch die hohen Drehzahlen entstehen sowohl signifikante fliehkraftbedingte als auch thermische Belastungen. Infolgedessen bestimmt die Komponente jedoch auch die erreichbare Arbeitsgenauigkeit der Werkzeugmaschine, die durch die Relativbewegung zwischen Werkzeug und Werkstück bestimmt wird [GEB97, S. 2]. Etwaige Störeinflüsse, die eine Relativbewegung zur Folge haben, bilden sich direkt auf dem Werkstück ab.

Die Relativbewegung infolge von Störeinflüssen wird in jüngeren Arbeiten auch als Tool-Center-Point-Verlagerung (TCP-Verlagerung) bezeichnet [BRE14, S. 491]. Die TCP-Verlagerung von Werkzeugmaschinen hat geometrische, statische, dynamische und thermische Ursachen [PUT19]. Der thermische Einfluss ist dominant und führt, je nach Studie, zu 50 % [WEC95, S. 589], 57 % [PUT18, S. 5] bis hin zu 75 % [MAY12, S. 771] der Gesamtverlagerung. Die Motorspindel wird dabei als kritische Komponente bzw. Hauptverursacher betrachtet [BRY90, S. 652; CHE95, S. 1402; DEN18, S. 1]. Das kann mit der großen Verlustleistung von Motorspindeln [DEN11, S. 348] und der räumlichen Nähe zum TCP begründet werden. Darüber hinaus kann die thermische Verlagerung der Spindel, gegenüber den übrigen thermisch wirksamen Komponenten der Werkzeugmaschine, nicht fortlaufend im Betrieb mit Glasmaßstäben überwacht werden.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Reduktion der spindelseitigen TCP-Verlagerung. Der dominierende thermisch induzierte Anteil der Verlagerung liegt dabei im Fokus. Die thermische Verlagerung wird erstmal ursachenspezifisch reduziert. Soweit möglich, soll deren Auftreten durch Konstruktionsoptimierungsansätze *vermieden* werden. Der nicht vermeidbare Anteil der Verlagerung wird im Betrieb *kompensiert*.

Dahingehend wird zunächst der Aufbau von Motorspindeln erläutert. Um die thermisch induzierte Verlagerung vermeiden bzw. kompensieren zu können, müssen die thermomechanischen Wirkzusammenhänge verstanden werden. Das gelingt durch das Aufzeigen der Wärmetransfermechanismen und in der Literatur vorhandener thermischer Spindelmodelle. Die Darstellung des Standes der Technik wird durch das Darlegen der unterschiedlichen Ansätze zur TCP-Verlagerungsreduktion (*vermeiden*, vermindern, *kompensieren*) abgeschlossen.

Im Anschluss wird der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte, hybride Ansatz zur Reduktion der TCP-Verlagerung vorgestellt. Die Erprobung und Umsetzung erfolgt auf Basis von thermisch-fluidmechanisch gekoppelten Modellen. Radial- und Winkelverlagerung am TCP können durch thermosymmetrisches Konstruieren *vermieden* werden. Ein dafür erforderlicher Ansatz zur Quantifizierung thermoasymmetrischer Temperaturfelder wird dahingehend hergeleitet. Das *Kompensieren* der axialen Verlagerung, die stets in Folge der Wärmedehnung auftritt, gelingt durch datenbasierte Ersatzmodelle, die mit den Methoden der künstlichen Intelligenz aufgestellt werden.

2 Stand der Technik

Grundsätzlich wird zwischen fremdgetriebenen und direktgetriebenen Spindeln (d. h. Motorspindeln, s. 1. Kapitel) unterschieden. Fremdgetriebene Spindeln werden durch einen externen Motor, der mit der Spindel über Zahnräder oder Riemen verbunden ist, angetrieben. Direktgetriebene Spindeln erfordern keine Zusatzelemente, da der namensgebende Motor direkt in die Baugruppe integriert ist. Die weiteren Ausführungen werden in der vorliegenden Arbeit auf die direktgetriebenen Motorspindeln beschränkt, da diese heutzutage die am weitesten verbreitete Antriebsform von Werkzeugmaschinen darstellen [ABE10, S. 781]. Gleichwohl sind die vorgestellten Ansätze auch auf die thermisch weniger komplexen fremdgetriebenen Spindeln übertragbar. Zunächst wird im nachfolgenden Abschnitt 2.1 ein grundlegendes Verständnis der Baugruppe vermittelt. Bestehende thermische Spindelmodelle werden daraufhin in Abschnitt 2.2 vorgestellt und Ansätze zum Verringern der thermomechanischen Verlagerung in Abschnitt 2.3 beschrieben. Abbildung 1 zeigt exemplarisch die Motorspindel eines 5-Achs-Bearbeitungszentrums.

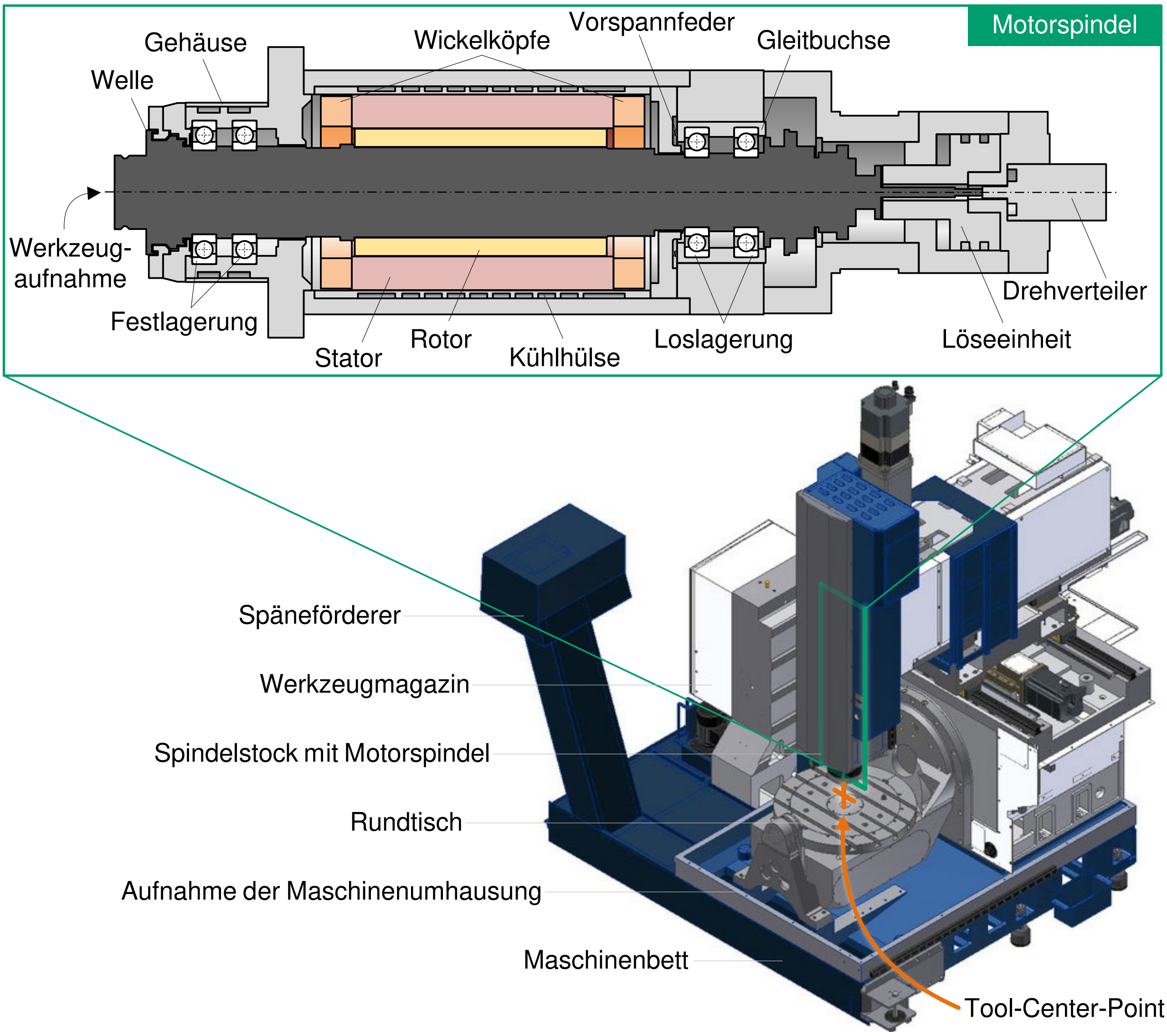


Abb. 1: Motorspindel eines 5-Achs-Bearbeitungszentrums, Bild der Werkzeugmaschine mit freundlicher Genehmigung der Spinner GmbH.

2.1 Aufbau von Motorspindeln

Kernelement der Baugruppe (Abbildung 1) ist der aus Rotor und Stator bestehende Elektromotor. Besondere Aufmerksamkeit sollte den Wickelköpfen der Statorwicklung geschenkt werden, da dort Temperaturmaxima zu erwarten sind. Motorspindeln ermöglichen deutlich höhere Drehzahlen als fremdgetriebene Spindeln. Dies liegt darin begründet, dass deren Drehzahlspektrum, entgegen der fremdgetriebenen Bauform, nicht durch die Momentenübertragung mittels Riemen oder Zahnräder beschränkt wird [WEB13, S. 133]. Je nach Anwendungsfall und Bauart erreichen Motorspindeln bis zu $300.000\,\mathrm{min}^{-1}$ [ABE10, S. 783].

Der Elektromotor wird von einer Kühlhülse umfasst, da er üblicherweise die größte Verlustleistung bzw. Wärmemenge in der Baugruppe generiert. Die Kühlhülse bildet die Hauptwärmesenke der Spindel und beeinflusst damit maßgeblich deren thermisches Verhalten. Eine nähere Betrachtung der Hülsenkonstruktionen kann einer früheren Arbeit des Autors entnommen werden [KOC21a]. Die Kühlhülse umfasst den Stator zwischen Fest- und Loslagerung. Als Lagerung kommen unterschiedliche Konzepte zum Einsatz. Die Betrachtungen in dieser Arbeit werden auf wälzgelagerte Motorspindeln eingegrenzt, die inzwischen am weitesten verbreitet sind [DEN20a, S. 3275]. Die Loslager sind mit einer Kugel- oder Gleitbuchse montiert, die eine Verspannung durch thermische oder dynamische Veränderungen im Betrieb verhindern. Obwohl es sich bei dem gesamten Lagerkonzept um eine angestellte Lagerung handelt, wird wegen der Buchsenkonstruktion von einer Fest- und Loslagerung gesprochen [BUT07, S. 10 – 13].

Spindeln erfordern eine hohe Steifigkeit bei der Bearbeitung in axialer und radialer Richtung. Diese Steifigkeit wird durch eine definierte Vorspannung erzielt, die durch Vorspannfedern an der Gleitbuchse in das System gebracht werden. Spindeln, die für Bohrbearbeitungsprozesse verwendet werden, benötigen Lager mit möglichst großem Kontaktwinkel für eine hohe axiale Steifigkeit. Spindeln für die Hochgeschwindigkeits-Fräsbearbeitung erfordern dagegen kleinere Kontaktwinkel, um den Einfluss durch die Zentrifugalkräfte auf die radiale Steifigkeit – und damit deren Änderung – zu verringern [ABE10, S. 782 – 783]. Vor dem Festlager befindet sich die Werkzeugaufnahme, bei der es sich bei modernen Anlagen in der Regel um eine HSK-Schnittstelle (Hohlschaftkegel; für eine nähere Betrachtung vgl. bspw. [BRE19, S. 398 – 399]) handelt. Weit verbreitet in der Industrie ist das Spannen des Werkzeugs mittels Spannzange, bei der eine kegelförmige Aufnahme das Werkzeug zentriert. Über einen Kolben in der Welle kann die Werkzeugaufnahme durch eine hydraulische Löseeinheit am anderen Ende der Spindel wieder freigegeben werden. Der Drehverteiler dahinter ermöglicht das Übergeben von Medien an die rotierende Welle.

Die Wellen- bzw. Werkzeugspitze wird in Werkzeugmaschinen als Tool-Center-Point (TCP) bezeichnet (Abbildung 1, rechts unten). Die Verlagerung des TCP relativ zum Werkstück bzw. dem Rundtisch im Maschinenbetrieb ist maßgebend für die erreichbare Präzision der Werkzeugmaschine. Hauptursächlich für diese Verlagerung ist die thermisch induzierte Verformung der Maschinenkomponenten [MAY12, S. 771]. Die im Fokus der vorliegenden Arbeit stehende Motorspindel hat ihrerseits den größten Einfluss auf diese thermomechanische Verlagerung [DEN18, S. 1]. Ein besseres Verständnis der thermischen Herausforderungen wird mit Simulationsmodellen erreicht. Bestehende thermische Spindelmodelle aus der Literatur werden im nachfolgenden Abschnitt 2.2 vorgestellt.

2.2 Thermische Modellierung

Grundlegend werden zunächst in Unterabschnitt 2.2.1 die Wärmeübertragungsmechanismen erläutert, um darauf aufbauend im nachfolgenden Unterabschnitt 2.2.2 vorliegende thermische Spindelmodelle und deren Randbedingungen diskutieren zu können.

2.2.1 Wärmeübertragungsmechanismen

Nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik fließt Wärme stets von einer wärmeren Region hin zu einer kälteren Region [STE13, S. 19]. Der Wärmeübertragungsvorgang wird durch drei unterschiedliche physikalische Phänomene bewerkstelligt. In aller Regel wird zwischen Wärmeleitung, Konvektion und Wärmestrahlung unterschieden. Diese Dreiteilung wurde von den meisten Autoren übernommen, obgleich NUSSELT schon 1915 darauf hinwies, dass der Wärmetransport bei Konvektion nur zusammen mit Wärmeleitung funktioniert [NUS15; VON15, S. 3 – 4]. Die drei Mechanismen werden nachfolgend in Anlehnung an das Werk von STEPHAN [STE13, S. 19 – 22] erläutert.

(1) Wärmeleitung

Als Wärmeleitung wird der Energietransport zwischen benachbarten Molekülen durch mechanische Wechselwirkung (Stöße zwischen den Molekülen) bezeichnet. Dieser Vorgang ist begründet in der chaotischen Bewegung der Moleküle um ihre Ruhelage, die mit steigender Temperatur zunimmt. Eine höhere Temperatur bedeutet demnach eine höhere kinetische Energie. Die Weitergabe der kinetischen Energie erfolgt ohne Materialtransport [BAR21, S. 3]. Moleküle mit höherer kinetischer Energie übertragen Energie an jene mit niedrigerer kinetischer Energie. In Metallen erfolgt überdies ein Energietransport durch freie Elektronen. Dieser zusätzliche Mechanismus, der analog zur Leitung des elektrischen Stroms betrachtet werden kann, macht Metalle zu den Werkstoffen mit den höchsten elektrischen und thermischen Leitfähigkeiten [HER08, S. 1]. Analytisch beschrieben wird der Wärmeleitungsvorgang durch das sogenannte Fouriersche Gesetz [FOU22, S. 611]:

$$\dot{q} = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \tag{2-1}$$

Das Fouriersche Gesetzt besagt, dass die Wärmestromdichte $\dot{q}$, bedingt durch einen lokalen Temperaturgradienten $\frac{\partial T}{\partial x}$ in Richtung einer Ortskoordinate x, nur von der Wärmeleitfähigkeit λ (Stoffwert) abhängt. Die Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten ist kleiner als die der Metalle. Gase weisen ihrerseits meist kleinere Werte auf als Flüssigkeiten. Gleichung (2-1) ist die Grundlage zur analytischen Berechnung sämtlicher Wärmeleitungsvorgänge. Soll beispielsweise die Wärmeleitung durch einen Teil des Spindelgehäuses in axialer Richtung berechnet werden, kann der Vorgang vereinfacht als eindimensionale Wärmeleitung durch eine ebene Platte betrachtet werden (Abbildung 2). Der Vorgang wird als stationär betrachtet, d. h. die Temperaturen können sich mit dem Ort, nicht aber mit der Zeit ändern [HER08, S. 11]. Gleichung (2-1) vereinfacht sich somit zu:

$$\dot{q} = -\lambda \cdot \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \tag{2-2}$$

Gleichung (2-2) kann mit den Randwerten von Abbildung 2 integriert werden. Die Randwerte umfassen die Wandtemperatur an der Innenseite T_{innen} und Außenseite $T_{außen}$ sowie die Stärke der Wand s. Die Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit λ von der Temperatur ist

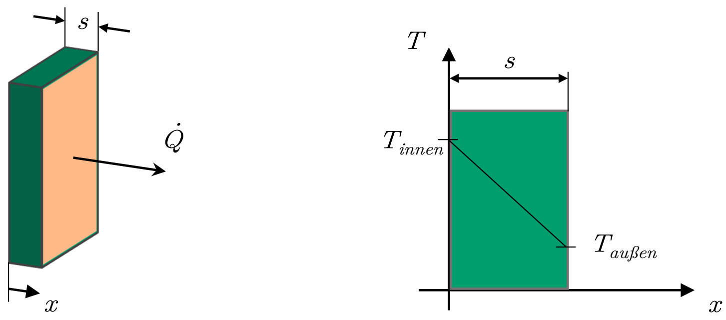


Abb. 2: Stationäre Wärmeleitung in einer ebenen Platte.

bei kleinen Temperaturunterschieden meist unbedeutend und wird in diesem Beispiel vernachlässigt. Dementsprechend kann die nachfolgende Gleichung (2-3) aufgestellt werden:

$$\dot{q} \int_{0}^{s} \mathrm{d}x = -\lambda \int_{T_{innen}}^{T_{außen}} \mathrm{d}T \tag{2-3}$$

Die Wärmestromdichte $\dot{q}$ ergibt sich somit nach Gleichung (2-4). Über die Fläche der Wand A_W wird mit der Beziehung $\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A_W}$ in Gleichung (2-5) der vorliegende Wärmestrom $\dot{Q}$ berechnet.

$$\dot{q} = \frac{\lambda}{s} \cdot (T_{innen} - T_{außen}) \tag{2-4}$$

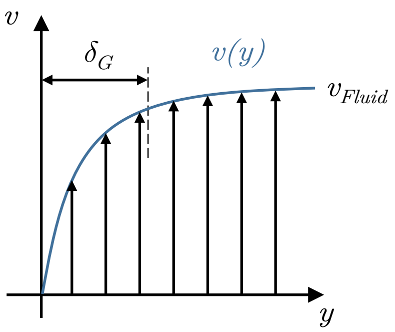
$$\dot{Q} = \frac{\lambda \cdot A_W}{s} \cdot (T_{innen} - T_{außen}) \tag{2-5}$$

Wärmeleitung kann sowohl in Festkörpern als auch in Flüssigkeiten und Gasen stattfinden. In dieser Arbeit wird der Wärmeleitungsvorgang in den Festkörpern mit der Methode der Finiten Elemente berechnet. Komplexere Bauteile, deren Geometrien nicht exakt im Modell abgebildet sind sowie Festkörper-Kontaktsituationen (zwischen den einzelnen Bauteilen), erfordern eine separate Beschreibung der Wärmeleitfähigkeit bzw. der Wärmeübertragung (vgl. Unterabschnitt 2.2.2 ab S. 9).

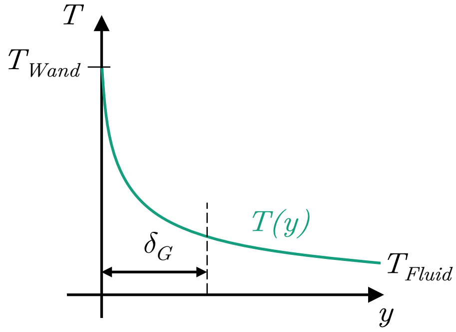
(2) Konvektion

Konvektion ist der Energietransport, der in einem strömenden Medium stattfindet. Zusätzlich zum Wärmeleitungsvorgang erfolgt hier ein Energietransport durch eine (makroskopische) Bewegung des Fluids. Die mathematische Beschreibung ist demnach deutlich schwieriger als bei der Wärmeleitung, da der Energietransport nicht nur von einem Stoffwert λ abhängt, sondern auch von Prozessparametern des Fluids bzw. Eigenschaften der Wand.

Diese Form der Wärmeübertragung ist für die vorliegende Arbeit von großer Bedeutung, da die Flüssigkeitskühlung als bedeutendste Wärmesenke einen konvektiven Wärmeübergang nutzt. Für eine Quantifizierung des Wärmetransports ist dabei eine Beschreibung des Strömungsrandes von Bedeutung. Wie in Abbildung 3a ersichtlich, beträgt die Geschwindigkeit v an der Wand $0\,\mathrm{m/s}$. Mit dem Wandabstand y steigt die Strömungsgeschwindigkeit bis hin zur Geschwindigkeit des Fluids v_{Fluid}, wobei der Gradient der Geschwindigkeit in einem Bereich nahe der Wand am größten ist. Dieser Bereich wird als thermische bzw. strömungsmechanische Grenzschicht δ_G bezeichnet. Das sich ausbildende Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht bzw. deren Breite beeinflusst die konvektive Wärmeübertragung maßgeblich.



(a) Betrachtung der Fluidgeschwindigkeit



(b) Betrachtung der Temperatur

Abb. 3: Grenzschichtbereich zwischen einer ruhenden Wand ($y = 0$) und einem strömenden Fluid.

Im Fall der Flüssigkeitskühlung liegt, wie in Abbildung 3b veranschaulicht, die Wandtemperatur T_{Wand} über der Flüssigkeitstemperatur T_{Fluid}. Demnach wird der Wand Energie entzogen. Dieser Zusammenhang kann mit Gleichung (2-6) beschrieben werden.

$$\dot{q} = \alpha \cdot (T_{Wand} - T_{Fluid}) \tag{2-6}$$

Die jeweilige Wärmestromdichte $\dot{q}$, mit der Wärme an das Fluid übertragen wird, ist abhängig von der Temperaturdifferenz $T_{Wand} - T_{Fluid}$. Zusätzlich besteht jedoch auch eine Abhängigkeit von den jeweiligen Stoffwerten, den Oberflächeneigenschaften der Wand, der vorliegenden Strömungsform (laminar und/oder turbulent) und weiteren strömungsmechanischen Prozessparametern wie Fluidgeschwindigkeit und -temperatur. Diese werden in Gleichung (2-6) in Form eines sogenannten Wärmeübergangskoeffizienten α berücksichtigt. Analog zum Vorgehen bei der Wärmeleitung kann mit Gleichung (2-7) der Wärmestrom $\dot{Q}$ über die Wandoberfläche A_α bestimmt werden.

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A_\alpha \cdot (T_{Wand} - T_{Fluid}) \tag{2-7}$$

Wie der Wärmeübergangskoeffizient α bestimmt werden kann, hängt von der jeweiligen technischen Konfiguration bzw. den vorliegenden Randbedingungen ab. Generell wird dabei mit der Nusselt-Zahl Nu gerechnet, die den Wärmeübergangskoeffizienten in dimensionsloser Form darstellt:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda} \tag{2-8}$$

L bezeichnet die charakteristische Länge bzw. das Bezugsmaß des betrachteten Problems und λ die Wärmeleitfähigkeit des Fluids. Korrelationsanalysen mit der Nusselt-Zahl zeigen, dass grundlegend bei der Analyse der Konvektion zwischen folgenden beiden Arten unterschieden werden muss:

(1) *Erzwungene Konvektion* findet durch das Einwirken von äußeren Kräften statt, wie beispielsweise die Pumpe des Kühlaggregates, die einen definierten Volumenstrom in den Kühlkreislauf einbringt. Bei erzwungener Konvektion kann die Strömungsform durch die Reynolds-Zahl Re oder die Taylor-Zahl Ta beschrieben werden [FÉN11, S. 2]. Zur Beschreibung des Fluids wurde als dimensionsloser Stoffwert die Prandtl-Zahl Pr als weitere handhabbare Größe eingeführt. Im Fall der erzwungenen Konvektion erfolgt demnach die Ermittlung des Wärmeübergangskoeffizieten α meist über die Reynolds-Zahl (oder die Taylor-Zahl) und die Prandtl-Zahl:

$$\rightarrow Nu = f(Re, Ta, Pr) \tag{2-9}$$

(2) *Freie Konvektion* liegt vor, wenn das Fluid durch keine äußeren Kräfte beeinflusst wird. Im Fall der Motorspindel liegt diese Form der Konvektion an einigen Außenflächen als Wärmeübergang zur Umgebungsluft vor. Die Strömung wird hierbei durch das Fluid selbst, in der Regel durch Dichteunterschiede und Konzentrationsgradienten, verursacht. Quantifiziert wird dieser Zusammenhang durch die dimensionslose Grashof-Zahl Gr. Zusätzlich wird zur Beschreibung des Fluids ebenfalls die Prandtl-Zahl verwendet. Bei freier Konvektion erfolgt somit die Ermittlung der Nusselt-Zahl in aller Regel über die Grashof- und Prandtl-Zahl:

$$\rightarrow Nu = f(Gr, Pr) \tag{2-10}$$

In allen thermischen Modellen (Kapitel 2.2.2) werden die erforderlichen Wärmeübergangskoeffizienten über die Nusselt-Zahl Nu bestimmt. Aufbauend auf dem vorliegenden technischen Problem bzw. der Strömungscharakteristik, muss der Wärmeübergangskoeffizient α nach Gleichung (2-8) bestimmt und in Form einer entsprechenden Randbedingung an das Modell angetragen werden.

(3) Wärmestrahlung

Als Wärmestrahlung wird der Energietransport durch elektromagnetische Wellen bezeichnet. Jeder Körper (mit einer Temperatur $> 0\,\mathrm{K}$) emittiert Wärmestrahlung. Wärmestrahlung ist im Gegensatz zu Wärmeleitung und Konvektion nicht stoffgebunden. Der Energietransport durch elektromagnetische Wellen kann auch im Vakuum stattfinden. Maximal kann von einem Körper eine Wärmestromdichte $\dot{q}$ in Form von Wärmestrahlung emittiert werden:

$$\dot{q} = \sigma \cdot T_O^4 \tag{2-11}$$

In Gleichung (2-11) bezeichnet T_O die Oberflächentemperatur und $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2\,K^4)}$ die Stefan-Boltzmann-Konstante [BAE06, S. 26]. Gleichung (2-11) gilt ausschließlich für einen theoretischen Körper mit maximaler Wärmestromdichte, der auch als schwarzer Körper bezeichnet wird. Ein schwarzer Körper kann in der Realität durch eine Schwärzung der Oberfläche angenähert werden. Bei gleicher Temperatur ist die Wärmestrahlung eines realen Körpers immer geringer als die des schwarzen Körpers. Bei einem realen Körper wird mit nachfolgender Gleichung (2-12) die Wärmestromdichte $\dot{q}$ bzw. mit Gleichung (2-13) über die Oberfläche A_O, der Wärmestrom $\dot{Q}$ berechnet.

$$\dot{q} = \epsilon \cdot \sigma \cdot T_O^4 \tag{2-12}$$

$$\dot{Q} = \epsilon \cdot \sigma \cdot A_O \cdot T_O^4 \tag{2-13}$$

In den beiden Gleichungen bezeichnet ϵ den Emissionsgrad, für den gilt $0 \leq \epsilon \leq 1$. Der Emissionsgrad ist wiederum eine Funktion der Temperatur und den Parametern der Strahlung (wie z. B. der Wellenlänge). Körper bei denen näherungsweise $\epsilon = const.$ gilt, werden als graue Körper bezeichnet. Wie bei der Konvektion muss die Wärmestrahlung in Form einer Randbedingung an das Simulationsmodell angetragen werden.

2.2.2 Spindelmodelle

Die thermische Modellierung von Spindeln rückte Mitte der 1990er Jahre erstmals in den Fokus der Werkzeugmaschinentechnik. Wesentliche Pionierarbeit wurde von GEBERT [GEB97] bzw. BOSSMANNS & TU [BOS99; BOS00] geleistet. Damals wurde primär mit thermischen Netzwerkmodellen gearbeitet, wohingegen die heutigen Untersuchungen fast ausschließlich mit der Methode der Finiten Elemente (FEM, vgl. [MER10] oder [STE15]) durchgeführt werden. Gleichwohl zeichnete sich bereits Ende der 1990er Jahre ab, dass einige der Randbedingungen (vgl. Abbildung 4) nicht präzise ermittelt werden können.

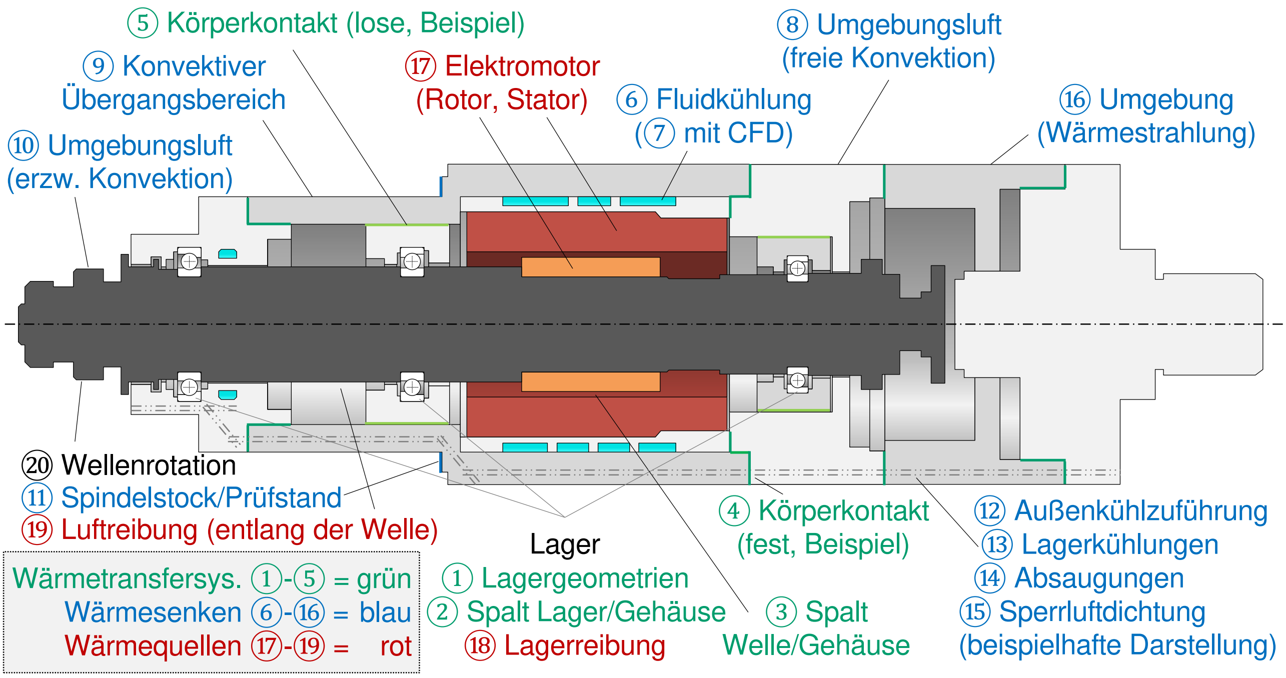


Abb. 4: Schnittdarstellung einer Motorspindel mit den physikalischen Phänomenen, die als Randbedingungen in thermischen Modellen berücksichtigt werden müssen, eigene Darstellung einer Spindel der Innomotics GmbH mit $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

Das Thema blieb daraufhin in den letzten 30 Jahren präsent in der Wissenschaft bzw. findet in der jüngeren Vergangenheit vermehrt Aufmerksamkeit. Das kann damit begründet werden, dass präzise Spindelmodelle bis heute aufwändige empirische Untersuchungen erfordern. Mit Simulationsmodellen kann ein umfassendes Verständnis bzgl. des thermischen Verhaltens von Spindeln aufgebaut werden. Damit können nichtlineare Effekte wie das Verspannen der Lagerungen (vgl. Abschnitt 2.1) bzw. die thermisch induzierte Verlagerung modellbasiert beschrieben und verstanden werden. Infolgedessen können Lebensdauer und Arbeitsgenauigkeit der Spindeln erhöht werden. Im Folgenden wird ein Überblick über existierende thermische Spindelmodelle gegeben. Der Schwerpunkt der tabellarischen Betrachtungen (Tabelle 1 – 2) liegt dabei auf den 20 Randbedingungen (s. erste Spalte), die in Analogie zu Abbildung 4 in Wärmetransfersysteme, Wärmesenken und Wärmequellen untergliedert werden. Die Abbildungen 5 – 6 visualisieren darunter das Drehzahlspektrum der Modelle.

Wärmetransfersysteme fungieren als Bindeglied zwischen den Wärmequellen und Wärmesenken. Wärme wird durch Wärmeleitung, Konvektion und Strahlung übertragen (vgl. Unterabschnitt 2.2.1). In technischen Systemen bzw. Spindeln liegen stets Mischformen dieser drei grundlegenden physikalischen Wärmeübertragungsprinzipien vor.

Tab. 1: Thermische Spindelmodelle im Drehzahlbereich $0\,\mathrm{min}^{-1}$ bis $10.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

● = *analytisches Modell*
⊙ = *halbempirisches Modell*
○ = *empirische Ermittlung*

	[XIA14]	[SUN10]	[CUI18]	[LUO23b]	[ZHA22b]	[UDU13]	[DAI22]	[LUO23a]	[XIA22]	[HEI23]	[ZHA12]	[ZIV18]	[SYA10]	[ZHA23b]	[BRE21]	[ZAH12]	[ZHO22]	[LI23]
Wärmetransfersysteme																		
1 Lagergeometrien												●				●		
2 Spalt Lager/Gehäuse								●				●			●	●		
3 Spalt Welle/Gehäuse			●	●						●		●		●				●
4 Körperkontakte (fest)			○						●						●			
5 Körperkontakte (lose)															●			
Wärmesenken																		
6 Fluidkühlung (analyt.)			●		●		●		●		●		●	●				●
7 Fluidkühlung (CFD)																		
8 Freie Konvektion	●	●	●		●			●		●		●		●	●		●	●
9 Konv. Übergangsbereich												○						
10 Erzw. Konvektion	●	●	●		●			●		●	●	●	●		●		●	●
11 Spindelstock															●			
12 Außenkühlzuführungen																		
13 Lagerkühlung							○						●	○		●	●	○
14 Absaugungen																		
15 Sperrluftdichtungen																		
16 Wärmestrahlung										●					●			
Wärmequellen																		
17 Elektromotor			●	●	●	●	●		●	●			●	●			●	●
18 Lagerreibung	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	○	●	●	●
19 Luftreibung															●			
20 Wellenrotation																		

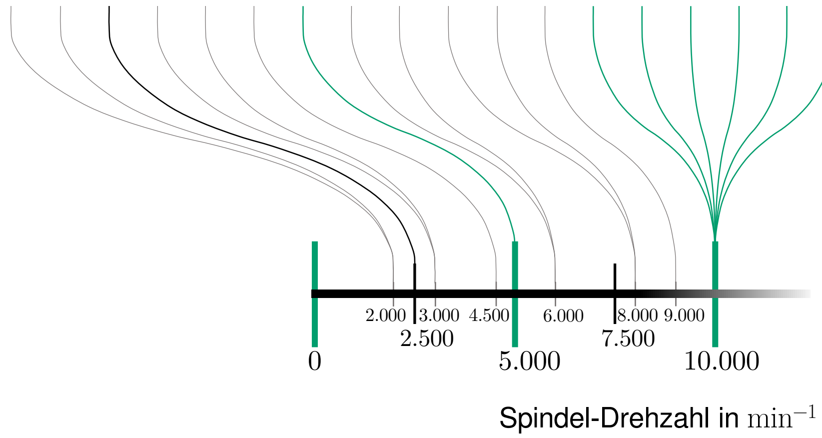


Abb. 5: Drehzahlspektrum thermischer Spindelmodelle zwischen $0\,\mathrm{min}^{-1}$ und $10.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

Zwischen der rotierenden Welle und dem statischen Gehäuse muss der Wärmedurchgang durch die 1 Lagergeometrien betrachtet werden. Dieser wird maßgeblich durch die Kontaktsituation zwischen Wälzkörpern und Lagerringen begrenzt. Die recht aufwändigen analytischen Modelle von ESCHMANN ET AL. [ESC78], NAKAJIMA [NAK95] und GEBERT [GEB97, S. 103 – 112] bauen auf der Hertzschen Kontakttheorie [HER82] auf.

Tab. 2: Thermische Spindelmodelle im Drehzahlbereich $10.000\,\mathrm{min}^{-1}$ bis $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

● = *analytisches Modell*
⊙ = *halbempirisches Modell*
○ = *empirische Ermittlung*

	[LIU11]	[NIK17]	[UHL12]	[ZHA18a]	[MA15]	[WAN21]	[CHE22]	[ZHA17]	[HUA16]	[KOC17]	[DEN20b]	[SON16]	[DU15]	[JON23]	[BOS99]	[KIM10]	[GEB97]	*vorl. Arbeit*
Wärmetransfersysteme																		
(1) Lagergeometrien			●							●					●		●	●
(2) Spalt Lager/Gehäuse					●		●								●		●	
(3) Spalt Welle/Gehäuse			●	●	●		●	●		●	●		●				●	●
(4) Körperkontakte (fest)			●				●	●			●						●	●
(5) Körperkontakte (lose)		●															●	●
Wärmesenken																		
(6) Fluidkühlung (analyt.)			●	●	●	●	●	●			●	●			●		●	
(7) Fluidkühlung (CFD)									●	●								●
(8) Freie Konvektion			●	●	●		●	●		●	●		●	●	●	●	●	●
(9) Konv. Übergangsbereich																	●	●
(10) Erzw. Konvektion	●	●		●	●	●	●	●		●	●	●	●	●	●	●	●	●
(11) Spindelstock																	●	○
(12) Außenkühlzuführungen																		●
(13) Lagerkühlung				●			●				●				○			●
(14) Absaugungen																		●
(15) Sperrluftdichtungen																		●
(16) Wärmestrahlung												●				●	●	●
Wärmequellen																		
(17) Elektromotor		●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●		●	●
(18) Lagerreibung	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	○	●	○	⊙
(19) Luftreibung															●		○	●
(20) Wellenrotation																		●

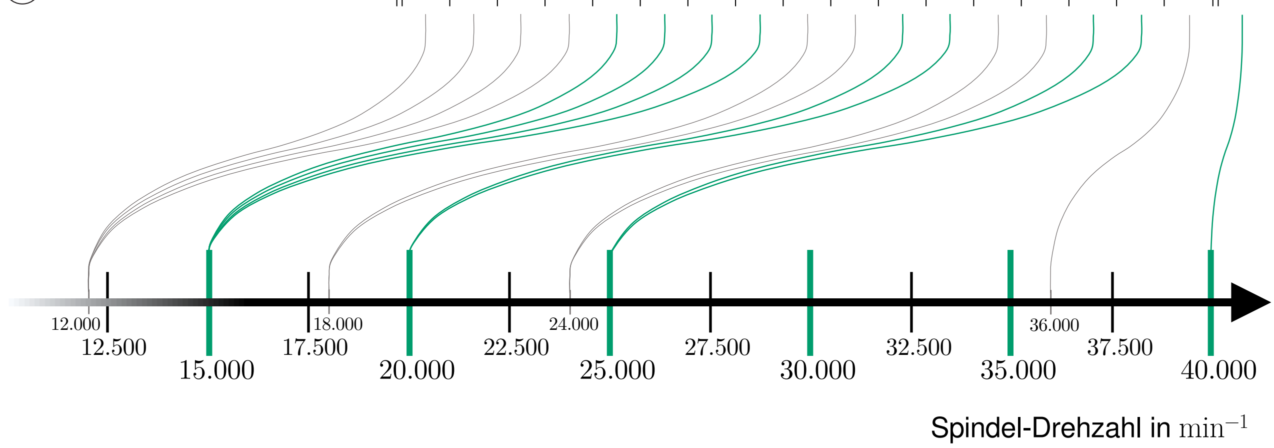


Abb. 6: Drehzahlspektrum thermischer Spindelmodelle zwischen $10.000\,\mathrm{min}^{-1}$ und $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

Zusätzlich wird von einigen Autoren der (2) Spalt zwischen Wälzlager und Spindelgehäuse quantifiziert. GEBERT [GEB97, S. 65 – 66] bzw. BOSSMANNS & TU [BOS99, S. 1353 – 1355] verwenden Gleichungen zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten, die die Kenntnis der Rautiefen, Flächenpressungen bzw. der thermoelastischen Kontaktsituation erfordern. Die Wärmeübertragung zwischen rotierender (3) Welle und dem Gehäuse muss entlang des gesamten Luftspalts unter Berücksichtigung der jeweiligen Luftströmungsform differenziert modelliert werden. Zuletzt muss der Wärmetransfer in ④ festen und ⑤ losen flächigen Körperkontakten beziffert werden. Verschraubte Flächen können als feste Kontakte mit den Gleichungen von NEGUS ET AL. [NEG88, S. 280] und BERNHARD [BER14, S. 132 – 135] näherungsweise berechnet oder nach CUI ET AL. [CUI18, S. 2530 – 2532] empirisch bestimmt werden. Lose Kontakte, wie jene zwischen Gleitbuchse und Gehäuse (vgl. Abschnitt 2.1), werden mit den gleichen Ansätzen quantifiziert.

Wärmesenken ermöglichen, wie die Transfermechanismen, den Wärmeübergang zwischen zwei Komponenten. Sie sind jedoch im Kontext der thermischen Modellierung von jenen abzugrenzen, da die Wärme hier die Systemgrenze überschreitet. Infolgedessen entsteht eine Kühlwirkung. Bei Motorspindeln wird darunter meist der Wärmeübergang hin zur Umgebungsluft, den Kühlmedien und dem Spindelstock verstanden.

Die signifikanteste Kühlwirkung hat dabei die Fluidkühlung. Diese wird meist durch entsprechende Wärmeübergangskoeffizienten (vgl. Gleichung 2-8 auf S. 7) beschrieben, die auf Basis von ⑥ Nusselt-Korrelationen berechnet werden können (vgl. Tabelle 1). Nach dem VDI-Wärmeatlas [STE13] können Wärmeübergangskoeffizienten für durchströmte Rohrwendeln, die mit der Statorkühlung von Motorspindeln vergleichbar sind [GEB97, S. 77 – 80], auf Basis der Werke von SCHMIDT [SCH67] und GNIELINSKI [GNI86] berechnet werden. Da dadurch lokale Fluidgeschwindigkeitsabweichungen und das sukzessive Erwärmen des Kühlmediums ignoriert werden, wird die Komplexität jedoch signifikant reduziert. Um diese Vereinfachungen zu vermeiden, wird in zwei der jüngeren Veröffentlichungen die Fluidkühlung als separate Computational Fluid Dynamics (CFD) ⑦ Simulation modelliert [HUA16; KOC17]. Die ⑧ freie Konvektion hin zur Umgebungsluft kann mit der Nusselt-Korrelation von CHURCHILL abgebildet werden [CHU75]. Für das Quantifizieren der ⑩ erzwungenen Konvektion an der rotierenden Spindelnase werden häufig die Ansätze von HARTNETT [HAR59] und DROPKIN [DRO57] verwendet. Der ⑨ Übergangsbereich zwischen erzwungener und freier Konvektion wird, mit Ausnahme zweier Arbeiten [GEB97; ZIV18], ignoriert. GEBERT [GEB97, S. 71] schlägt die Gleichungen von GEROPP und BEER [GER69; BEE92] vor, wohingegen ZIVKOVIC [ZIV18] das Problem empirisch löst.

Neben der Konvektion muss auch die Wärmeleitung über die Maschinenschnittstelle hin zum ⑪ Spindelstock als Wärmesenke betrachtet werden. Dieser Wärmeübergang wird nur von GEBERT [GEB97, S. 65 – 66] und BRECHER ET AL. [BRE21, S. 4293] berücksichtigt, die das Kontaktproblem mit den Gleichungen von WECK ET AL. [WEC90] bzw. BERNHARD [BER14, S. 132 – 135] lösen. Wobei GEBERT [GEB97, S. 66] den Wärmeübergangskoeffizienten mit Hilfe der Formulierung von BIRKHOFER [BIR91] zur Ermittlung der Flächenpressung bestimmt.

Durch Bohrungen im Spindelgehäuse wird eine ⑫ Zuführung von Kühlmittel hin zum Werkzeug ermöglicht (vgl. Abbildung 4). Mit vergleichbaren Bohrungen wird das Kühlen der Lager durch ⑬ Ölnebel und auch dessen ⑭ Absaugung bewerkstelligt. Die Zuführung der ⑮ Sperrluft wird ebenso durch Bohrungsnetzwerke realisiert. Mit Ausnahme der Lagerkühlung, werden die genannten Randbedingungen ⑫ – ⑮ von allen Autoren ignoriert. Wobei im Falle der Lagerkühlung nur die Konvektion im Lager selbst [HAR07, S. 196–198; WAN16, S. 5], nicht jedoch die Hin- und Rückführung des Kühlmediums in den Bohrungsnetzwerken, modelliert wird. Die ⑯ Wärmestrahlung wird wegen der relativ niedrigen Temperaturdifferenzen von den meisten Autoren ignoriert.

Wärmequellen bringen die Wärme in das System und sind dadurch meist die einflussreichsten Randbedingungen für das sich ergebende Temperaturfeld. Der (17) Elektromotor hat dabei häufig den größten Einfluss. Motorspindeln werden, je nach Anwendungsspektrum, sowohl mit Asynchron- als auch Synchronmaschinen ausgestattet. Jene Autoren in den Tabellen 1 – 2, von denen der Elektromotor nicht als Wärmequelle betrachtet wurde, untersuchten fremdgetriebene Spindeln. Asynchronmotoren können mit dem Werk von RICHTER [RIC67] und Synchronmotoren mit den Arbeiten von ROTHENBÜCHER ET AL. [ROT09] und GIERAS [GIE02] thermisch beschrieben werden. Da empirische Faktoren zum Lösen der Gleichungen erforderlich sind, können wirklich akkurate Ergebnisse nur schwer ermittelt werden.

Weiterhin ist die Quantifizierung der Verlustleistung von (18) Wälzlagern mit noch größeren Unsicherheiten behaftet [ABE10, S. 786; KOC17, S. 167]. Dies liegt darin begründet, dass die Ansätze zu deren Quantifizierung auf PALMGRENs empirischen Untersuchungen aus den 1940er und 1950er Jahren [PAL64] bei relativ niedrigen Drehzahlen und teilweise nicht mehr zeitgemäßen Lagergeometrien und Werkstoffen basieren. HARRIS [HAR07] erweiterte diese Quantifizierungsgrundlage und KOSMOL [KOS21] konzipierte darauf aufbauend eine Erweiterung des Ansatzes von HARRIS [KOC23, S. 250 – 251]. Die problematische empirische Grundlage des Ansatzes von PALMGREN [PAL64] blieb allerdings erhalten.

Unterschiedliche Autoren legen den Schwerpunkt auf verschiedene Randbedingungen. Das kann im Falle der (19) Luftreibung mit der untersuchten Drehzahl begründet werden, da diese erst bei höheren Drehzahlen einen wesentlichen Effekt auf das Temperaturfeld hat [KOC23, S. 246]. Die Luftreibung ist in der Arbeit von BRECHER ET AL. [BRE21] nahezu irrelevant, da hier eine Spindel mit lediglich $10.000\,\mathrm{min}^{-1}$ betrachtet wurde. BOSSMANNS & TU untersuchen eine Spindel mit $25.000\,\mathrm{min}^{-1}$, reduziert die Analyse der Luftreibung allerdings auf den Spalt zwischen Rotor und Stator [BOS00, S. 498 – 499]. Einzig GEBERT führt eine holistische Analyse der Luftreibung entlang der ganzen Welle durch [GEB97, S. 46 – 56]. Letztenendes ermittelt GEBERT die Luftreibung jedoch empirisch, da die herangezogenen Quantifizierungsansätze keine präzisen Ergebnisse lieferten.

Der Einfluss der (20) Wellenrotation fand in der Literatur bislang keinerlei Beachtung, obgleich inzwischen bekannt ist, dass diese zu einer signifikanten Änderung des Temperaturfeldes von Welle und Gehäuse führt [KOC21b, S. 4616]. Das physikalische Modellieren der Motorspindel ist ein Ansatz, mit dem die Verlagerung am TCP ermittelt werden kann. Ansätze zur Reduktion der TCP-Verlagerung werden im nächsten Abschnitt erläutert.

2.3 Umgang mit thermischer Verlagerung

Im Jahre 1967 wies BRYAN erstmals auf die Signifikanz thermischer Verlagerungen im Werkzeugmaschinenbau hin [BRY67]. In der zweiten Auflage seines Review-Artikels im Jahre 1990 stellte BRYAN fest, dass es nun einige dahingehende Innovationen gebe, gleichwohl nur wenige davon Einzug in die Anwendung bzw. Industrie fanden [BRY90]. In Anlehnung an WECK ET AL. und LI ET AL. können drei unterschiedliche Ansätze zur Reduktion der TCP-Verlagerung verfolgt werden [WEC95, S. 591 – 596; LI12, S. 2319; LI15, S. 21]:

- **Vermeiden** der Verlagerung durch Werkstoffoptimierung und konstruktive Verbesserung (Unterabschnitt 2.3.1).
- **Vermindern** der Verlagerung durch bessere Wärmeabfuhr (Unterabschnitt 2.3.2).
- **Kompensieren** der Verlagerung durch modellbasierte Reproduktion, die der Maschinensteuerung als Offset übergeben wird (Unterabschnitt 2.3.3).

2.3.1 Vermeidung der Verlagerung

Grundsätzlich sind präventive Ansätze robust und für die Hersteller attraktiv, da keine störanfälligen Hilfsaggregate oder kostenintensive Steuerungen bzw. Regelungen erforderlich sind. Derartige Ansätze werden in nachfolgender Tabelle 3 dargestellt.

Tab. 3: Ansätze zur Vermeidung thermischer Verlagerung.

	[KOC95]	[WEC95]	[BAE22]	[MOR91]	*vorl. Arbeit*
Werkstoffoptimierung					
i Hybridlager	●				
ii Spindelwerkstoff		●	●		
iii Werkzeughalter				●	
Konstruktionsoptimierung					
iv Thermosymmetrisches Konstruieren					●

Werkstoffoptimierung ist in der Fachliteratur die gängigste Methode zur Prävention thermischer Verlagerungen. Dies gelingt durch Werkstoffe mit verbesserten tribologischen Eigenschaften, die zu weniger Verlustleistung führen. Aus der Arbeit von KOCH geht hervor, dass i Hybridlager mit Wälzkörpern aus Keramik weniger Reibung als gewöhnliche Wälzlager aufweisen [KOC95]. Die zusätzliche höhere elektrische Durchschlagsfestigkeit und der breite Drehzahlbereich etablierten diese Lagerart inzwischen im Motorspindelbau.

Werden Werkstoffe mit geringerem Wärmeausdehnungskoeffizienten verwendet, wird die Temperatursensitivität der Spindel naturgemäß reduziert. Mit ii Spindeln aus Keramik oder kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffen [BÖT94] kann die Axialverlagerung um Faktor $7-15$ bzw. $85{,}7-93{,}3\,\%$ reduziert werden [WEC95, S. 592]. BAE ET AL. untersuchten den Effekt des neuartigen Titancarbid-Edelstahles TiC-SUS431 als Spindelwerkstoff [BAE22]. TiC-SUS431 ist ein experimenteller Metallmatrix-Verbundwerkstoff mit verbesserter Thermostabilität der erstmals von LEE ET AL. beschrieben wurde [LEE19]. Die thermischen Verlagerungen konnten, bei nahezu gleichbleibenden mechanischen Eigenschaften, um etwa $37\,\%$ gesenkt werden [BAE22, S. 2517].

MORIWAKI ET AL. fertigten einen iii Werkzeughalter aus Invar [MOR91]. Die Axialverlagerung konnte damit um $30-50\,\%$ verringert werden [WEC95, S. 592]. An dieser Stelle sei auf das Werk von MÖHRING ET AL. verwiesen, der alle gängigen Werkstoffe in Werkzeugmaschinen aufgreift und deren Eigenschaften gegenüberstellt [MÖH15].

Aus wirtschaftlichen Gründen fanden die oben dargelegten Ansätze, mit Ausnahme der Hybridlager, keinen Einzug in die Praxis. Die Ansätze unterscheiden sich signifikant von jenem in dieser Arbeit vorgestellten **Konstruktionsoptimierungsansatz**. iv Thermosymmetrisches Konstruieren kann bei Werkzeugmaschinenspindeln durch eine intelligente Führung der Fluidkühlung erreicht werden.

2.3.2 Vermindern der Verlagerung

Ist Wärme bereits im System bzw. thermische Asymmetrie vorhanden, kann durch bessere Kühlsysteme noch eine Verminderung der Verlagerung vorgenommen werden. Derartige Ansätze sind in nachfolgender Tabelle 4 dargestellt.

Tab. 4: Vorgehensweisen zur Reduktion der thermischen Verlagerung.

	[NAK94]	[JĘD88]	[BÖT94]	[GAN12]	[XIA15]	[KOC21a]	[STÖ07]	[WAL10]	[DEN20a]	[ZHA95]	[LI18]	[DEN21]	[JON23]
Kühlkreisläufe verbessern													
I Lagerkühlung	●	●	●										
II Motorkühlung				●	●	●	●						
Zusätzliche Kühlkreisläufe													
III Wellenkühlung								●	●				
IV Heat-Pipes										●	●	●	●

Mehrheitlich wird versucht, die vorhandenen **Kühlkreisläufe zu verbessern.** Einerseits kann mit einer Optimierung der Schmierung der I Wärmeaustrag aus den Wälzlagern optimiert werden [NAK94]. JĘDRZEJEWSKI modifiziert den Wärmeabfluss eines Lagers durch eine Isolationsbuchse unterhalb des Innenringes der Wälzlager [JĘD88]. Eine reduzierte Wellentemperatur führt zu einer Verringerung der Axialverlagerung. BÖTTGER entwickelte eine hydrostatisch gelagerte Spindel, deren Öl durch einen externen Kühlkreislauf temperiert werden kann [BÖT94].

Die axiale Dehnung kann durch eine Verbesserung der II Motorkühlung verringert werden. GANESH ET AL. untersuchten wie der Wärmeübergangskoeffizient durch alternative Statorkühlhülsen gesteigert werden kann [GAN12]. XIA ET AL. konzipierten mit den Fraktalbaum-Kanälen eine neuartige Form der Fluidführung und vergleichten deren Kühlwirkung mit der klassischer Spiralen [XIA15]. In einer früheren Arbeit des Autors wurde eine spiralförmige Kühlhülse mit einer mäanderförmigen und einer innovativen, neuentwickelten S-mäanderförmigen Statorkühlhülse verglichen [KOC21a, S. 4623 – 4627]. STÖHR zeigte weiterhin, dass durch Fluidkühlkanäle, die in die Blechpakete des Stators integriert werden, die Kühlwirkung signifikant verbessert werden kann [STÖ07]. Für weitere Arbeiten, die sich mit Variationen der Kühlkanäle, Oberflächenparametern und der Fluidgeschwindigkeit beschäftigten, sei auf den Review-Artikel bzgl. Spindelkühlsysteme von DENKENA ET AL. verwiesen [DEN20a].

Weiterhin wird versucht, die III Welle direkt flüssig zu kühlen. Diese Maßnahme kann die axiale Verlagerung der Spindel signifikant vermindern. Dafür erforderlich ist allerdings ein **zusätzlicher Kühlkreislauf**, welcher die Welle über den Drehverteiler (vgl. Abbildung 1 auf S. 3) mit Kühlmedium versorgt. Diese Lösung findet bereits Anwendung in der Industrie [WAL10, S. 40]. Einen Überblick über Patentschriften mit vergleichbaren Lösungen können [DEN20a] entnommen werden.

Das Verwenden von IV Heat-Pipes in Spindeln wird seit den 1990er Jahren untersucht. Mit Heat Pipes kann Wärme aus kritischen Bereichen energieneutral effektiv abgeführt werden. Heat-Pipes können zum Kühlen der Welle und des Gehäuses verwendet werden. Die ersten Arbeiten stammen dahingehend von ZHANG ET AL., die die axiale Verlagerung der Spindel durch eine zusätzliche Kühlung der Wälzlager mittels Heat-Pipes verringerten [ZHA95]. Die jüngeren Arbeiten von DENKENA ET AL. sehen das Unterbringen der Heat-Pipes in der Welle der Motorspindel vor. Die Wärmequellen werden dadurch zusätzlich von innen gekühlt und die Axialverlagerung der Spindel weiter vermindert. Ein zielgerichteter Wärmefluss wird durch rotierende Lamellenstrukturen (Welle) an zusätzliche Fluidkühlkanäle (Gehäuse) ermöglicht [DEN21, S. 4698]. Weiterhin führten JONATH ET AL. durch Heat-Pipes Wärme aus der Motorspindel, die in einer zusätzlichen Kühlrippenstruktur hinter der Spindel luftgekühlt werden [JON23].

2.3.3 Kompensation der Verlagerung

Obgleich der Fokus dieser Arbeit auf dem Verhalten der Motorspindel liegt, sollen im Rahmen dieses Unterabschnitts auch Ansätze diskutiert werden, die die Verlagerung der Werkzeugmaschine als Ganzes betrachten. Da die ganze Werkzeugmaschine ein noch komplexeres thermomechanisches System darstellt, wird von einer guten Übertragbarkeit ausgegangen. Die Literaturanalyse soll anhand der Tabellen 5 – 6 auf S. 18 – 19 aufgebaut werden. Die darin dargestellten Werke hatten alle das Ziel, Modelle zu entwickeln, die dazu in der Lage sind, die TCP-Verlagerung während des Betriebes, d. h. in thermischer Echtzeit, zu reproduzieren. Nach Definition der thermischen Echtzeit [THI16, S. 111], muss die Rechendauer dieser Simulationsmodelle kleiner sein als die kleinste thermische Zeitkonstante des betrachteten Systems. Diese liegt bei Werkzeugmaschinen üblicherweise im Bereich weniger Minuten.

Als Endresultat bzw. Ausgangsgröße der Modelle soll demnach die Verlagerung am TCP ermittelt werden. Als Eingangsgrößen (und damit als Datengrundlage) kommen, je nach Modellarchitektur, unterschiedliche Parameter zum Einsatz. Die Eingangsparameter sollen eine möglichst akkurate Berechnung der Verlagerung am TCP zulassen, weswegen diese stets der Wirkkette thermoelastischer Strukturverformung entnommen werden. Dieser Zusammenhang wird anhand der ergänzenden Abbildungen 7 – 8 visualisiert. Die Wirkkette thermoelastischer Strukturverformungen beschreibt den linearen Zusammenhang zwischen den Vorgaben an die Maschine durch den Bediener (steuerungsinterne Daten, in der Mitte von Abbildung 7) und dem thermoelastischen Fehler am TCP (Abbildung 8, rechts). Die Darstellung wurde gegenüber dem Werk von BRECHER ET AL. [BRE14, S. 490] um die Eingangsleistung ergänzt (Abbildung 7, links), da diese ebenfalls häufig als Eingangsparameter betrachtet wird.

Bis auf die schwer messbaren Wärmeströme wird jeder Teil der Wirkkette als Eingangsgröße für die Modelle genutzt. Eine Mehrheit von 28 Autoren nutzt das Temperaturfeld (Abbildung 8, links) als Datengrundlage. In Abbildung 7 werden die fünf strukturmodellbasierten Ansätze separat ausgewiesen, da diese zwar steuerungsinterne Daten als Eingangsgröße nutzen, zusätzlich aber auch den physikalischen Hintergrund (Wärmekapazitäten, Wärmeausdehnungskoeffizienten etc.) in den Strukturmodellen berücksichtigen. Die Tabellen 5 – 6 sind dementsprechend aufgebaut: Zunächst werden physikalische Modellierungen vorgestellt, ehe im Anschluss daran die rein datenbasierten Ersatzmodelle ohne physikalische Grundlage dargelegt werden.

Physikalische Modelle nutzen Strukturmodelle, um die gesamte thermoelastische Wirkkette (näherungsweise) reproduzieren zu können [IHL24, S. 377]. Demnach handelt es sich hierbei um Whitebox- bzw. Greybox-Modellierungsansätze [EHM12, S. 12]. Üblicherweise werden dazu im Werkzeugmaschinenbau FE-Modelle verwendet. Diese FE-Modelle sind aber in aller Regel zu rechenzeitaufwendig. Zur Zeitreduktion kommen 1 Modell-Ordnungs-Reduktionen [NOO94] zum Einsatz. Das Ziel dieser Verfahren ist das Reproduzieren der Originalmodelle durch kleinere Modelle mit weniger Rechenzeitaufwand [GRO12, S. 457].

Komplexe thermomechanische Modelle, die häufig aus Tausenden oder Millionen Differentialgleichungen bestehen, wurden im Kontext der Werkzeugmaschinen bislang mit unterschiedlichen mathematischen Verfahren reduziert. Hernández-Becerro et al. [HER21] sowie das programminterne Verfahren von Ansys [CAD24] arbeiten mit Varianten des Krylov-Unterraum-Verfahrens (Krylov-Subspace, vgl. 1.1 bzw. 1.2 in Tabelle 5 – 6) [SOP11]. Große, dünn besetzte lineare Gleichungssysteme, wie sie bei komplexen FEM-Modellen häufig entstehen, können mit diesem iterativen Ansatz näherungsweise, schnell gelöst werden.

Um die Modellreduktion zu ermöglichen, sind hier allerdings nur kleinere Variationen am ursprünglichen physikalischen Modell zulässig. 1.3 Balanciertes Abschneiden (Balanced Truncation) ist dahingegen ein Verfahren, welches eine effektive Modellreduktion auch bei größeren Variationen des ursprünglichen physikalischen Modells ermöglicht [BAU09, S. 411 – 412]. Nach Aumann et al. eignet sich das Verfahren [ANT05, S. 211 – 219] besonders gut für thermomechanische Problemstellungen, da die Fehlerausgabe ein effektives Hinterfragen der Ergebnisgüte ermöglicht [AUM23, S. 134]. Aus der Gegenüberstellung von Aumann et al. geht hervor, dass der 1.4 Loewner Framework Ansatz [MAY07] zur Modellreduktion im industriellen Kontext besser geeignet ist, da dieser keine vollständig aufgestellten Systemmatrizen erfordert. Gleichwohl wird das balancierte Abschneiden von Aumann et al. als der akkuratere Ansatz bezeichnet [AUM23, S. 143].

Entgegen dieser Modellreduktionsverfahren gibt es noch konventionellere strukturmodellbasierte Ansätze. Wenkler et al. nutzt ein 2 einfaches FE-Modell eines Maschinenbettes, welches auf Basis des G-Codes mit entsprechenden Verlustleistungen beaufschlagt wird [WEN23, S. 108]. Mit Messungen von 30 Temperatursensoren werden die Randbedingungen des Modells (Wärmetransfer, Wärmesenken, Wärmequellen) schrittweise mit dem COBYLA Optimierer [POW94] an die Realität angepasst. Bislang wurde so nur ein Betriebspunkt optimiert, durch Exploration soll aber bereits jetzt das Annähern der Ergebnisse mit anderen Betriebsbedingungen bzw. Randbedingungen möglich sein.

Zuletzt soll der Ansatz von Naumann et al. [NAU23] Erwähnung finden. Dieser nutzt ein Simulationsmodell, welches auf Basis der 3 Euler-Bernoulli Balkentheorie [SPU19, S. 17 – 18] aufgebaut wurde (in Tabelle 5 bis 6). Einzig Naumann et al. nutzt als Eingangsgröße Verformungen der Maschinenstruktur (vgl. Abbildung 8). Die Verformungsmessung gelingt mit Hilfe von Stangen aus kohlenstofffaserverstärkten Thermoplasten mit niedrigem Wärmeausdehnungskoeffizienten, die parallel zur Maschinenstruktur angebracht, als Messreferenz dienen. Der Wärmeausdehungskoeffizient des Materials liegt bei $1{,}2 – 1{,}9\,\mu\mathrm{m}/(\mathrm{m\,K})$ [DON18, S. 542], wohingegen Stahl mit ca. $11{,}5\,\mu\mathrm{m}/(\mathrm{m\,K})$ einen wesentlich größeren Wert aufweist.

Datenbasierte Ersatzmodelle versuchen Zusammenhänge auf Basis von Messungen oder anderen Datensätzen zu reproduzieren. Die Modelle werden anhand vorliegender Daten trainiert und getestet. Die Zusammenhänge werden in aller Regel nicht interpretierbar reproduziert, weswegen diese Ansätze auch als Blackbox-Modelle [EHM12, S. 12] bezeichnet werden. Gleichwohl wurden sie im letzten Jahrzehnt bei der Modellierung komplexer physikalischer Zusammenhänge immer populärer, insbesondere dort, wo die Physik ohnehin nur unzureichend verstanden bzw. modelliert werden kann. 4 Regressionsanalysen sind Verfahren zur Analyse des Zusammenhanges einer abhängigen (Ausgangsgröße bzw. TCP-Verlagerung) und einer unabhängigen Variablen (Eingangsgrößen, vgl. Abbildung 7 – 8) [BAC16, S. 16].

Tab. 5: Physikalische und datenbasierte Ansätze zur Kompensation der TCP-Verlagerung.

	[AUM23]	[HER21]	[NAU23]	[WEN23]	[THI23]	[BRE04]	[MAR23]	[BRE23]	[CHE03]	[RAM03]	[SUN23]	[VU 22]	[LAN23]	[OTA23]	[KAF23]	[FUJ19]
Physikalische Modelle																
1 Modell-Ordnungs-Reduktion																
1.1 Krylov-Unterraum		●														
1.2 ANSYS (Krylov-Unterraum Basis)					●											
1.3 Balanciertes Abschneiden	●															
1.4 Loewner Framework	●															
2 Einfaches Finite Elemente Modell				●												
3 Integrierte Deformationssensoren mit Euler-Bernoulli-Balken-Theorie			●													
Datenbasierte Ersatzmodelle																
4 Regressionsanalysen																
4.1 Charakteristische Diagramme			●													
4.2 Multiple Regression									●							
4.3 Multivariable Regressionsanalyse																
4.4 Autoregressive Regressionsanalyse									●							
4.5 Autoregressive with Exogenous Inputs													●		●	
4.6 Projection Pursuit Regressionsanalyse																
4.7 Entscheidungsbaum																
4.8 Random Forest Regression															●	
5 Künstliche Neuronale Netze																
5.1 Feed Forward Netze								●					●	●		●
5.2 Backward Propagation Netze								●								
5.3 Radiale-Basisfunktionen-Netze																
5.4 Deep Learning Netze								●				●	●	●		●
5.5 Rekurrente Netze																
5.6 Long Short-Term Memory Netze								●				●	●			
5.7 Kohonen-Netze																
6 Support Vector Machine										●						
7 Least Square Support Vector Machine											●					
8 Übertragungsfunktionen						●	●									

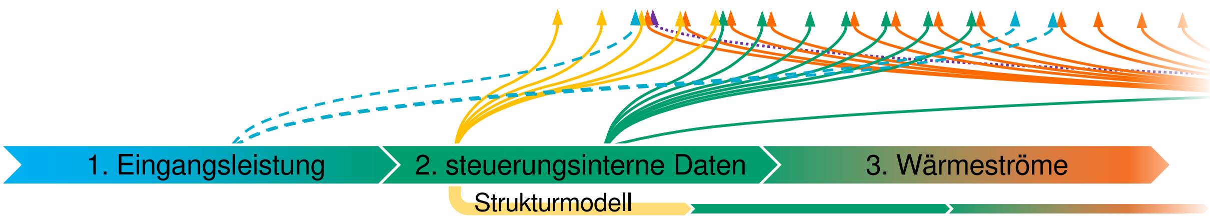


Abb. 7: Visualisierung der Modell-Eingangsgrößen anhand der thermoelastischen Wirkkette (1.–3.).

Wie üblich bei datenbasierten Ersatzmodellen, wird der Zusammenhang quantitativ auf Basis unterschiedlicher Ansätze bzw. Funktionen beschrieben. NAUMANN ET AL. modelliert mit sogenannten 4.1 charakteristischen Diagrammen [NAU16] die Verlagerung eines Rundtisches einer Werkzeugmaschine [NAU23]. Werden beispielsweise zwei Temperatursensoren (X- und Y-Achse des Diagrammes) verwendet, um die Verlagerung am TCP (Z-Achse) ermitteln zu können, so ergibt sich ein dreidimensionales, flächiges charakteristisches Diagramm.

Tab. 6: Datenbasierte Ansätze zur Kompensation der TCP-Verlagerung.

	[NAU16]	[MIZ00]	[HOR23]	[LI12]	[CHE95]	[QIA11]	[WAN06]	[YAN05]	[YAN11]	[MIA13]	[RAM02]	[LIN10]	[ZHO21]	[LI19]	[LI22b]	[LI22a]	*Vorl. Arbeit*
Physikalische Modelle																	
1 Modell-Ordnungs-Reduktion																	
1.1 Krylov-Unterraum																	
1.2 ANSYS (Krylov-Unterraum Basis)																	
1.3 Balanciertes Abschneiden																	
1.4 Loewner Framework																	
2 Einfaches Finite Elemente Modell																	
3 Integrierte Deformationssensoren mit Euler-Bernoulli-Balken-Theorie																	
Datenbasierte Ersatzmodelle																	
4 Regressionsanalysen																	
4.1 Charakteristische Diagramme	●																
4.2 Multiple Regression				●						●			●				
4.3 Multivariable Regressionsanalyse					●			●									
4.4 Autoregressive Regressionsanalyse																	
4.5 Autoregressive with Exogenous Inputs			●														
4.6 Projection Pursuit Regressionsanalyse						●											
4.7 Entscheidungsbaum																	●
4.8 Random Forest Regression																	●
5 Künstliche Neuronale Netze																	
5.1 Feed Forward Netze					●			●			●						●
5.2 Backward Propagation Netze							●							●			
5.3 Radiale-Basisfunktionen-Netze							●					●					
5.4 Deep Learning Netze		●						●									●
5.5 Rekurrente Netze								●	●								
5.6 Long Short-Term Memory Netze																	
5.7 Kohonen-Netze														●			
6 Support Vector Machine										●	●	●			●		
7 Least Square Support Vector Machine																●	
8 Übertragungsfunktionen																	

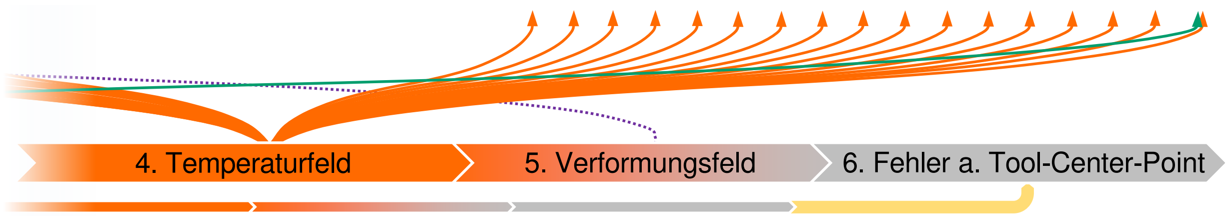


Abb. 8: Visualisierung der Modell-Eingangsgrößen anhand der thermoelastischen Wirkkette (4. – 6.).

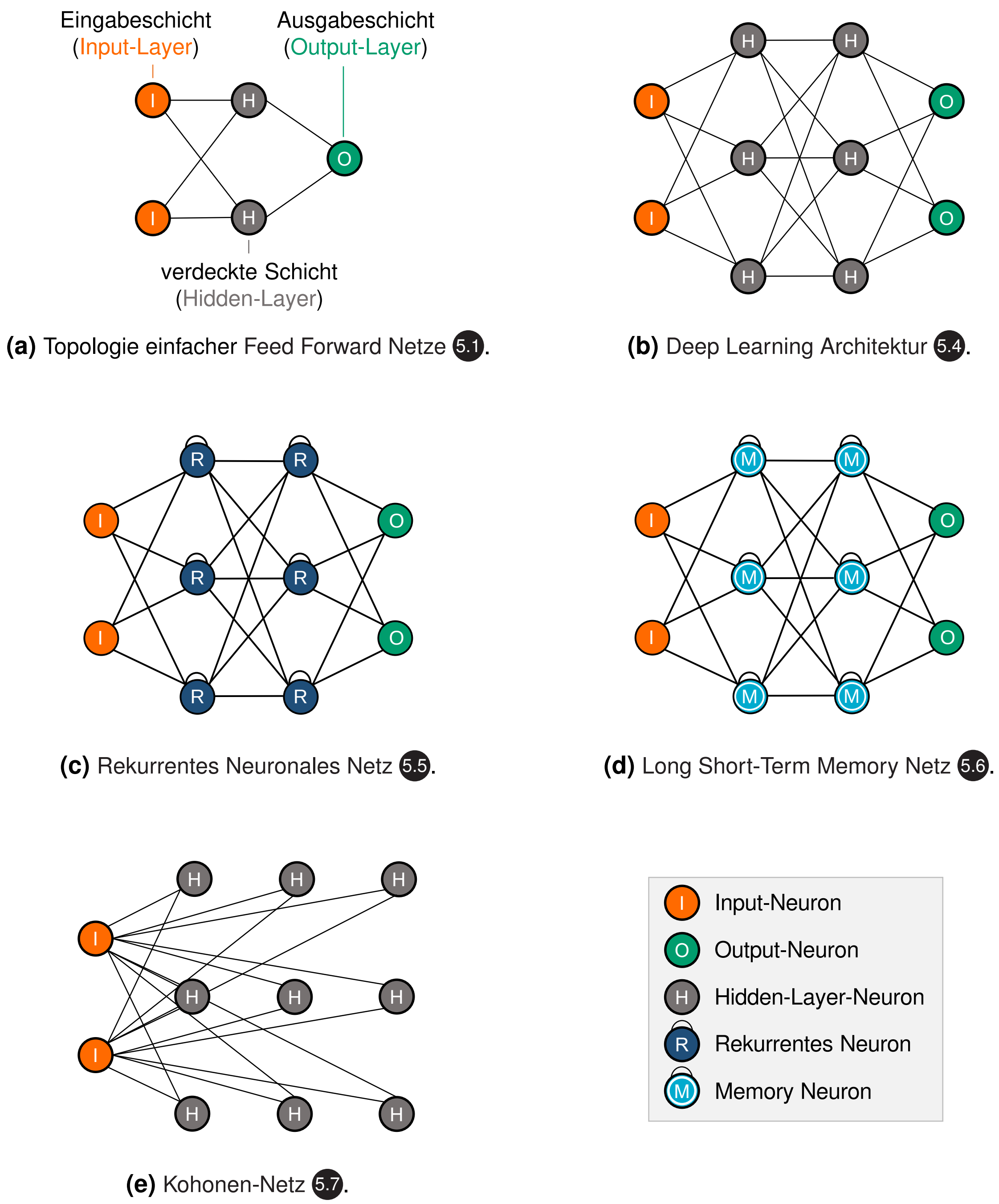
Eine optimale Temperatursensorpositionierung ist für die Präzision des Ansatzes unabdingbar. Die Diagrammermittlung funktioniert mit Kernel-Funktionen, die auch das Konstatieren höherdimensionaler charakteristischer Diagramme zulassen [NAU16, S. 802]. Weiterhin sei auf das ergänzende Werk von Naumann et al. verwiesen, die den Ansatz der charakteristischen Diagramme mit weiteren Regressionsmodellen wie B-Splines [FEN15], Radialen Basisfunktionen [TAN00] und Waveletfunktionen [JIN15] vergleichen [NAU20].

Bei der 4.2 multiplen Regression wird die TCP-Verlagerung auf Basis multipler Eingangsgrößen (Temperatursensoren) ermittelt. Das Vorgehen von CHEN & HSU [CHE03], MIAO ET AL. [MIA13] und ZHOU & WANG [ZHO21] unterscheidet sich durch die vielfältigen Ansätze zur Fehlerreduktion der zu ermittelnden linearen Funktion. LI & ZHAO [LI12, S. 2322] bestimmen mit der Methode der kleinsten Quadrate eine quadratische Funktion. CHEN ET AL. bezeichnen ihren Ansatz [CHE95, S. 1405] als 4.3 multivariable Regressionsanalyse. Regressionsanalysen werden dann als multivariabel bezeichnet, wenn nicht nur mehrere Eingangsgrößen (Einflussgrößen), sondern auch mehrere Ausgangsgrößen (abhängige Größen) vorliegen [TUT14, S. 2]. Das ist, je nach Definition, bei allen dreidimensionalen TCP-Verlagerungskompensationen der Fall. Gleichwohl ging aus der Empirik von CHEN hervor, dass zwischen dem Luftschnitt und tatsächlicher Bearbeitung unterschieden werden muss. Deshalb stellen CHEN ET AL. für beide Betriebsbedingungen separate Modelle auf [CHE95, S. 1406–1407]. Ob hierdurch die Abgrenzung als multivariante Regression zu den multiplen Regressionen gerechtfertig ist, geht aus dem Paper nicht eindeutig hervor.

Weiterhin können 4.4 Autoregressive Modelle verwendet werden, da es sich bei den Messdaten üblicherweise um Zeitreihen handelt. Bei diesen wird versucht, zeitliche Muster in den Daten zu erkennen, um damit Prognosen für die Zukunft ableiten zu können [BAC16, S. 138]. CHEN & HSU vergleichen einen solchen Ansatz mit einer gewöhnlichen Regressionsanalyse. Das Autoregressive Modell wies in diesem Vergleich meist einen geringeren Fehler auf [CHE03, S. 1168 – 1169]. Wird das Autoregressive Modell um eine zusätzliche deterministische Eingangsgröße (Exogenous Input) erweitert, wird von einem 4.5 Autoregressive with Exogenous Inputs Modell gesprochen [KEM15, S. 16]. Aufbauend auf den Arbeiten von BLASER ET AL. [BLA17] und MAYR ET AL. [MAY18], hinterfragen LANG ET AL. [LAN23], inwieweit die Kompensation verbessert werden kann, wenn die Eingangsleistung als zusätzliche Eingangsgröße derartiger Modelle mitberücksichtigt wird (vgl. Abbildung 7). 1981 wurde von FRIEDMAN & STUETZLE die 4.6 Projection Pursuit Regressionsanalyse vorgeschlagen, die als nichtparametrisches Vorgehen eine höhere Flexibilität aufweist als lineare Regressionsmodelle [FRI81, S. 821–823]. Bislang wurde dieser Ansatz einzig von QIANJIAN & JIANGUO auf die thermische Verlagerung von Werkzeugmaschinen übertragen [QIA11].

Zuletzt sollen in diesem Kontext 4.7 Entscheidungsbäume bzw. die von KAFTAN ET AL. verwendete 4.8 Random Forest Regression diskutiert werden [KAF23]. Random Forest Regressionen basieren auf dem Ansatz verbundener Entscheidungsbäume von HO [HO98]. KAFTAN kombiniert die Random Forest Regression mit dem Autoregressive with Exogenous Inputs Modell und erreicht damit eine Verbesserung der Ergebnisse verglichen mit reinen autoregressiven Modellen. Das Modell wurde mit dem Ziel aufgebaut, dass damit thermische Extremsituationen, wie beispielsweise das Öffnen der Maschinentür, besser erkannt bzw. kompensiert werden können.

Von den 32 vorgestellten Ansätzen basiert eine Mehrheit von insgesamt 13 Arbeiten (40,6 %) auf 5 Künstlichen Neuronalen Netzen, was diesen Ansatz zum derzeit weitest verbreitetsten macht. In physikalischen Systemen gibt es sowohl lineare als auch nichtlineare Zusammenhänge. Häufig liegen beide Zusammenhänge im gleichen System vor. Diese Komplexität kann durch Künstliche Neuronale Netze besser abgebildet werden als durch Regressionsanalysen [BAC16, S. 603]. Neuronale Netze ermitteln die Art des jeweiligen Zusammenhanges durch das Training selbstständig [SCH05, S. 53 – 54]. Ergänzend zu den Tabellen 5 – 6 werden sie nachfolgend anhand von Abbildung 9 erläutert. Der populärste Ansatz ist dabei das



(a) Topologie einfacher Feed Forward Netze 5.1.

(b) Deep Learning Architektur 5.4.

(c) Rekurrentes Neuronales Netz 5.5.

(d) Long Short-Term Memory Netz 5.6.

(e) Kohonen-Netz 5.7.

Abb. 9: Topologien künstlicher Neuronaler Netze
zur datenbasierten Kompensation der TCP-Verlagerung.

5.1 Feed Forward Netz, welches erstmals in der Pionierarbeit von CHEN im Jahre 1995 auf die thermische Verlagerung von Werkzeugmaschinen übertragen wurde [CHE95]. Die Modelltopologie dieses Netzes ist in Abbildung 9a dargestellt. Feed Forward bedeutet, dass die Informationsverarbeitung hier stets von der Eingabeschicht (Input-Neuronen) hin zur Ausgabeschicht erfolgt (Output-Neuron) [BAC16, S. 608]. Die Veröffentlichungen in der Tabelle folgen meist dieser Logik, mit Ausnahme von [OTA23], der auf Basis der Ergebnisse von FUJISHIMA ET AL. [FUJ18] ein Convolutional Feed Forward Netzwerk nutzt. Dieses reduziert mit Hilfe von sogenannten Faltungsschichten noch vor der Eingabeschicht die Komplexität der eingehenden Daten [ERT16, S. 303]. Das 5.2 Backward Propagation Vorgehen ist modelltopologisch identisch mit dem Feed Forward Ansatz (vgl. Abbildung 9a). Es handelt sich dabei jedoch um einen Algorithmus, der eine Umkehr des Informationsflusses bzw. das Lernen von hinten nach vorne, von der Ausgabe- zur Eingabeschicht, ermöglicht [KRA23, S. 255]. Die 5.3 Radiale-Basisfunktionen-Netze [EKB02] sind topologisch identisch (Abbildung 9a). Der wesentliche Unterschied zum Feed Forward Netz besteht darin, dass zur Aktivierung radiale Basisfunktionen zum Einsatz kommen. Diese erleichtern den Trainingsprozess, da sie nur zwischen 0 und 1 unterscheiden können. Gleichwohl können diese Netzwerke schwerer mit kontinuierlich variierenden Werten umgehen. 5.4 Deep Learning bezeichnet Neuronale Netze, bei denen, wie in Abbildung 9b dargestellt, mehr als nur eine verdeckte Schicht zum Einsatz kommt [LEC15, S. 436]. Mize & Ziegert [MIZ00] diskutiert mit dem Fuzzy Artmap Ansatz [CAR92] eine spezielle Form des Deep Learning als unüberwachte Lernmethode. Es sei weiterhin darauf hingewiesen, dass nahezu alle jüngeren Ansätze, die im nachfolgenden vorgestellt werden, mehrere verdeckte Schichten nutzen und demnach Deep Learning Ansätze darstellen.

5.5 Rekurrente Netze sind in der Lage, zeitliche Zusammenhänge und Sequenzen in den Daten zu erkennen. Dies gelingt mit Rekurrenten-Neuronen (Abbildung 9c), die zusätzlich zum Verarbeiten der Daten aus der vorherigen Schicht, ihren eigenen Output vom vorherigen Zeitschritt als Eingabe betrachten [KRA23, S. 146 – 147]. Das macht rekurrente Netze prädestiniert für das Verarbeiten von Zeitreihendaten, wie sie in aller Regel bei Verlagerungs- oder Temperaturmessungen vorliegen. Der von Yang & Ni betrachtete Zyklus konnte mit einem Rekurrenten Netz besser reproduziert werden als mit einem Feed Forward Netz oder auch einer multivariablen Regressionsanalyse [YAN05, S. 464 – 465].

5.6 Long Short-Term Memory Netze [HOC97] sind eine Weiterentwicklung der rekurrenten Netze. Sie verwenden Memory-Neuronen (Abbildung 9d), um Informationen über längere Zeiträume zu speichern [KRA23, S. 273]. Dadurch können diese Netze sich an frühere Ereignisse erinnern, auch jene, die länger nicht stattgefunden haben. Es entsteht demnach eine Art langes Kurzzeitgedächtnis. Die Arbeit von Brecher et al. impliziert, dass Long Short-Term Memory Netze die TCP-Verlagerung besser reproduzieren können als jene, die mit dem Backward Propagation Algorithmus trainiert wurden [BRE23, S. 125 – 129]. 5.7 Kohonen-Netze sind, wie aus Abbildung 9e hervorgeht, von den vorherigen abzugrenzen. Es handelt sich um eine unüberwachte Lernmethode nach der Formulierung von Kohonen [KOH95], die eine Selbstorganisation des Netzes ermöglicht. Einzig Li et al. nutzen diesen Ansatz zum Clustern und Optimieren der Temperaturmessstellen [LI19, S. 1498 – 1499]. Die eigentliche TCP-Korrektur führen Li et al. allerdings mit einer Partikelschwarmoptimierung durch.

Eine 6 Support Vector Machine (Stütztvektormethode) [SCH97] kann als Klassifizierer und Regressor genutzt werden. Sie unterteilt Daten in Klassen, mit dem Ziel, möglichst breite Bereiche dazwischen frei zu lassen. Die Pionierarbeit von Ramesh et al. impliziert, dass mit der Methode akkurate Modelle schneller trainiert werden können als mit Neuronalen Netzen [RAM02, S. 119 – 120]. Li et al. [LI22a] und Sun et al. [SUN23] nutzen mit der 7 Least Square Support Vector Machine eine Variante der Stützvektormethode, die das zugrunde liegende Minimierungsproblem mit der Methode der kleinsten Quadrate löst. Brecher et al. nutzten 8 Übertragungsfunktionen, um den Zusammenhang zwischen den Messdaten und der TCP-Verlagerung zu beschreiben [NAU17, S. 223]. Zur Modellierung verwenden sie PT-1 und PT-2 Verzögerungsglieder [BRE04, S. 301].

3 Aufgabenstellung und hybrider Lösungsansatz

Die bisherigen Untersuchungen zeigen häufig, dass steuerungsseitige Kompensationsansätze zwar axiale Verlagerungen (Wärmedehnungseffekte) sehr erfolgreich kompensieren, weniger erfolgreich jedoch radiale Verlagerungen bzw. Winkelverlagerungen ausgleichen können [CHE95, S. 1406 – 1410; BRE09; WIS14, S. 68 – 70; ZHA18b, S. 13 – 14]. Zudem muss bedacht werden, dass Winkelfehler nur bei Maschinen mit Rotationsachsen ausgeglichen werden können [WIS14, S. 3]. Darüber hinaus ist der Transfer von Kompensationsansätzen in reale Produktionsumgebungen erfahrungsgemäß schwierig, da datenbasierte Ansätze nur bei dem jeweils betrachteten Maschinentypen bei bekannten Betriebsbedingungen effektiv kompensieren und validiert werden können [GISS21, S. 4692]. Demnach sollte hinterfragt werden, inwieweit eine Kompensation der Verlagerungen überhaupt erforderlich ist. Im Rahmen dieser Arbeit soll die TCP-Verlagerung deshalb erstmals ursachenspezifisch reduziert, d. h. *vermieden* und *kompensiert*, werden.

Die in Unterabschnitt 2.3.3 beschriebenen Ansätze zur Kompensation der Verlagerung basieren alle auf der Wirkkette thermoelastischer Strukturverformungen von BRECHER ET AL. [BRE14, S. 490], die ergänzend auch in den Abbildungen 7 – 8 (S. 18 – 19) dargestellt ist. Abbildung 10 zeigt darauf aufbauend eine erweiterte, ursachenspezifischere Betrachtungsweise der Wirkkette thermoelastischer Strukturverformungen.

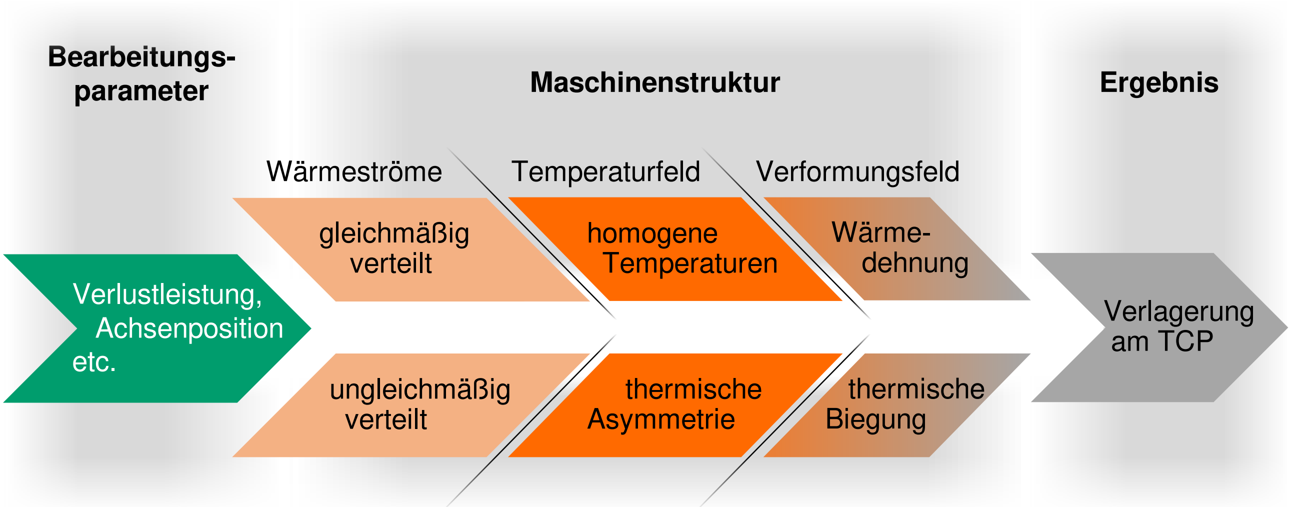
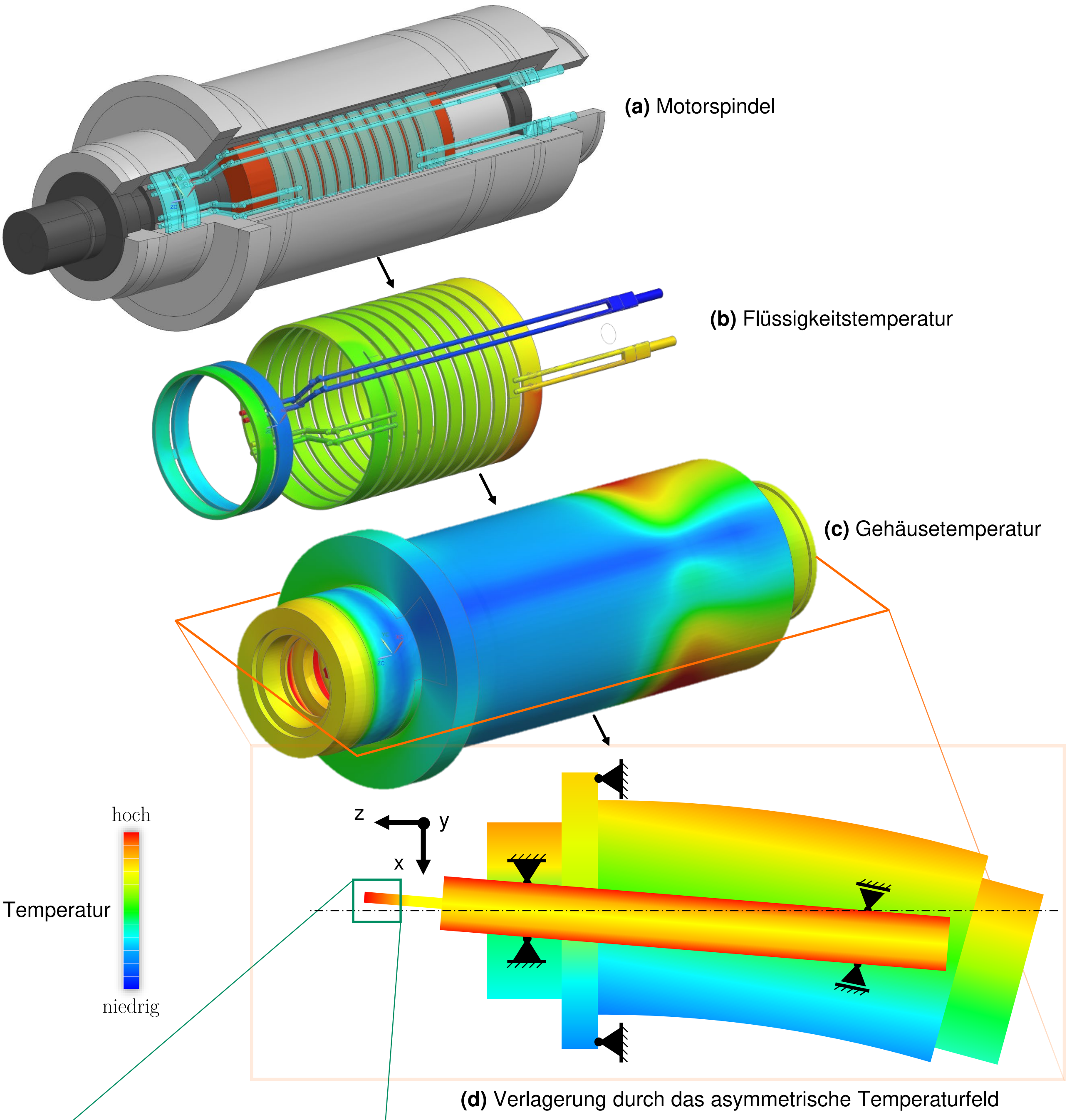
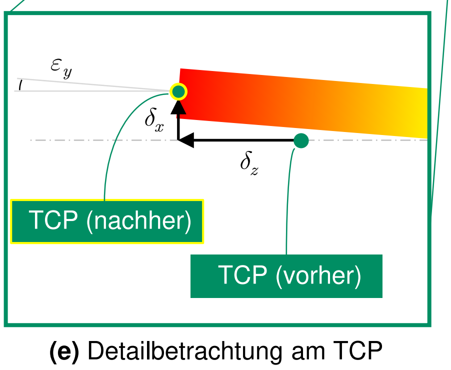


Abb. 10: Visualisierung der separaten Ursachen der TCP-Verlagerung (gleichmäßig und ungleichmäßig verteilte Wärmeströme) anhand einer zweigeteilten Wirkkette thermoelastischer Strukturverformungen.

Kernelement der neuen Betrachtungsweise ist das Unterscheiden von gleichmäßig und ungleichmäßig verteilten Wärmeströmen. Gleichmäßig verteilte Wärmeströme führen zu einem homogenen Temperaturfeld und damit zur klassischen Wärmedehnung. Dahingegen erzeugen ungleichmäßig verteilte Wärmeströme zusätzlich thermische Asymmetrie. In der Motorspindel der ergänzenden Abbildung 11a sind die Wärmequellen stets symmetrisch angeordnet. Das Kühlmedium der Flüssigkeitskühlung in Abbildung 11b heizt sich jedoch schrittweise über die Kühlstrecke auf. Da der abgeführte Wärmestrom durch die Differenz von Fluid- und Wandtemperatur determiniert wird, entstehen ungleichmäßig verteilte Wärmeströme (Abbildung 10, unten).





Fehler am TCP	primäre Ursache	Maßnahme
δ_z (translatorisch)	Wärmedehnung	kompensieren
δ_y (translatorisch) δ_x (translatorisch) ε_y (rotatorisch) ε_x (rotatorisch)	Thermoasymmetrie	vermeiden

Abb. 11: Die Entstehung von thermisch induzierter Axial-, Radial- und Winkelverlagerung am TCP von Motorspindeln.

Infolgedessen ist auch das Temperaturfeld des Gehäuses in Abbildung 11c asymmetrisch ausgeprägt. Im Gehäuse entsteht dadurch eine thermisch induzierte Durchbiegung (s. Abbildung 10), die in Abbildung 11d vereinfacht dargestellt ist. Da die Spindel im Betrieb rotiert, überträgt sich das asymmetrische Temperaturfeld des Gehäuses nicht auf die Welle. Die Welle bleibt thermosymmetrisch und führt ausschließlich zu zusätzlicher Wärmedehnung.

Die beschriebene Thermomechanik führt demnach zu einer radialen Wellen- bzw. TCP-Verlagerung (Abbildung 11e), die der Bewegungsrichtung des Gehäuses entgegen gerichtet ist. Die Verlagerung am TCP ist demnach stets eine Superposition von klassischen Wärmedehnungseffekten und thermisch induzierter Durchbiegung (Abbildung 10 rechts und Abbildung 11e). Bei der Motorspindel entsteht die Axialverlagerung des TCP δ_z primär infolge der Wärmedehung von Spindelgehäuse und -welle. Dahingegen werden die radialen Verlagerungen (δ_y, δ_x) und Winkelverlagerungen (ε_y, ε_x) durch die thermische Asymmetrie des Spindelgehäuses verursacht. Die tabellarische Darstellung in Abbildung 11 (unten) gruppiert die Verlagerungsanteile ursachenspezifisch. Diesen Erkenntnissen folgend, sieht der im Rahmen der vorliegenden Arbeit vorgeschlagene hybride Lösungsansatz folgende ursachenorientierte Zweiteilung zur Reduktion der TCP-Verlagerung vor:

- ⇛ **Thermische Durchbiegung** (Abbildung 10 unten, bzw. δ_y, δ_x, ε_y u. ε_x in Abbildung 11) kann durch thermosymmetrisch ausgeprägte Spindelgehäuse-Temperaturfelder verhindert werden. Thermische Symmetrie wird für gewöhnlich als wesentliches Kriterium für Spindeln und Werkzeugmaschinen angeführt [ABE10, S. 786; HOR12, S. 67; LIU16, S. 58; BRE18, S. 517; LAN23, S. 41; NAU23, S. 29], gleichwohl existiert keine eindeutige Definition des Begriffs. Die vorliegende Arbeit definiert den Begriff und etabliert einen darauf aufbauenden mathematischen Quantifizierungsansatz, der thermische Asymmetrie berechenbar und damit *vermeidbar* macht.

- ⇛ **Thermische Dehnung** (Abbildung 10 oben, bzw. δ_z in Abbildung 11) kann ohne Materialanpassungen, die die Kosten der Spindeln um ein Vielfaches erhöhen und die mechanischen Eigenschaften verschlechtern, nicht verhindert werden. Die Komplexität der überlagerten thermischen und kinematischen Verlagerungseffekte [BUT07] erfordert das Verwenden datenbasierter Ersatzmodelle, die die jeweilige axiale Spindeldehnung im Maschinenbetrieb reproduzieren und steuerungsseitig *kompensieren* können.

Ohne ein tiefgreifendes technisch physikalisches Verständnis der thermomechanischen Wirkzusammenhänge von Motorspindeln können diese Ansätze nicht ausgearbeitet bzw. validiert werden. Die Darstellungen in Abbildung 5 – 6 auf S. 10 – 11 zeigen, dass 30 der bisherigen Untersuchungen ($85{,}7\,\%$) im Drehzahlbereich zwischen 2.000 und $20.000\,\mathrm{min}^{-1}$ durchgeführt wurden. Nur fünf Autoren ($14{,}3\,\%$) untersuchten Modelle mit mehr als $20.000\,\mathrm{min}^{-1}$, wobei einzig GEBERT [GEB97] eine Spindel mit mehr als $30.000\,\mathrm{min}^{-1}$ betrachtete. Das macht das thermische Modellieren einer Spindel mit $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$ (Tabelle 2 auf S. 11, letzte Spalte), die im Rahmen dieser Arbeit betrachtet werden soll, besonders herausfordernd. Das liegt darin begründet, dass die Randbedingungen anderer Autoren in diesem Drehzahlbereich nicht validiert sind und physikalische Phänomene an Relevanz gewinnen, die bislang keine Beachtung fanden. Dahingehend werden in **Kapitel 4** Quantifizierungsansätze für die Wärmequellen, Wärmesenken und Wärmetransfersysteme in Motorspindeln vorgestellt, deren Ergebnisse bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$ gut mit den Messungen übereinstimmen.

Das mit den Randbedingungen erstellte thermisch-fluidmechanisch gekoppelte Simulationsmodell der Motorspindel wird im anschließenden **Kapitel 5** vorgestellt. Weiterhin wird hier der Prüfstand eingeführt, der für die empirischen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit genutzt wurde. Für den Prüfstand wird ein zusätzliches Simuationsmodell erstellt, um dessen Wirken als Wärmesenke quantifizieren zu können.

Der Ansatz, der das *Vermeiden* der ⇛ **thermischen Durchbiegung** ermöglicht, wird im darauf folgenden **6. Kapitel** vorgestellt. Mit dem Ansatz wird das präzise Berechnen thermischer Asymmetrie entlang der drei Raumachsen möglich. Die konstruktiven Ursachen der thermischen Asymmetrie und Radialverlagerung können so sichtbar gemacht werden. Weiterhin wird eine Herangehensweise vorgestellt, mit der eine zusammenfassende Berechnung thermischer Asymmetrie beliebig komplexer Körper möglich wird.

Die Methode zur *Kompensation* der ⇛ **thermischen Dehnung** wird in **Kapitel 7** dargelegt. Um den Transfer des Ansatzes in die Praxis zu vereinfachen, werden ausschließlich bereits vorhandene Daten bzw. Sensoren als Trainingsgrundlage genutzt. Die datenbasierten Ersatzmodelle werden dazu mit den Methoden der künstlichen Intelligenz trainiert. Dabei kommen erstmals der Entscheidungsbaum und der Random Forest als Machine Learning Methode bei Motorspindeln zum Einsatz (vgl. Tabelle 5 – 6 auf S. 18 – 19). Das Verwenden eines Entscheidungsbaumes ist im Hinblick auf Fräsmaschinen im Allgemeinen neu.

Die Validierung der in den vorherigen vier Kapiteln eingeführten Methoden erfolgt im **8. Kapitel**. Zunächst werden die Ergebnisse des thermisch-fluidmechanischen Simulationsmodells mit den Messungen auf dem Prüfstand abgeglichen. Im Anschluss daran werden Untersuchungen dargelegt, die den Zusammenhang zwischen der Rechengröße der thermischen Asymmetrie und der Radialverlagerung nachweisen. Das Potential des Ansatzes wird am Beispiel der Reduktion der radialen TCP-Verlagerung von Motorspindeln dargelegt. Zuletzt werden die Ergebnisse der datenbasierten Ersatzmodelle mit den Messergebnissen der TCP-Verlagerung abgeglichen.

Im **9. Kapitel** und **10. Kapitel** wird die Arbeit in deutscher und englischer Sprache zusammengefasst. Ein Ausblick zeigt abschließend die größten Potentiale der entwickelten Methoden und deren denkbare Übertragbarkeit auf andere Maschinenkomponenten bzw. Bereiche von Wissenschaft und Technik.

4 Thermische Modellierung von schnelldrehenden Motorspindeln

Präzise Spindelmodelle erfordern das Betrachten aller thermischen Randbedingungen (Abbildung 4 auf S. 9). In Analogie zu Tabelle 1 – 2 (S. 10 – 11) werden die nachfolgenden Quantifizierungsansätze zum Bestimmen der Randbedingungen in Wärmetransfersysteme (Abschnitt 4.1), Wärmesenken (Abschnitt 4.2) und Wärmequellen (Abschnitt 4.3) unterteilt.

4.1 Wärmetransfersysteme

4.1.1 Lagergeometrien

Die ellipsenförmige Kontaktfläche (Abbildung 12) zwischen den Wälzkörpern und Lagerringen bestimmt den Wärmedurchgang durch die Wälzlager maßgeblich. Die Gleichungen zur Quantifizierung der Druckellipse (e_a und e_b in Abbildung 12) mittels der Hertzschen Theorie (s. Randbedingung 1 auf S. 10) sind häufig in der Praxis nicht lösbar, da spezifische Parameter wie Krümmungsradien von den Herstellern als Betriebsgeheimnis geschützt werden. Ebenso können thermomechanisch induzierte Variationen im Betrieb nicht akkurat abgebildet werden.

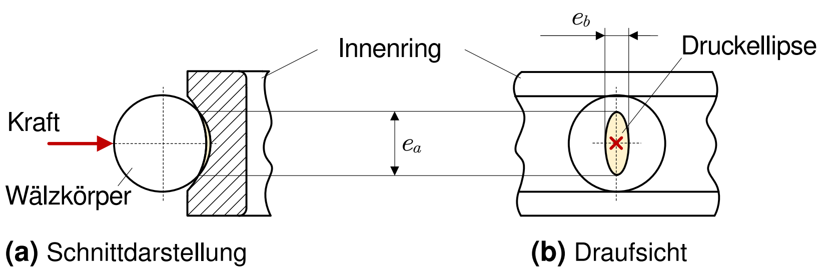


Abb. 12: Kontaktfläche zwischen Wälzkörpern und Lagerringen nach GEBERT [GEB97, S. 104].

In der vorliegenden Arbeit wird deshalb die Wärmeübertragung durch die Lagergeometrie nach WEIDERMANN [WEI01] beschrieben. Für dieses Vorgehen ist keine Berechnung der Hertzschen Theorie bzw. der Kräfte erforderlich, da dem Ansatz pauschal eine mittlere Lagerbelastung zugrunde gelegt wird [GLE08, S. 49]. Bei dieser Vorgehensweise wird mit einer empirisch ermittelten Formel der Wärmedurchgangskoeffizient k für die Kontaktsituationen zwischen den Wälzkörpern und den Lagerringen bestimmt. Errechnet wird dabei zunächst der Wärmedurchgangskoeffizient $k_{Wälz}$ eines einzelnen Wälzkörpers [WEI01, S. 4 – 5]:

$$k_{Wälz} = \frac{1}{2.400} \cdot \sqrt{14 + 2 \cdot \ln(v_u) - 2 \cdot \ln(d_{Wälz})} \cdot d_{Wälz}^2 \tag{4-1}$$

v_u bezeichnet die Wälzkörperumfangsgeschwindigkeit und $d_{Wälz}$ den Wälzkörperdurchmesser. Die Wälzkörperumfangsgeschwindigkeit v_u wird dabei mit nachfolgender Gleichung (4-2) berechnet:

$$v_u = \frac{(d_{b,0} + d_{Wälz}) \cdot n_0}{19.099} \tag{4-2}$$

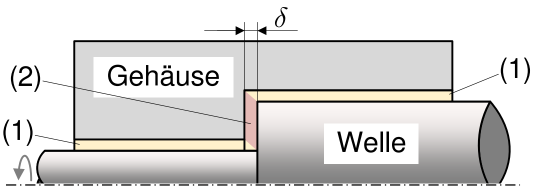
In der Gleichung gilt es den Lagerbohrungsdurchmesser $d_{b,0}$ und die Drehzahl n_0 einzusetzen. Wird der Wärmedurchgangskoeffizient $k_{Wälz}$ mit der Anzahl der Wälzkörper z multipliziert, kann der Gesamtwärmedurchgangskoeffizient des Lagers k bestimmt werden (Gleichung 4-3):

$$k = k_{Wälz} \cdot z \tag{4-3}$$

Der Wärmedurchgangskoeffizient des Lagers k ist in Reihe geschaltet mit jenem des Spaltes zwischen Lageraußenring und Gehäuse k_{LG}. Der Wärmedurchgangskoeffizient k_{LG} kann mangels Kenntnis der thermoelastischen Kontaktsituation (s. Randbedingung 2 auf S. 11) ohne zusätzliche Sensorik in der Praxis nicht akkurat ermittelt werden. Aus den Untersuchungen von BOSSMANNS & TU geht jedoch hervor, dass der Wärmedurchgangskoeffizient des Spaltes k_{LG} bis zu zwei Zehnerpotenzen größer ist als jener der Wälzkontakte ($k_{LG} \gg k$) [BOS99, S. 1353 – 1355]. Da der Gesamtwert einer Reihenschaltung von Wärmeübergangskoeffizienten über die Summe ihrer Kehrwerte ermittelt wird, kann der Einfluss des Spaltes zwischen Lageraußenring und Gehäuse vernachlässigt werden [VON15, S. 17 – 35].

4.1.2 Spalt zwischen Welle und Gehäuse

Aus der Arbeit von GEBERT ist bekannt, dass der Hauptteil der Rotorwärme über den Spalt zwischen Welle und Gehäuse abgeführt wird [GEB97, S. 143]. Deshalb ist eine detaillierte Modellierung dieses Wärmeübertragungsvorganges unerlässlich (s. Randbedingung 3 auf S. 11). Der Durchmesser der Welle variiert, weswegen grundsätzlich zwischen zylinderförmigen und scheibenförmigen Teilbereichen unterschieden werden muss (Abbildung 13).



#	Strömungsform	Quantifizierung als
(1)	drehzahlabhängig	rotierender Zylinder in Umhausung
(2)	drehzahlabhängig	rotierende Scheibe in Umhausung

Abb. 13: Teilbereiche für die Modellierung des Wärmeübertragungsvorganges über den Luftspalt δ.

(1) Rotierende Zylinder in Umhausung

Wodurch die Wärmeübertragung im hohlzylinderförmigen Ringspalt zwischen Welle und Gehäuse stattfindet, hängt von der jeweiligen Strömungsform ab. Diese ergibt sich aus der Drehzahl der Welle, der jeweiligen Spaltbreite und den Oberflächenparametern. Im Luftspalt entsteht zunächst eine laminare Strömung. Nach dem Überschreiten einer Grenzdrehzahl geht die Strömung in eine Taylor-Wirbelströmung über. Wird die Erhöhung der Umfangsgeschwindigkeit fortgesetzt, weist die Strömung schließlich vollkommen turbulenten Charakter auf [GEB97, S. 83 – 84]. Dieses Verständnis ist für das Quantifizieren des Spaltes als Wärmeüberträger nach jetzigem Kenntnisstand ausreichend, muss jedoch zum Quantifizieren der Luftreibung im Spalt um einen zusätzlichen Strömungsbereich erweitert werden. Die Strömungsformen werden dahingehend in Unterabschnitt 4.3.3 ab S. 50 im Detail erläutert.

Für die Beschreibung des Wärmetransfers gibt es eine Vielzahl an Quantifizierungsansätzen. Meist wird dabei anstelle der Reynolds-Zahl Re die Taylor-Zahl Ta berechnet. Dies liegt darin begründet, dass sich die Taylor-Zahl, neben dem Radius des umlaufenden Zylinders, zusätzlich auf ein Maß für das Gehäuse bzw. den Spalt bezieht (beispielsweise die Spaltbreite oder den hydraulischen Durchmesser). Für die Taylor-Zahl liegen ihrerseits unterschiedliche Quantifizierungsansätze vor. Am weitesten verbreitet ist Gleichung (4-4) zu deren Bestimmung [FÉN11, S. 1140]:

$$Ta_{d_h} = \frac{\omega^2 \cdot r_W \cdot \left(\frac{d_h}{2}\right)^3}{\nu^2} \tag{4-4}$$

ω bezeichnet die Winkelgeschwindigkeit der Welle ($\omega = 2\pi n$), r_W den Wellenradius und ν die kinematische Viskosität der Luft im Spindelinnenraum. Das Bezugsmaß der Taylor-Zahl Ta_{d_h} ist der hydraulische Durchmesser d_h, der im Falle eines Ringspalts zwischen zwei Zylindern folgendermaßen bestimmt werden kann [FÉN11, S. 1138]:

$$d_h = \frac{2 \cdot \left(\pi \cdot \left(r_G^2 - r_W^2\right)\right)}{\pi \cdot (r_G + r_W)} \tag{4-5}$$

Neben dem Wellenradius r_W gilt es dabei den Gehäuseradius r_G zu berücksichtigen. Mit dem Werk von TACHIBANA ET AL. [TAC59] lässt sich anhand von Gleichung (4-6) über die Prandtl-Zahl und die Taylor-Zahl die Nusselt-Zahl Nu_{d_h} berechnen:

$$Nu_{d_h} = 0,42 \cdot \left(Ta_{d_h} \cdot Pr\right)^{\frac{1}{4}} \tag{4-6}$$

$$Pr = \frac{\nu \cdot c_p}{\lambda} \tag{4-7}$$

Die Prandtl-Zahl Pr kann über die spezifische Wärmekapazität c_p der Luft im Spindelinnenraum mit Gleichung (4-7) berechnet oder direkt entsprechenden Tabellenwerken entnommen werden [STE13]. Dieser von FÉNOT ET AL. [FÉN11, S. 1143] vorgeschlagene Ansatz ist auf eine direktgetriebene Spindel gut übertragbar. Dies liegt darin begründet, dass der Ansatz an einer analogen Konfiguration (erhitzter Rotor sowie gekühlter Stator) ermittelt wurde und für ein breites Verhältnis $0,522 < \frac{r_W}{r_G} < 0,971$ bei gleichzeitig breitem Anwendungsbereich $0 < Ta_{d_h} < 10^8$ gilt. Somit lässt sich der Wärmeübergangskoeffizient bestimmen (vgl. Gleichung 2-8 auf S. 7), wobei hier der hydraulische Durchmesser d_h als charakteristische Größe eingesetzt wird:

$$\alpha = \frac{Nu_{d_h} \cdot \lambda}{d_h} \tag{4-8}$$

(2) Rotierende Scheiben im Gehäuse

Wellenabsätze müssen separat als rotierende Scheiben in Gehäusen quantifiziert werden (vgl. Abbildung 13). CALY & SCHULZ-GRUNOW [CAL66] leitete einen Quantifizierungsansatz für die Nusselt-Zahl her, der in nachfolgender Gleichung (4-9) dargestellt ist:

$$Nu_\delta = \frac{\left(\frac{0{,}4405 \cdot (1-\xi) \cdot Pr}{0{,}2+0{,}1333 \cdot \xi + 0{,}1381 \cdot (1-\xi) \cdot Pr} - 0,4 \cdot \frac{0{,}1012 \cdot (1-\xi) \cdot Pr}{0{,}2+0{,}1333 \cdot \xi + 0{,}3452 \cdot (1-\xi) \cdot Pr}\right)}{\sqrt{\frac{15}{3+2 \cdot \xi}\sqrt{\frac{2 \cdot (6-\xi)}{7 \cdot \xi + 3}}} \cdot \sqrt{\frac{\nu}{\omega}}} \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \delta^2}{\nu}} \tag{4-9}$$

δ bezeichnet dabei den Spalt zwischen Welle und Gehäuse (Abbildung 13) und ξ einen Faktor, der mit nachfolgender Gleichung (4-10) iterativ bestimmt oder der tabellarischen Darstellung von CALY & SCHULZ-GRUNOW entnommen werden kann [CAL66, S. 23 bzw. Tabelle 1 auf S. 24].

$$\frac{1-\xi}{\xi} = \sqrt{\frac{8}{2 + \frac{3}{\xi}}} \cdot \sqrt[4]{\frac{\frac{6}{\xi} - 1}{\frac{3}{\xi} + 1}} + 4 \cdot \frac{\delta}{r_W} \tag{4-10}$$

r_W stellt dabei den Außenradius des jeweiligen Wellenabsatzes dar. Die Ermittlung des Wärmeübergangskoeffizienten α erfolgt dann in Analogie zum Vorgehen bei rotierenden Zylindern in Gehäusen, wobei hier der Spalt δ als charakteristische Größe eingesetzt wird. Generell gilt, dass der Wärmeübergangskoeffizient mit Verringerung des Spaltes steigt. Um die Wärmeübertragung im Innenraum präzise quantifizieren zu können, wird deshalb von Mittelwertbildungen mehrerer Welle-Gehäuse-Kombinationen abgeraten.

4.1.3 Festkörperkontaktstellen

Die Tatsache, dass der thermische Einfluss von Kontaktstellen in den Modellen häufig vernachlässigt wird (s. Randbedingung 4 – 5 in Tabelle 1 – 2), sollte nicht auf deren Irrelevanz, sondern deren schwierige präzise Quantifizierung zurückgeführt werden. Verschraubte Kontaktstellen die ignoriert bzw. als verschweißt modelliert wurden, führten in der vorliegenden Arbeit (im thermischen Gleichgewicht) nahe den Kontaktstellen zu Temperaturabweichungen zwischen 2 K und 7 K. Ignorierte lose Kontakte (Spielpassungen) führten schnell zu zweistelligen Temperaturabweichungen. Eine Modellierung der Kontakte ist demnach unerlässlich.

Das Kontaktmodell wird im Rahmen dieser Arbeit auf der Theorie von COOPER ET AL. aufgebaut, der den Kontakt zweier rauer Oberflächen (vgl. Abbildung 14), unter Annahme einer Gausschen Verteilung der Unebenheiten, analytisch beschreibt [COO69]. Die darauf folgenden Arbeiten von YOVANOVICH und NEGUS & YOVANOVICH etablierten eine praktikable Lösung zur Ermittlung des Wärmeübergangskoeffizienten von Kontaktstellen [YOV81; NEG88].

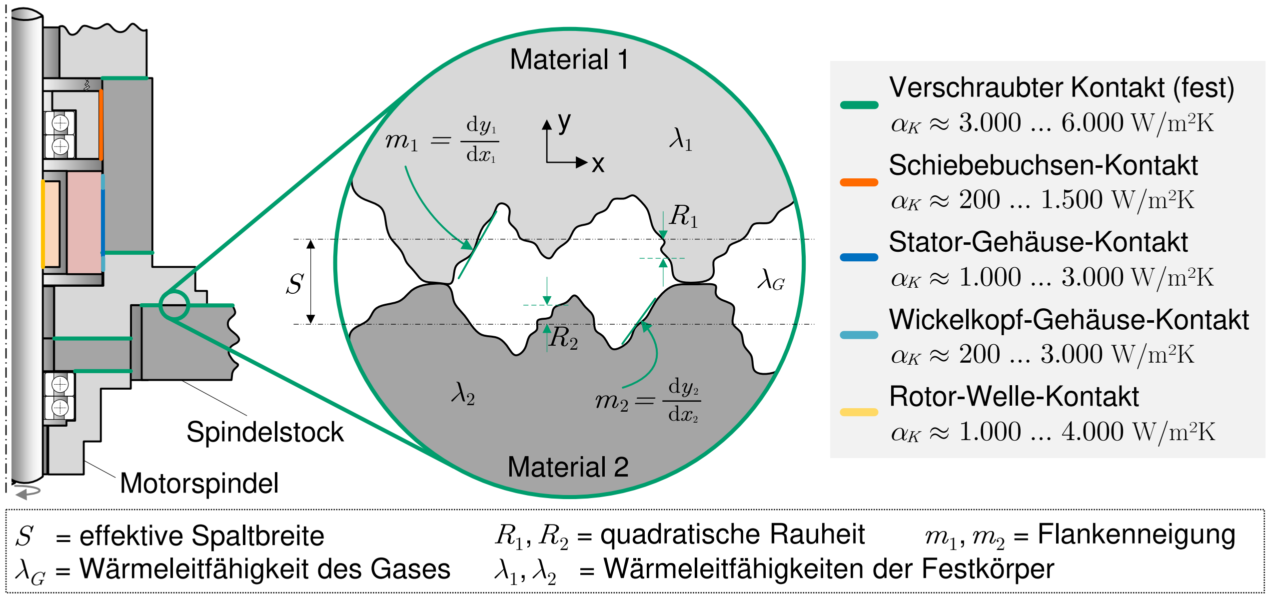


Abb. 14: Kontaktstellen in einer Motorspindel.

Durch stets vorliegende Unebenheiten wird Wärme sowohl über die verdichteten Festkörperkontaktstellen als auch dem Gas im Spalt übertragen (Abbildung 14). Mit diesem Grundverständnis errechnet sich der Wärmeübergangskoeffizient einer Kontaktstelle α_K nach Gleichung (4-11):

$$\alpha_K = \alpha_{K,F} + \alpha_{K,G} \tag{4-11}$$

$\alpha_{K,F}$ bezeichnet darin den Wärmeübergangskoeffizient der Festörperkontakte und $\alpha_{K,G}$ den Wärmeübergangskoeffizienten des den Spalt füllenden Gases bzw. Mediums. Für das Quantifizieren des Festkörperkontaktes hat sich die Korrelationsbeziehung von NEGUS & YOVANOVICH in nachfolgender Gleichung (4-12) bewährt [NEG88, S. 280]:

$$\alpha_{K,F} = \frac{1,25 \cdot m_{K,F} \cdot \lambda_{K,F}}{R_{K,F}} \cdot \left(\frac{P}{H}\right)^{0,95} \tag{4-12}$$

P bezeichnet darin den Druck auf der Oberfläche und H die Mikrohärte [COO69, S. 279] des weicheren der beiden Materialien mit den Indizes 1 und 2 (Abbildung 14). $\lambda_{K,F}$ ist die mittlere harmonische Wärmeleitfähigkeit des Verbundes, die mit Gleichung (4-13) nach Abbildung 14 bestimmt werden kann:

$$\lambda_{K,F} = \frac{2 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \tag{4-13}$$

$R_{K,F}$ bezeichnet in Gleichung (4-12) die quadratische Rauheit des Verbundes der Materialien 1 und 2, die mit nachfolgender Beziehung ermittelt werden kann:

$$R_{K,F} = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} \tag{4-14}$$

R_1 und R_2 sind darin die quadratischen Rauheiten (rms-roughness, im Deutschen häufig als R_q angeben) der Materialien 1 und 2. $m_{K,F}$ stellt in Gleichung (4-12) die gemittelte absolute Neigung der Flanken des Verbundes (s. Abbildung 14) dar, die folgendermaßen (Gleichung 4-15) bestimmt wird:

$$m_{K,F} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2} \tag{4-15}$$

Insofern die Flankenneigung m_1 und m_2 nicht bekannt ist, kann ein dem Werk von ANTONETTI ET AL. [ANT93] entnommener Zusammenhang verwendet werden. Da eine Verbindung zwischen Flankenneigung m und quadratischer Rauheit R_q besteht (Abbildung 14), kann die Näherungsgleichung (4-16) genutzt werden, um m zu ermitteln. Die Gleichung gilt im Rauheitsbereich $0{,}216\,\mu\text{m} \leq R_q \leq 9{,}6\,\mu\text{m}$.

$$m = 0,125 \cdot \left(R_q \cdot 10^6\right)^{0{,}402} \tag{4-16}$$

Für das Bestimmen des Wärmeübergangskoeffizienten des Gases $\alpha_{K,G}$ in Gleichung (4-11) kann die Beziehung von YOVANOVICH [YOV81, S. 3] genutzt werden:

$$\alpha_{K,G} = \frac{\lambda_G}{S + G} \tag{4-17}$$

λ_G ist dabei die Wärmeleitfähigkeit des Gases im Spalt, S die effektive Spaltbreite (Abbildung 14) und G der sogenannte Gas-Oberflächenparameter. Die effektive Spaltbreite S lässt sich mit dem Potenzgesetz von ANTONETTI ET AL. [ANT84, S. 141] in Abhängigkeit von der quadratischen Rauheit des Verbundes $R_{K,F}$ und dem Druckverhältnis $\frac{P}{H}$ ermitteln (Gleichung 4-18):

$$S = 1,53 \cdot R_{K,F} \cdot \left(\frac{P}{H}\right)^{-0{,}097} \tag{4-18}$$

Gleichung (4-18) ist im Bereich $10^{-5} < \frac{P}{H} < 2 \cdot 10^{-2}$ gültig. Der zusätzliche Gas-Oberflächenparameter G ist erforderlich, um Luftverdünnungseffekte bei hohen Temperaturen und niedrigen Gasdrücken abbilden zu können. Er kann mit Gleichung (4-19) aus Referenzwerten ermittelt werden:

$$G = G_0 \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{P_{G,0}}{P_G} \tag{4-19}$$

Worin G_0 den Gasparameter bei Referenztemperatur T_0 und Referenzdruck $P_{G,0}$ bezeichnet. G wird dann durch Einsetzen der vorliegenden Parameter für Temperatur T und Druck P_G bestimmt. Referenzwerte können dem Werk von YOVANOVICH [YOV81, S. 4] entnommen oder nach SONG & YOVANOVICH [SON87] funktionsbasiert bestimmt werden.

Wertebereiche für die Parameter in den Gleichungen (4-12) – (4-19) können YOVANOVICHS Arbeit entnommen werden [YOV81, S. 4]. Zusätzlich werden in Abbildung 14 (rechts) Anhaltswerte für die Wärmeübergangskoeffizienten α_K ausgewiesen, die in guter Übereinstimmung mit den vorliegenden empirischen Untersuchungen und den tabellarischen Angaben von NEGUS & YOVANOVICH [NEG88, S. 281] sind. Verallgemeinernde Aussagen können nicht getroffen werden, da Werkstoffparameter, Oberflächenparameter und die (Motor-)Fügeverfahren je nach Spindeltyp variieren. Wärmeübergangskoeffizienten für das Modell des im Rahmen dieser Arbeit validierten Spindeltyps (Abschnitt 8.1 ab S. 101) können einer früheren Arbeit des Autors entnommen werden [KOC23, S. 253].

Es sei weiterhin auf die Ergebnisse von ATTIA & KOPS verwiesen, aus denen hervorgeht, dass das Wärmeübertragungsverhalten von Kontakten durch die Thermoelastik als nichtlinear angesehen werden muss [ATT79, S. 355]. Diese Herausforderung ist im Falle einer Motorspindel besonders für die Schiebebuchsen-Kontakte von Bedeutung. Durch die Spielpassung entsteht eine relativ große Temperaturdifferenz zwischen Buchse und Gehäuse, die zur Variation der Spaltbreite S bzw. des Druckverhältnisses $\frac{P}{H}$ im Kontakt führt, wodurch eine wechselseitige Beeinflussung zwischen Thermoelastik und Temperaturdifferenz entsteht.

4.2 Wärmesenken

4.2.1 Fluidkühlung

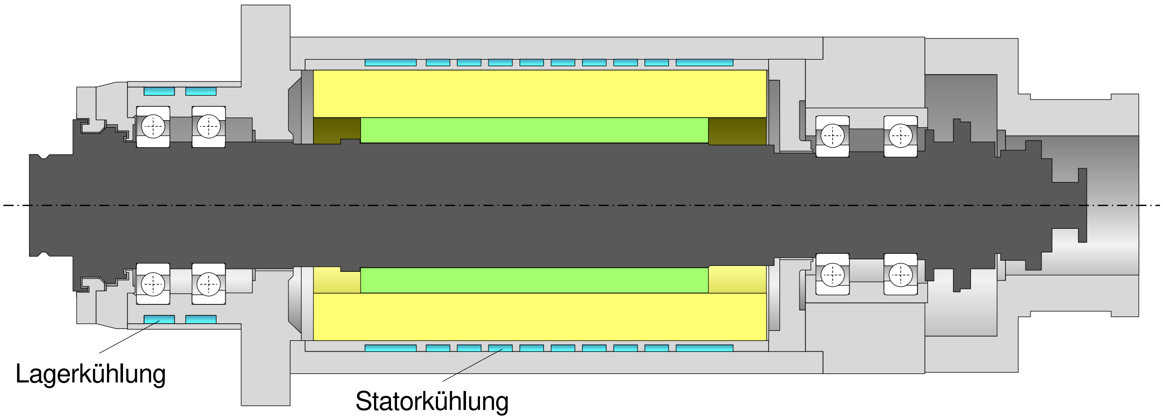
Die thermische Asymmetrie des Gehäuses ist die Hauptursache der radialen Verlagerung von Motorspindeln (s. Kapitel 3). Um diesen Sachverhalt modellbasiert abbilden zu können, kann die Fluidkühlung nicht als einfache Konvektionsrandbedingung mit konstantem Wärmeübergangskoeffizienten α modelliert werden (s. Randbedingung 6 – 7 in Tabelle 1 – 2). Stattdessen muss eine strömungsmechanische Simulation vorgenommen werden, was nachfolgend erläutert wird.

Die Fluidkühlung von Motorspindeln erfolgt durch Hohlräume im Spindelgehäuse (vgl. Abbildung 15a). Werden die Hohlräume ausgefüllt, entsteht die sogenannte Fluiddomäne (Abbildung 15b). Nach dem Zulauf wird häufig erst die Lagerkühlung vorgenommen. Parallel zur Statorkühlung laufende Lagerkühlungen sind aber ebenso verbreitet. Zusätzlich muss auch die Kühlwirkung der Bohrungsnetzwerke betrachtet werden, die durch ihre asymmetrischen Anordnungen einen signifikanten Einfluss auf die sich ergebende Thermoasymmetrie haben können. Durchläuft das Kühlmedium einmal diesen Kreislauf, kann die Kühlwirkung $\dot{Q}$ nach Gleichung (4-20) berechnet werden [GEB97, S. 153]:

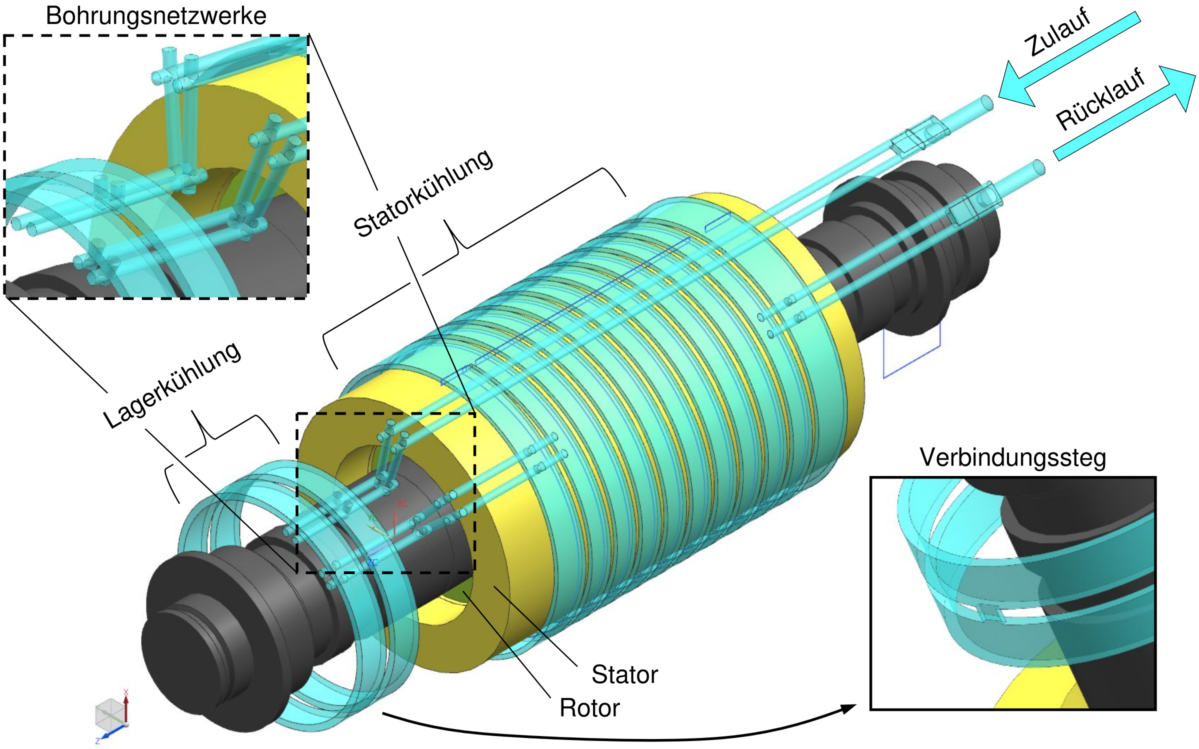
$$\dot{Q} = c_p \cdot \rho \cdot \dot{V} \cdot (T_{Rücklauf} - T_{Zulauf}) \tag{4-20}$$

c_p bezeichnet darin die spezifische Wärmekapazität und ρ die Dichte des Kühlmediums. $\dot{V}$ ist dessen Volumenstrom. Gleichung (4-20) kann sowohl bei messtechnischen Untersuchungen als auch bei numerischen Simulationen genutzt werden, um Anhand von Rück- und Zulauftemperatur die Kühlwirkung zu quantifizieren. Die Stellgrößen zur Verbesserung der Kühlwirkung sollen anhand von Gleichung (4-21) erläutert werden (vgl. Gleichung 2-7 auf S. 7):

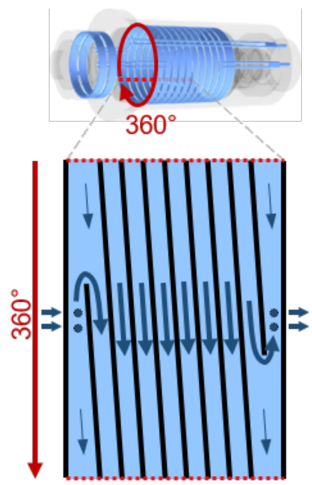
$$\dot{Q} = \alpha \cdot A_\alpha \cdot (T_{Hülse} - T_{Fluid}) \tag{4-21}$$



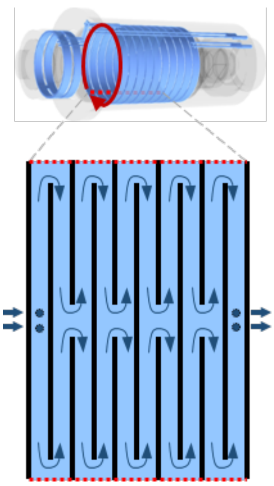
(a) Fluidkühlung einer Motorspindel in der Schnittdarstellung



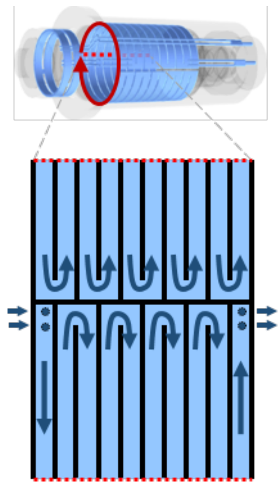
(b) Fluiddomäne der Motorspindel aus Abbildung 15a, Ausblendung der Gehäusegeometrie



(c) Spiralförmige Kühlhülse



(d) Mäanderförmige Kühlhülse



(e) S-mäanderförmige Kühlhülse

Abb. 15: Fluidkühlung von Motorspindeln.

A_α ist die wärmeabgebende Oberfläche und $T_{Hülse}$ die Wandtemperatur der Kühlhülse. Die Kühlwirkung des Fluids lässt sich demnach nicht nur durch eine Erhöhung des Förderdruckes bzw. des Volumenstromes $\dot{V}$, sondern auch durch größere Oberflächen A_α bzw. Wärmeübergangskoeffizienten α erreichen. α selbst kann durch höhere Fluidgeschwindigkeiten v_{Fluid}, entweder als Folge eines größeren Volumenstromes $\dot{V}$ oder durch Reduktion der durchströmten Querschnittsfläche A erhöht werden ($v_{Fluid} = \frac{\dot{V}}{A}$). Der Wärmeübergangskoeffizient ist jedoch auch von der vorliegenden Strömungsform abhängig. Turbulente Strömungen führen zu höheren Koeffizienten als laminare Strömungen. Infolge hoher Fluidgeschwindigkeiten entstehen, insbesondere im Zusammenhang mit hohen Strömungswiderständen, turbulente Strömungen [GEB97, S. 154].

Eine dahingehend effektive Kühlung kann durch unterschiedliche Kühlhülsen-Konzepte erreicht werden. Am weitesten verbreitet ist das in Abbildung 15c dargestellte spiralförmige Konzept. Die im Rahmen dieser Arbeit modellierte Spindel verfügt über ebenjene spiralförmige Ausprägung (s. Abschnitt 5.1.1 ab S. 59). Inzwischen finden aber auch mäanderförmige Kühlhülsen (Abbildung 15d) breitflächig Anwendung in der Industrie. Sie erreichen eine nahezu thermosymmetrische Kühlung mit abwechselnd links- bzw. rechtsdurchströmten Halbringen. Durch die parallele Fluidführung sinkt allerdings die Fluidgeschwindigkeit. Abbildung 15e zeigt die Eigenentwicklung einer S-mäanderförmigen Kühlhülse, die die Vorteile der hohen Fluidgeschwindigkeit der spiralförmigen Kühlhülse (gute Kühlwirkung) mit den thermosymmetrischen Kühleigenschaften der mäanderförmigen Kühlhülse (geringe Radialverlagerung) kombiniert [KOC21a, S. 4624].

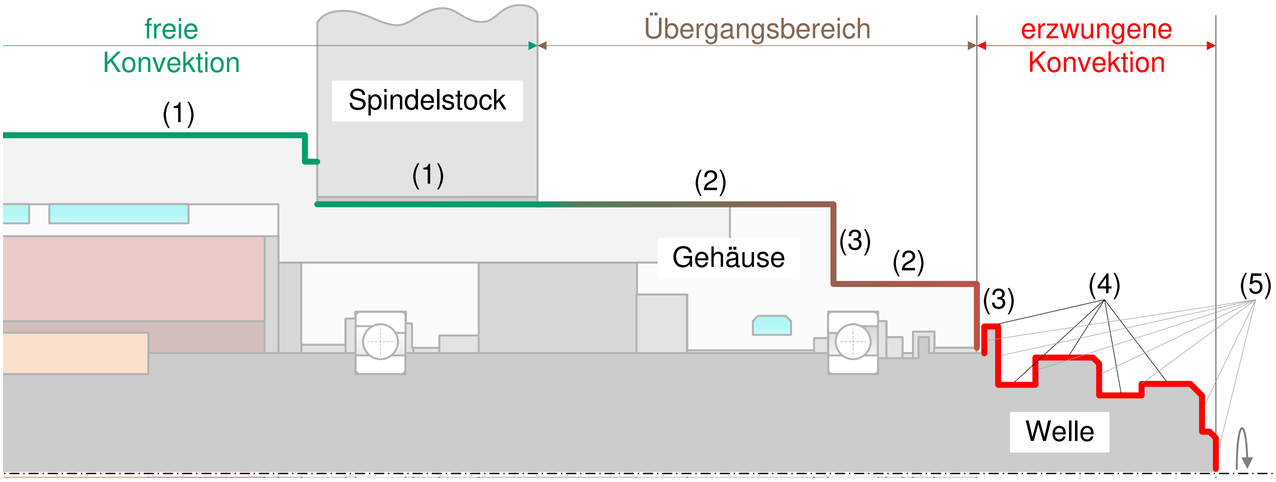
Um die Kühlwirkung präzise abbilden zu können, müssen die Wärmeübergangskoeffizienten individuell, der lokalen Fluidgeschwindigkeit entsprechend, präzise ermittelt werden. Die sukzessive Erwärmung des Kühlmediums und der gegenüberliegenden Wand muss ebenfalls berücksichtigt werden, um die Thermoasymmetrie-Problematik überhaupt modellbasiert abbilden zu können. Ein solches Problem muss numerisch gelöst werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird dazu die Computational Fluid Dynamics (CFD) Methode verwendet (s. Abschnitt 5.1.2 ab S. 66).

4.2.2 Umgebungsluft

Die umgebende Luft muss als freie Konvektion (s. Randbedingung 8 auf S. 12) und erzwungene Konvektion (s. Randbedingung 10 auf S. 12) berücksichtigt werden. Wie sie als Randbedingung quantifiziert werden kann, hängt von der lokalen geometrischen Ausprägung und der Strömungssituation an der Oberfläche der betrachteten Bauteile ab. Entsprechend Abbildung 16 werden die Konvektionsphänomene in fünf Teilbereiche untergliedert. Die Abbildung zeigt die Spindel mit rotierender Welle. Links im Bild, unter bzw. hinter dem Spindelstock, kann von freier Konvektion ausgegangen werden (1). An der rotierenden Welle liegt erzwungene Konvektion vor. Wobei die Betrachtung hier zwischen erzwungener Konvektion an Oberflächen mit Zylinder- (4) und Scheibenform (5) differenziert werden muss.

In Analogie zu den Wärmetransfermechanismen wird für die Bereiche (1), (4) und (5) der Wärmeübergangskoeffizient α errechnet. Entsprechend der Gleichung (4-22) erfolgt deren Quantifizierung (vgl. Gleichung 2-8 auf S. 7).

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda_\infty}{L} \tag{4-22}$$



#	Konvektionsform	Quantifizierung als	ab S.
(1)	freie Konvektion	vertikaler oder horizontaler Zylinder	35
(2)	Übergangsbereich	umströmter Zylinder, log. Interpolation	36
(3)	(erzw. Konvektion)	umströmte Scheibe, log. Interpolation	36
(4)	erzwungene Konvektion	frei rotierender Zylinder	40
(5)	erzwungene Konvektion	frei rotierende Scheibe	40

Abb. 16: Übersichtsdarstellung zur Quantifizierung der Umgebungsluft als Wärmesenke, eigene Darstellung anhand einer Motorspindel der Innomotics GmbH mit $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

Durch die Komplexität der Konvektionsphänomene muss auch hier mit individuellen Korrelationsbeziehungen die Nusseltzahl Nu bestimmt und durch die jeweilige charakteristische Größe L geteilt werden. λ_∞ ist dabei stets die Wärmeleitfähigkeit der Umgebungsluft. Im Falle der Übergangsbereiche (2) und (3) in Abbildung 16 können keine Nusselt-Beziehungen gelöst werden, da die Randbedingungen dort nicht bekannt sind. Dementsprechend wird dieser in der Literatur in aller Regel ignoriert bzw. als Bereich mit freier Konvektion quantifiziert (s. Randbedingung 9 in Tabelle 1 – 2). Im Rahmen dieser Arbeit wird ein logarithmisches Interpolationsmodell für den Übergangsbereich anhand der empirischen Untersuchungen hergeleitet. Im Nachfolgenden werden die Ansätze zur Beschreibung der Umgebungsluft als Wärmesenke, Abbildung 16 entsprechend, nacheinander vorgestellt.

(1) Freie Konvektion an einem vertikalen oder horizontalen Zylinder

Die Außenseite des Spindelgehäuses kann vereinfacht als Zylinder betrachtet werden, an dem freie Konvektion stattfindet. Für die Quantifizierung der Nusselt-Zahl wird zunächst die Grashof-Zahl Gr_d bestimmt, die nach Gleichung (4-23) berechnet werden kann [STE13, S. 22]:

$$Gr_d = \frac{g \cdot d^3 \cdot \beta \cdot \Delta T}{\nu_\infty^2} \tag{4-23}$$

Darin bezeichnet g die Erdbeschleunigung. Als charakteristische Größe wird der Gehäuseaußendurchmesser d der Spindel eingesetzt. Weiterhin bezeichnet β den räumlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten, der bei Gasen näherungsweise über die Beziehung $\beta = \frac{1}{T_\infty}$ bestimmt werden kann. T_∞ entspricht der Temperatur der Umgebungsluft. Darüber hinaus ist ΔT die Differenz aus Wand- und Lufttemperatur ($\Delta T = T_{Wand} - T_\infty$). ν_∞ bezeichnet die kinematische Viskosität der Umgebungsluft. Für die Bestimmung der Nusselt-Zahl ist überdies die Prandtl-Zahl Pr erforderlich, die nach Gleichung (4-7) auf S. 29 berechnet werden kann. Die

Nusselt-Zahl kann anschließend für eine senkrecht angeordnete Spindel über die Beziehung von CHURCHILL & CHU [CHU75, S. 1324 – 1326] bestimmt werden:

$$Nu_d = \left(0,825 + 0,387 \cdot \left(Gr_d \cdot Pr \left(1 + \left(\frac{0,492}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right)^{-\frac{16}{9}}\right)^{\frac{1}{6}}\right)^2 \tag{4-24}$$

Gleichung (4-24) gilt für den Bereich $0 < Gr_d \cdot Pr < 10^{12}$ und alle Prandtl-Zahlen Pr. Mit Gleichung (4-22) kann somit der Wärmeübergangskoeffizient berechnet werden. Ebenso gibt es auch Werkzeugmaschinen mit horizontal angeordneten Spindeln. In diesem Fall kann die freie Konvektion an der zylinderförmigen Oberfläche auf Basis der Arbeit von MICHEJEW [MIC68] quantifiziert werden. Die Nusselt-Zahl wird dabei mit Gleichung (4-25) errechnet:

$$Nu_d = q_1 \cdot (Gr_d \cdot Pr)^{q_2} \tag{4-25}$$

Zur Bestimmen der Grashof- und Prandtl-Zahl quantifiziert MICHEJEW eine Bezugstemperatur T_B, die sich nach Gleichung (4-26) als Mittelwert zwischen Umgebungstemperatur T_∞ und Oberflächentemperatur T_O der Spindel berechnet:

$$T_B = \frac{T_\infty + T_O}{2} \tag{4-26}$$

Dahingegen werden die Konstanten q_1 und q_2 in Gleichung (4-25), dem Produkt von Grashof- und Prandtl-Zahl $Gr_d \cdot Pr$ entsprechend, Tabelle 7 entnommen.

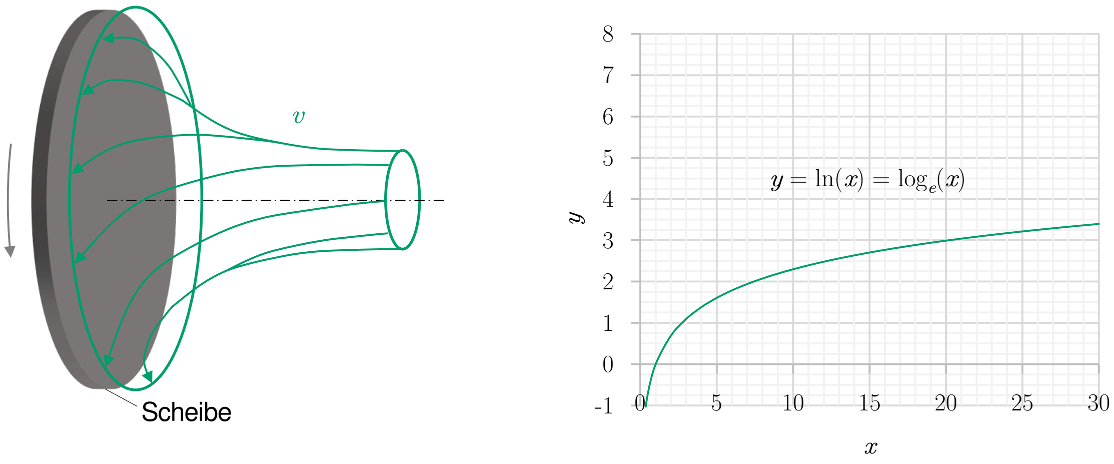
Tab. 7: Bestimmung der Konstanten q_1 und q_2 in Gleichung (4-25).

$Gr_d \cdot Pr$	q_1	q_2
$\leq 10^{-3}$	$0,500$	0
$1 \cdot 10^{-3}$ ... $5 \cdot 10^2$	$1,180$	$1/8$
$5 \cdot 10^2$ ... $2 \cdot 10^7$	$0,540$	$1/4$
$2 \cdot 10^7$ ... $1 \cdot 10^{13}$	$0,135$	$1/3$

(2) – (3) Übergangsbereich zwischen freier und erzwungener Konvektion

Zunächst muss geklärt werden, welcher Teilbereich der Spindel als Übergangsbereich betrachtet werden sollte. Die Definition erfolgt in der vorliegenden Arbeit in Analogie zu Abbildung 16 (mittig). Rechts davon findet durch die Wellenrotation erzwungene Konvektion statt. Die Abgrenzung hin zur freien Konvektion gelingt durch den Spindelstock, der als strömungsmechanische Barrikade fungiert.

Der Wärmeübergangskoeffizient α steigt mit der Luftgeschwindigkeit v. Die Geschwindigkeitsverteilung der Luft ist im Übergangsbereich nicht bekannt und kann ohne aufwändige messtechnische Untersuchungen nicht bestimmt werden. Im Rahmen dieser Arbeit soll deshalb ein Ansatz entwickelt werden, mit dem die Abnahme der Luftgeschwindigkeit bzw. des Wärmeübergangskoeffizienten hin zur freien Konvektion näherungsweise bestimmt werden kann. Von vergleichbaren strömungsmechanischen Betrachtungen ist bekannt, dass die Luftgeschwindigkeit nichtlinear abnimmt, was am Beispiel einer frei rotierenden Scheibe in nachfolgender Abbildung 17a veranschaulicht wird. Im Grunde erscheint die Abnahme der Geschwindigkeit mit dem natürlichen Logarithmus $y = \ln(x)$ in Abbildung 17b vergleichbar.



(a) Luftgeschwindigkeitsverteilung v an einer frei rotierenden Scheibe nach GEBERT [GEB97, S. 48 – 49]

(b) Natürlicher Logarithmus

Abb. 17: Vergleichsbetrachtung zwischen Geschwindigkeitsverteilung und Logarithmusfunktion.

Mit der Luftgeschwindigkeit lässt sich die Reynolds-Zahl berechnen, welche zur Bestimmung der Nusselt-Zahl genutzt wird. Mit der Nusselt-Zahl wird der Wärmeübergangskoeffizient berechnet. Die Zusammenhänge sind nicht immer linear. Die Luftgeschwindigkeit am rotierenden Bauteil mit erzwungener Konvektion ist bekannt ($v_{erz} = r \cdot \omega$). Dagegen ist jene im Bereich mit freier Konvektion unbekannt ($v_{frei} \to 0$). Der Logarithmus von 0 ist nicht definiert [WIL77, S. 97 – 98]. Demnach ist für die Luftgeschwindigkeit als Interpolationsgröße eine Annahme erforderlich ($v_{frei} > 0$), die zu signifikanten Änderungen der Ergebnisse im Übergangs- bzw. Interpolationsbereich führt.

Wird dagegen der Zusammenhang zwischen Luftgeschwindigkeit v und Wärmeübergangskoeffizient α als linear betrachtet, gilt der näherungsweise logarithmische Verlauf auch für den Wärmeübergangskoeffizienten. Da die Randwerte der Wärmeübergangskoeffizienten von den Teilbereichen mit freier Konvektion (α_{frei} mit Gleichung 4-24 bzw. 4-25) und erzwungener Konvektion (α_{erz} mit Gleichung 4-34 und 4-35) bekannt sind, können jene als Randwerte für den Interpolationsvorgang im Übergangsbereich genutzt werden. Die Wärmeübergangskoeffizienten für die erzwungene Konvektion in Teilbereichen mit Scheibenform und Zylinderform unterscheiden sich signifikant. Dementsprechend werden für die Interpolation im Übergangsbereich auch separate Gleichungen für Teilbereiche mit Scheiben- bzw. Zylinderform aufgestellt. Der Wärmeübergangskoeffizient zylinderförmiger Übergangsbereiche $\alpha_{über,Z}$ errechnet sich nach logarithmischer Interpolation wie folgt:

$$\alpha_{über,Z} = \alpha_{erz,Z} \cdot \exp\left(\frac{(l_{über} - l_{erz}) \cdot (\ln(\alpha_{frei}) - \ln(\alpha_{erz,Z}))}{l_{frei} - l_{erz}}\right) \tag{4-27}$$

$\alpha_{erz,Z}$ ist darin der Wärmeübergangskoeffizient des Randbereichs mit erzwungener Konvektion bei Zylinderform (Gleichung 4-34) und α_{frei} jener mit freier Konvektion (Gleichung 4-24 oder 4-25). $\exp$ bezeichnet die Eulersche Zahl. $l_{über}$ ist die Position im Übergangsbereich (s. Abbildung 18), für die der Wärmeübergangskoeffizient $\alpha_{über,Z}$ bestimmt werden soll. l_{erz} bezeichnet den Abstand hin zur erzwungenen Konvektion. l_{frei} ist der Abstand von der Seite mit erzwungener Konvektion hin zur freien Konvektion und kann für die Variablendeklaration in Abbildung 18 (links) nach Gleichung (4-28) berechnet werden.

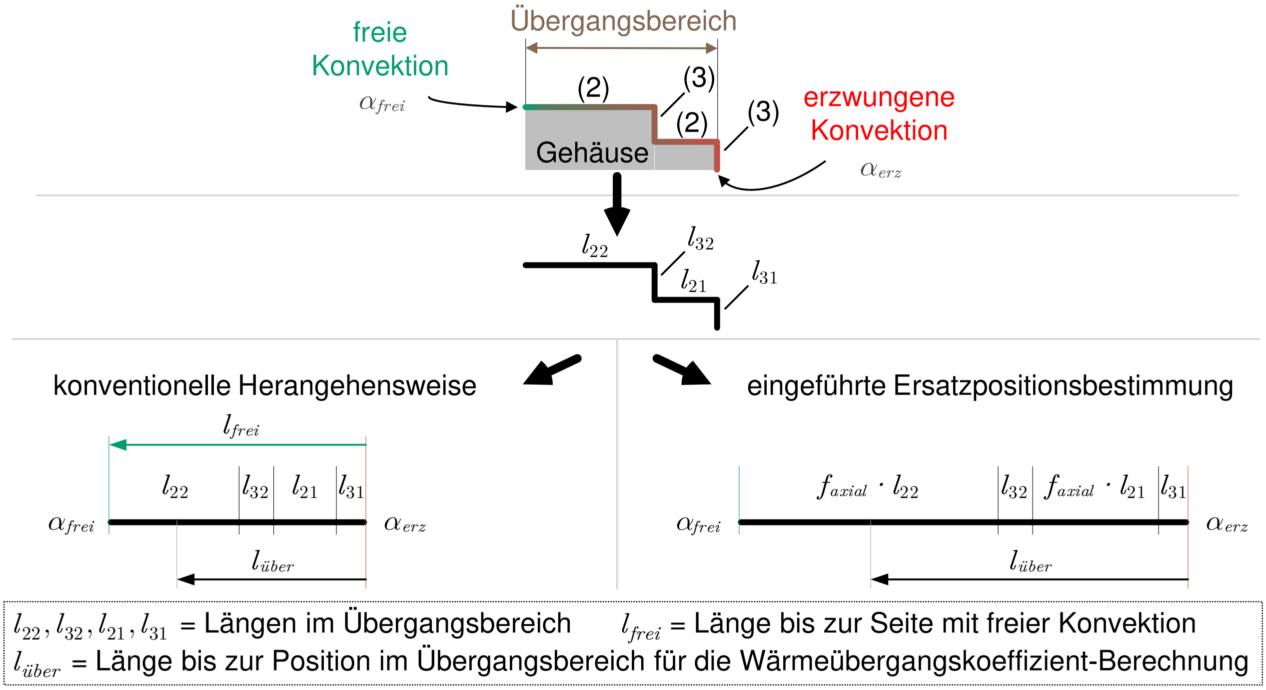


Abb. 18: Quantifizierung der Position im Übergangsbereich $l_{über}$. Links die klassische einfache Betrachtungsweise. Rechts der eingeführte Ansatz zum Berücksichtigen des disproportionalen Geschwindigkeitsabfalls in axialen Teilbereichen.

$$l_{frei} = l_{31} + l_{21} + l_{32} + l_{22} \tag{4-28}$$

Da die Seite mit erzwungener Konvektion als Referenz betrachtet wird, gilt für diese Betrachtungsweise $l_{erz} = 0$. Gleichung (4-27) vereinfacht sich damit zu Gleichung (4-29):

$$\alpha_{über,Z} = \alpha_{erz,Z} \cdot \exp\left(\frac{l_{über} \cdot (\ln(\alpha_{frei}) - \ln(\alpha_{erz,Z}))}{l_{frei}}\right) \tag{4-29}$$

Die Herleitung der Interpolationsgleichung des Wärmeübergangskoeffizienten für scheibenförmige Teilbereiche $\alpha_{über,S}$ erfolgt analog (Gleichung 4-30). Als Referenzwert ist nun der Wärmeübergangskoeffizient des scheibenförmigen Teilbereichs mit erzwungener Konvektion $\alpha_{erz,S}$, der mit Gleichung (4-35) bestimmt wird, einzusetzen.

$$\alpha_{über,S} = \alpha_{erz,S} \cdot \exp\left(\frac{l_{über} \cdot (\ln(\alpha_{frei}) - \ln(\alpha_{erz,S}))}{l_{frei}}\right) \tag{4-30}$$

Das Quantifizieren der Wärmeübergangskoeffizienten wird dadurch erschwert, dass die Welle im betreffenden Bereich (Abbildung 18) sowohl radiale (l_{31}, l_{32}) als auch axiale Teilbereiche (l_{21}, l_{22}) aufweist. Der logarithmische Verlauf bzw. auch GEBERTS Alternativansatz [GEB97, S. 71] ignorieren axial ausgeprägte Flächen bzw. deren Einfluss auf die Strömungssituation an der Oberfläche. Stattdessen werden alle Abstände als radial ausgeprägt betrachtet, wie in Abbildung 18 (links) dargestellt. Die Position $l_{über}$ für die Wärmeübergangskoeffizienten (Gleichung 4-29 – 4-30) an der betreffenden Stelle wäre demnach, Abbildung 18 (links, bis zur Mitte von l_{22}) entsprechend, mit Gleichung (4-31) durch aufaddieren zu ermitteln:

$$l_{über} = l_{31} + l_{21} + l_{32} + \frac{1}{2} \cdot l_{22} \tag{4-31}$$

Vergleiche mit den empirischen Untersuchungen zeigten jedoch, dass ein solches Modell zu stark kühlt. Die Fluidgeschwindigkeitsrichtung der Luft ist nahe der rotierenden Welle zunächst primär tangential und bekommt mit steigender Entfernung von der rotierenden Welle einen immer größer werdenden Radialanteil. Die Luft strömt jedoch nur indirekt in axialer Richtung, weswegen hier von einem Geschwindigkeitsverlust ausgegangen werden muss, der größer ist als vom logarithmischen Verlauf impliziert. Die disproportionale Geschwindigkeitsreduktion in axial ausgeprägten Teilbereichen wird im Rahmen dieser Arbeit durch einen zusätzlichen Faktor f_{axial} berücksichtigt. Axial ausgeprägte Abstände werden zur Ermittlung der Ersatzposition im Übergangsbereich $l_{über}$ in Gleichung (4-32) mit f_{axial} multipliziert. Das Prinzip ist in Abbildung 18 (rechts) visualisiert.

$$l_{über} = l_{31} + f_{axial} \cdot l_{21} + l_{32} + \frac{f_{axial}}{2} \cdot l_{22} \tag{4-32}$$

Der Faktor f_{axial} konnte im Rahmen der empirischen Untersuchungen für den vorliegenden Spindeltyp auf 2 beziffert werden. Falls die Kalkulation der Ersatzlänge $l_{über}$ zu größeren Werten führt als der Abstand zur freien Konvektion ($l_{über} > l_{frei}$), wird ab dieser Position von freier Konvektion ausgegangen ($l_{frei} = l_{über}$ bzw. $\alpha_{frei} = \alpha_{über}$). Die mit diesem Ansatz ermittelten Wärmeübergangskoeffizienten im Übergangsbereich $\alpha_{über}$ des Versuchsträgers, sind in nachfolgender Abbildung 19 beispielhaft dargestellt.

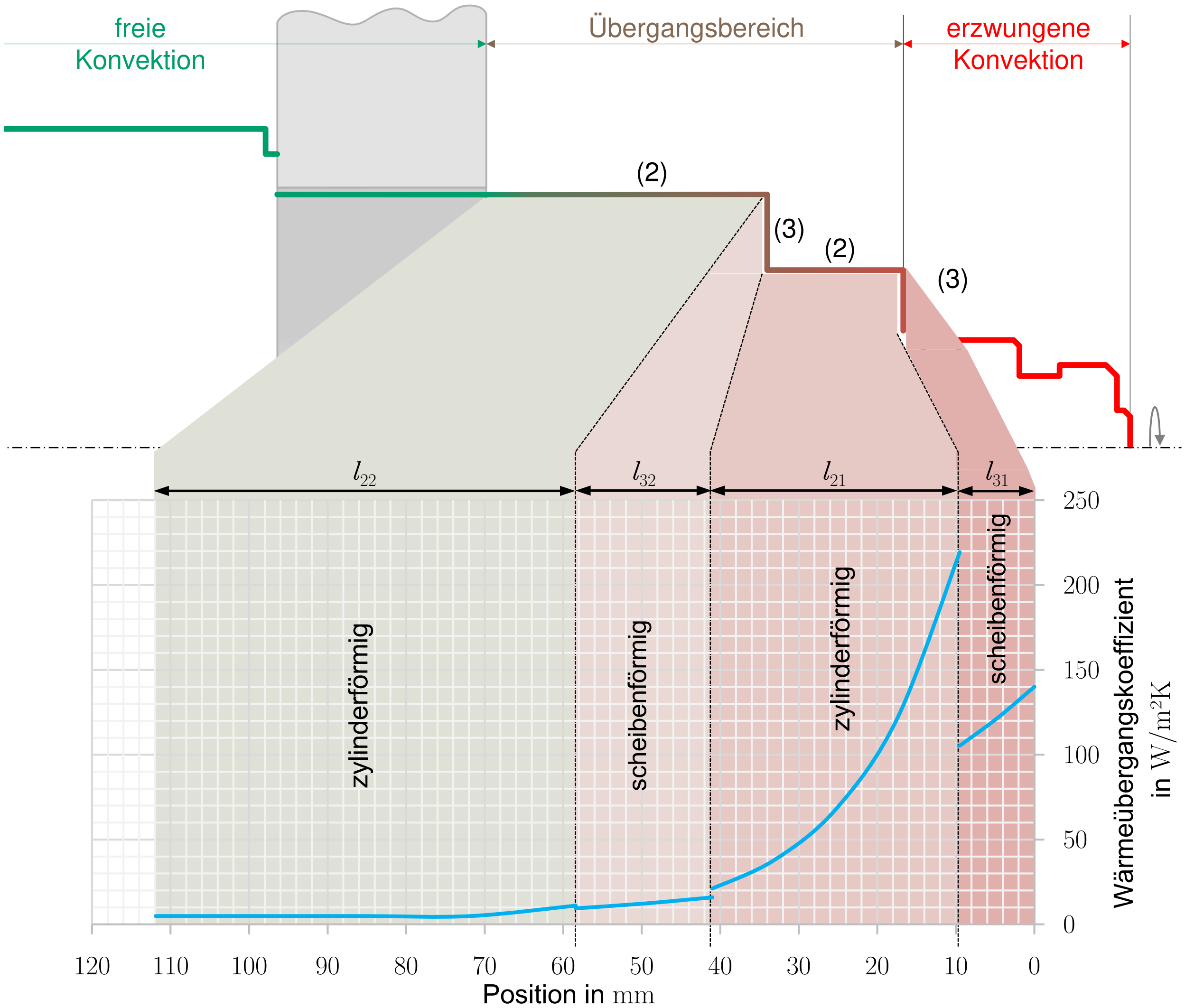


Abb. 19: Wärmeübergangskoeffizienten im Übergangsbereich des Versuchsträgers bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

Die Unterbrechungen werden durch die unterschiedlichen Teilbereiche mit Zylinder- bzw. Scheibenform verursacht. Weiterhin ist die disproportionale Reduktion im axial ausgeprägten Teilbereich l_{21} erkenntlich. Der Ansatz ist so formuliert, dass er auf andere Spindeltypen übertragbar ist. Der empirische Faktor $f_{axial} = 2$ kann angesetzt werden, um den Übergangsbereich hinreichend genau zu beschreiben. Im Hinblick auf hochpräzise Simulationsmodelle ist der Faktor anhand empirischer Untersuchungen versuchsbasiert anzupassen.

(4) Erzwungene Konvektion an einem frei rotierenden Zylinder

Die Teile der Welle bzw. Werkzeugaufnahme am vorderen Teil der Spindel, die näherungsweise als frei rotierender Zylinder (4) betrachtet werden können (Abbildung 16 auf S. 16), müssen separat beschrieben werden. Wie bei erzwungener Konvektion üblich, wird diese Randbedingung über eine Reynolds-Zahl quantifiziert (Gleichung 4-33). Die auf den Durchmesser bezogene Reynolds-Zahl Re_{d} wird hierbei mit dem Durchmesser d und der Drehzahl n berechnet:

$$Re_{d} = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot n}{\nu} \tag{4-33}$$

Mit der Reynolds-Zahl Re_{d} kann im Fall des frei rotierenden Zylinders nach DROPKIN & CARMI [DRO57, S. 387] die Nusselt-Beziehung nach Gleichung (4-34) angesetzt werden:

$$Nu_{d} = 0,073 \cdot Re_{d}^{0,7} \tag{4-34}$$

Die Gleichung ist für Reynolds-Zahlen $Re_{d} > 15 \cdot 10^3$ gültig. Die damit ermittelten Wärmeübergangskoeffizienten ($\alpha = \frac{Nu_{d} \cdot \lambda}{d}$) sind beim Versuchsträger (Abschnitt 5.1.1) größer als jene der frei rotierenden Scheibe mit gleichem Durchmesser.

(5) Erzwungene Konvektion an einer frei rotierenden Scheibe

Eine frei rotierende Scheibe ist in Abbildung 17a auf S. 37 dargestellt. Zentrifugalkräfte sorgen für ein Mitreißen der Fluidteilchen, wodurch eine dreidimensionale, spiralförmige Strömungsstruktur entsteht. Über den Durchmesser der Scheibe liegen somit unterschiedliche Strömungsformen bzw. Reynolds-Zahlen vor [GEB97, S. 48 – 49].

Mit der Reynolds-Zahl Re_{d_a} (Gleichung 4-33) kann die Nusselt-Zahl für eine frei rotierende Scheibe, über die Korrelationsbeziehung von HARTNETT [HAR59, S. 673] mit Gleichung (4-35) berechnet werden. Für die Berechnungen der Reynolds- bzw. Nusselt-Zahl wird als charakteristische Größe immer der jeweilige Außendurchmesser d_a eingesetzt.

$$Nu_{d_a} = 0,33 \cdot \sqrt{2 \cdot Re_{d_a}} \tag{4-35}$$

4.2.3 Spindelstock

Der Spindelstock nimmt als Wärmesenke eine Sonderrolle ein, da ein Wärmeübergang hin zu einem Festkörper außerhalb der Systemgrenze stattfindet (s. Randbedingung 11 auf S. 12). Der Kontakt zwischen Spindel und Spindelstock ist fest verschraubt, dementsprechend können hier die Ansätze zum Beziffern eines Wärmeübergangskoeffizienten im Kontaktbereich α_K aus Unterabschnitt 4.1.3 angesetzt werden (s. Abbildung 14 auf S. 30).

Die Temperatur der Umgebungsluft kann in größeren Räumen als nahezu konstant betrachtet werden $T_\infty \approx const.$ Diese Vereinfachung ist beim Spindelstock nicht zulässig. Der Unterschied soll anhand einer Vergleichsbetrachtung des übertragenen Wärmestromes hin zur

Umgebungsluft $\dot{Q}_\infty$ (Gleichung 4-36) und hin zum Spindelstock $\dot{Q}_{Stock}$ (Gleichung 4-37) verdeutlicht werden (vgl. Gleichung 2-7 auf S. 7):

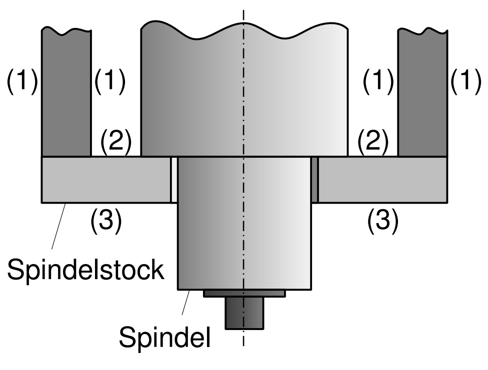
$$\dot{Q}_\infty = \alpha_\infty \cdot A_\alpha \cdot (T_{Spindel} - T_\infty) \tag{4-36}$$

$$\dot{Q}_{Stock} = \alpha_K \cdot A_\alpha \cdot (T_{Spindel} - T_{Stock}) \tag{4-37}$$

Die abgeführte Wärme an die Umgebungsluft $\dot{Q}_\infty$ ist in aller Regel relativ gering (Gleichung 4-36), da die breitflächige freie Konvektion zu einstelligen Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_\infty < 10\,\mathrm{W/(m^2\,K)}$ führt. Eine geringfügige Änderung der Umgebungstemperatur T_∞ variiert die ohnehin geringe Kühlleistung $\dot{Q}_\infty$ nicht signifikant. Insofern die Raumtemperatur als konstant betrachtet wird $T_\infty \approx const.$, hat nur die Spindeloberflächentemperatur $T_{Spindel}$ einen Einfluss auf die Temperaturdifferenz in Gleichung (4-36). $T_{Spindel}$ wird durch das Simulationsmodell bzw. die thermische FEM präzise numerisch ermittelt (vgl. Abschnitt 5.1.2 ab S. 60). Die Konvektion zur Umgebungsluft ist damit gut modellbasiert abbildbar.

Die Wärmeübergangskoeffizienten verschraubter Kontakte hingegen (Gleichung 4-37) sind um Faktor 10^3 größer als jene hin zur Umgebung $\alpha_K \ggg \alpha_\infty$ (vgl. Unterabschnitt 4.1.3). Durch den hohen Wärmeübergangskoeffizienten fließt viel Wärme an den gegenüberliegenden Spindelstock, dessen Temperatur T_{Stock} sich dadurch ebenfalls erhöht. Dementsprechend entsteht in Gleichung (4-37) eine wechselseitige Beeinflussung zwischen Kühlleistung und Temperatur des Spindelstocks $\dot{Q}_{Stock} \rightleftarrows T_{Stock}$. Dieser Effekt kann nur durch ein zusätzliches Modell des Spindelstocks mit allen Konvektionsrandbedingungen oder mit zusätzlichen Temperaturmessungen auf dem Spindelstock zur Erfassung von T_{Stock} akkurat abgebildet werden. Etwaige Annahmen ($T_{Stock} = const.$) führen schnell zu signifikanten Temperaturabweichungen am Modell, insofern der Wert nicht messtechnisch mit dem Prüfstand abgeglichen ist. Der Wert für T_{Stock} wäre für jeden Betriebszustand einzeln messtechnisch zu erfassen.

Für ein präzises Simulationsmodell stellt dieser Umstand eine Herausforderung dar. Ohne das zusätzliche Modellieren des Spindelstocks als Wärmesenke, kann nicht beurteilt werden, inwieweit dadurch das Temperaturfeld der Spindel beeinflusst wird. Im Hinblick auf Abschnitt 5.2.2 (ab S. 68) muss demnach auch der Spindelstock als Wärmesenke modelliert werden, um die Kühlleistung auf Basis von Messungen ermitteln zu können (Unterabschnitt 8.1.1 ab S. 101). Das Quantifizieren der Konvektionsphänomene erfolgt anhand der in Abbildung 20 definierten Teilbereiche.



#	Konvektionsform	Quantifizierung als
(1)	freie Konvektion	vertikale Fläche
(2)	freie Konvektion	horizontale Fläche (oben)
(3)	freie Konvektion	horizontale Fläche (unten)

Abb. 20: Konvektionsphänomene am Spindelstock.

Für das Berechnen der Nusselt-Beziehungen flächiger Teilbereiche (1) – (3) muss die Rayleigh-Zahl $Ra_{L_{An}}$ als zusätzliche dimensionslose Kenngröße quantifiziert werden [STE13, S. 757]:

$$Ra_{L_{An}} = \frac{g \cdot L_{An}^3 \cdot \beta \cdot \Delta T}{\nu_\infty \cdot \kappa_\infty} \tag{4-38}$$

κ_∞ bezeichnet die Temperaturleitfähigkeit der Luft. Die Temperaturdifferenz ΔT wird in Analogie zur Grashof-Zahl auf S. 35 berechnet. Als Bezugsgröße wird die Anströmlänge L_{An} gewählt, die anhand der jeweiligen Flächenhöhe h und -breite b nach Gleichung (4-39) errechnet werden kann:

$$L_{An} = \frac{h \cdot b}{2 \cdot (h + b)} \tag{4-39}$$

(1) Freie Konvektion an vertikalen Flächen

Mit der Rayleigh Zahl kann die Nusselt-Zahl $Nu_{L_{An}}$ für vertikale Flächen nach STEPHAN ET AL. [STE13, S. 757] quantifiziert werden (Gleichung 4-40). Wobei die Gleichung in den Wertebereichen $10^{-1} < Ra_{L_{An}} < 10^{12}$ und $0,001 < Pr < \infty$ validiert ist [CHU75, S. 1326]:

$$Nu_{L_{An}} = \left(0,825 + 0,387 \cdot \left(Ra_{L_{An}} \cdot \left(1 + \left(\frac{0,492}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right)^{-\frac{16}{9}}\right)^{\frac{1}{6}}\right)^2 \tag{4-40}$$

(2) Freie Konvektion an horizontalen Flächen (Oberseite)

Bei der Betrachtung horizontaler Flächen müssen Ober- und Unterseiten getrennt betrachtet werden, da durch die Schwerkraft unterschiedliche Strömungsmuster entstehen. Für Flächen auf der Oberseite kann nach CHURCHILL die Nusselt-Zahl mit nachfolgender Gleichung (4-41) bestimmt werden [CHU82]:

$$Nu_{L_{An}} = 0,766 \cdot \left(Ra_{L_{An}} \cdot \left(1 + \left(\frac{0,322}{Pr}\right)^{\frac{11}{20}}\right)^{-\frac{20}{11}}\right)^{\frac{1}{5}} \tag{4-41}$$

Die Gleichung gilt für laminare Strömungen bis zu $Ra_{L_{An}} \cdot (1 + (\frac{0,322}{Pr})^{\frac{11}{20}})^{-\frac{20}{11}} \leq 7 \cdot 10^4$. Für turbulente Strömungen wird nach CHURCHILL eine leicht modifizierte Form genutzt (Gleichung 4-42). Beide Gleichungen gelten für alle Prandtl-Zahlen $0 < Pr < \infty$:

$$Nu_{L_{An}} = 0,150 \cdot \left(Ra_{L_{An}} \cdot \left(1 + \left(\frac{0,322}{Pr}\right)^{\frac{11}{20}}\right)^{-\frac{20}{11}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{4-42}$$

(3) Freie Konvektion an horizontalen Flächen (Unterseite)

Bei der Betrachtung der Unterseite horizontaler Flächen kann nach SCHLÜNDER ET AL. Gleichung (4-43) angesetzt werden [SCH83, Unterabschnitt 2.5.7-13 – 2.5.7-15]:

$$Nu_{L_{An}} = 0,6 \cdot \left(Ra_{L_{An}} \cdot \left(1 + \left(\frac{0,322}{Pr}\right)^{\frac{11}{20}}\right)^{-\frac{20}{11}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{4-43}$$

Die Gleichung ist für laminare Strömungen im Bereich $10^3 < Ra_{L_{An}} \cdot (1 + (\frac{0,322}{Pr})^{\frac{11}{20}})^{-\frac{20}{11}} < 10^{10}$ und alle Prandtl-Zahlen $0 < Pr < \infty$ zugelassen. Bei allen Gleichungen wird dann der Wärmeübergangskoeffizient mit der Anströmlänge L_{An} als charakteristische Größe errechnet.

4.2.4 Außenkühlzuführung, Lagerkühlung, Absaugung und Sperrluftdichtung

Das Gehäuse von Motorspindeln ist von einer Vielzahl von Bohrungen durchsetzt. Die Bohrungen eignen sich einerseits zum Zuführen elektrischer Anschlüsse ins Spindelinnere (Elektromotor, Sensorik etc.). Andererseits werden durch die Bohrungen die thermisch wirksamen Außenkühlzuführungen, Sperrluftdichtungen sowie die Lagerkühlung und deren Absaugung ermöglicht (s. Randbedingung (12)–(15) auf S. 12). Abbildung 21 zeigt exemplarisch die Bohrungsnetzwerke der Sperrluft auf der Festlagerseite und die Zuführung des Lagerkühl- und Schmiermittels auf der Loslagerseite.

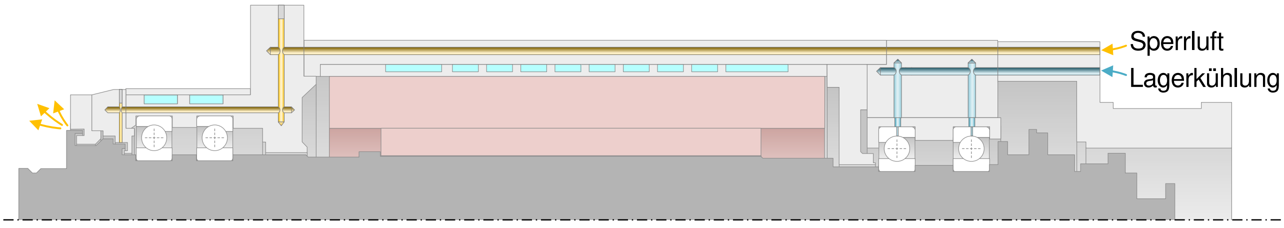


Abb. 21: Bohrungskanäle der Sperrluft (links) und des Lagerkühl- und Schmiersystems (rechts).

Infolge der Durchströmung der Bohrungen entsteht in aller Regel eine zusätzliche Kühlwirkung. Die Strömungen in den Bohrungen sind mit Rohrströmungen vergleichbar. Die Wärmeübertragung in Rohren ist auf Basis entsprechender Nusselt-Beziehungen quantifizerbar. Zunächst wird dazu eine auf den Innendurchmesser d_i der Rohre bzw. Bohrungen bezogene Reynolds-Zahl Re_{d_i} berechnet:

$$Re_{d_i} = \frac{v \cdot d_i}{\nu} \tag{4-44}$$

Die Strömungsgeschwindigkeit im Rohr v lässt sich dabei mit Hilfe des Volumenstromes $\dot{V}$ und der Querschnittsfläche A berechnen ($v = \frac{\dot{V}}{A}$). Die Nusselt-Zahl der Bohrungsnetzwerke in Motorspindeln können dann mit hinreichender Genauigkeit nach Gleichung (4-45) quantifiziert werden [GNI75, S. 15]:

$$Nu_{d_i} = 0,0214 \cdot \left(Re_{d_i}^{0,8} - 100\right) \cdot Pr^{0,4} \cdot \left(1 + \left(\frac{d_i}{\ell_b}\right)^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \left(\frac{T_m}{T_{Wand}}\right)^{0,45} \tag{4-45}$$

ℓ_b bezeichnet darin die Länge des durchströmten Bohrungskanals. T_m ist die mittlere Temperatur des Fluids und T_{Wand} die mittlere Wandtemperatur. Die Temperaturen sind in K einzusetzen. Die Gleichung gilt im Bereich $0,6 < Pr < 1,5$. Darüber hinaus kann für Prandtl-Zahlen $1,5 < Pr < 500$ die modifizierte Form in Gleichung (4-46) genutzt werden:

$$Nu_{d_i} = 0,0012 \cdot \left(Re_{d_i}^{0,87} - 280\right) \cdot Pr^{0,4} \cdot \left(1 + \left(\frac{d_i}{\ell_b}\right)^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_W}\right)^{0,11} \tag{4-46}$$

Wobei hier zwischen der Prandtl-Zahl bei Wandtemperatur Pr_W und Fluidtemperatur Pr unterschieden wird. Die Gleichungen (4-45) – (4-46) können zum Quantifizieren laminarer Strömungen $Re_{d_i} < 2300$ und Strömungen im Übergangsbreich $2300 < Re_{d_i} < 10^4$ genutzt werden. Bei kleinen Verhältnissen $\frac{d_i}{\ell_b}$ wird jedoch im Übergangsbereich das Verwenden des wesentlich aufwändigeren Gleichungssystems von GNIELINSKI [GNI95, S. 240 – 244] empfohlen. Liegt eine vollständig turbulente Strömung $10^4 < Re_{d_i}$ vor, kann nach STEPHAN ET AL.

folgende präzisere Korrelationsbeziehung genutzt werden [STE13, S. 788]. Das Verwenden von Gleichung (4-47) ist für die Gültigkeitsbereiche $10^4 \leq Re_{d_i} \leq 10^6$ bzw. $0,1 < Pr \leq 1000$ zulässig.

$$Nu_{d_i} = \frac{\frac{\left(1{,}8 \cdot \log_{10}(Re_{d_i}) - 1{,}5\right)^{-2}}{8} \cdot Re_{d_i} \cdot Pr}{1 + 12,7 \cdot \sqrt{\frac{\left(1{,}8 \cdot \log_{10}(Re_{d_i}) - 1{,}5\right)^{-2}}{8}} \cdot (Pr^{\frac{2}{3}} - 1)} \cdot \left(1 + \left(\frac{d_i}{\ell_b}\right)^{\frac{2}{3}}\right) \tag{4-47}$$

4.2.5 Wärmestrahlung

Das Quantifizieren der Wärmestrahlung der Spindel (s. Randbedingung 16 auf S. 12) wird auf dem Stefan-Bolzmann-Gesetz (Gleichung 2-13, S. 8) aufgebaut. Spindelwerkstoff und -oberfläche entsprechend, wird stets ein grauer Körper mit einem Emissionsgrad $0 \leq \epsilon \leq 1$ betrachtet. Zunächst wird die Wärmestrahlung im Inneren der Spindel zwischen Welle (Indizes 1) und Gehäuse (Indizes 2) untersucht. Der abgegebene Wärmestrom kann in diesem Fall nach Gleichung (4-48) quantifiziert werden [STE13, S. 1089 – 1099]:

$$\dot{Q} = C_{12} \cdot A_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \tag{4-48}$$

Die Wellentemperatur T_1 und Gehäusetemperatur T_2 werden von der thermischen FEM präzise ermittelt. Als Fläche wird hierbei jene der Welle A_1 eingesetzt. Die Strahlungsaustauschzahl C_{12} der grauen Körper wird mit nachfolgender Gleichung (4-49) errechnet:

$$C_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1\right)} \tag{4-49}$$

Wobei ϵ_1 und ϵ_2 die Emissionsgrade von Welle und Gehäuse darstellen. Bei der Betrachtung der Spindelaußenseite in einem großen Raum $A_2 \ggg A_1$ vereinfacht sich Gleichung (4-49) wie folgt:

$$C_{12} = \epsilon_1 \cdot \sigma \tag{4-50}$$

Gebert gibt die Emissionsgrade spindeltypischer Werkstoffe an [GEB97, S. 82]. Der Übersichtsdarstellung von Stephan et al. können Emissionsgrade weiterer Werkstoffe entnommen werden [STE13, S. 1087 – 1088].

4.3 Wärmequellen

4.3.1 Motorverluste

In Motorspindeln werden Synchron- und Asynchronmotoren verbaut (s. Randbedingung 17 auf S. 13). Ein auf dem Werk von Hering et al. [HER12] basierender Ansatz zur Quantifizierung eines Asynchronmotors als Wärmequelle kann einer früheren Veröffentlichung des Autors entnommen werden [KOC17, S. 163]. Der im Rahmen dieser Arbeit betrachtete Versuchsträger (Abschnitt 5.1.1 ab S. 59) wird von einer permanentmagneterregten Synchronmaschine angetrieben. Die Ausführungen in diesem Unterabschnitt beziehen sich auf diesen Motorentyp.

Wie in Abbildung 22 dargestellt, kommen bei diesen Synchronmaschinen Permanentmagnete anstelle zusätzlicher rotorseitiger Wicklungen zur Erzeugung des Rotorfeldes zum Einsatz. Die Magnete werden üblicherweise auf die Rotoroberfläche geklebt. Eine die Magnete umschließende Bandage sorgt für zusätzlichen Halt [BIN17, S. 617 – 618]. Die Verluste permanentmagneterregter Synchronmaschinen $P_{V,Motor}$ können folgendermaßen gruppiert bzw. nach Gleichung (4-51) berechnet werden:

- Kupferverluste P_{Cu} in den Wicklungen des Stators
- Eisenverluste P_{Fe} im Stator- und Rotorblech
- Wirbelstromverluste $P_{W,Mag}$ in den Permanentmagneten des Rotors

$$P_{V,Motor} = P_{Cu} + P_{Fe} + P_{W,Mag} \tag{4-51}$$

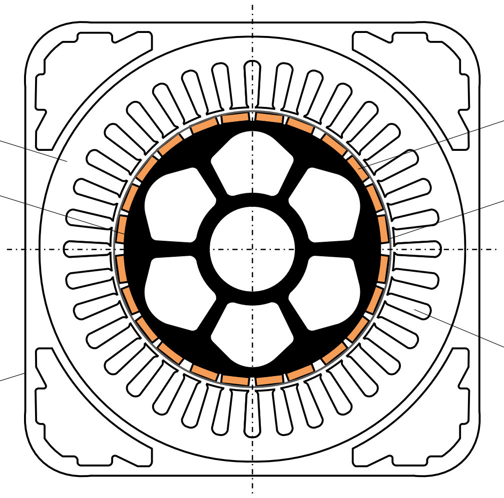


Abb. 22: Schnittdarstellung eines permanentmagneterregten Synchronmotors nach BINDER [BIN17, S. 618].

(1) Kupferverluste in den Wicklungen des Stators

Wird die Kupferdraht-Wicklung des Stators von einem Strom I durchflossen, entstehen darin Stromwärme- bzw. Kupferverluste P_{Cu}. Nachfolgende Gleichung (4-52) zeigt den quadratischen Zusammenhang zwischen Strom I und Verlustleistung P_{Cu} [OEC17, S. 11]:

$$P_{Cu} = R_{el} \cdot I^2 \cdot k_R \tag{4-52}$$

k_R stellt einen Faktor dar, der die Stromverdrängung bei hohen Frequenzen in Strom durchflossenen Leitern berücksichtigt (Skin- und Proximity-Effekte). Nähere Angaben zum Hintergrund und Herleitung des Faktors können bspw. der Arbeit von JUNGINGER entnommen werden [JUN17, S. 13 – 20]. Der elektrische Widerstand der Wicklung R_{el} kann anhand der Länge des Wickeldrahts ℓ_W und der Leiterquerschnittsfläche A_L ermittelt werden:

$$R_{el} = \frac{\ell_W}{\varkappa \cdot A_L} \tag{4-53}$$

Weiterhin bezeichnet $\varkappa$ in Gleichung (4-53) die elektrische Leitfähigkeit des Werkstoffs. Die elektrische Leitfähigkeit von Kupfer ist stark temperaturabhängig. Anhaltswerte können z. B. dem Werk von GEBERT entnommen werden [GEB97, S. 39].

(2) Eisenverluste im Stator- und Rotorblech

Ferromagnetische Eisensiliziumbleche (vgl. Abbildung 22) ermöglichen das Führen der magnetischen Felder im Rotor und Stator der Synchronmaschine. Die Blechstapel-Konstruktion verringert den Durchflutungsbedarf und reduziert somit die erforderlichen Abmessungen der elektrischen Maschine. Durchdringt ein sich zeitlich veränderndes Magnetfeld den ferromagnetischen Eisenkern, entstehen infolge der Ummagnetisierungseffekte Hysterese- und Wirbelstromverluste. [GEB97, S. 39]

Das akkurate Quantifizieren der Eisenverluste ist Gegenstand derzeitiger Forschungstätigkeiten. Üblicherweise werden wie bei den Kupferverlusten analytische Gleichungen verwendet. Ohne empirischen Abgleich sind die Ergebnisse jedoch meist realitätsfern. Jüngere Ansätze versuchen deshalb, die Eisenverluste, aufbauend auf numerischen Berechnungen des Magnetsfeldes mittels FEM, präziser zu ermitteln. Als Zielgröße der FE-Analyse wird das magnetische Vektorpotential ermittelt, von dem sich dann die gesuchten Größen wie die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ und die Verlustleistung P_{Fe} ableiten lassen. Eisenverluste setzen sich nach BERTOTTI aus Hystereseverlusten P_H, Wirbelstromverlusten P_W, und Zusatzverlusten P_Z zusammen [BER88, S. 621]:

$$P_{Fe} = P_H + P_W + P_Z \tag{4-54}$$

Die Berechnung der Einzelanteile erfolgt entsprechend nachfolgender Gleichung (4-55). Darin sind k_H, β, k_W und k_Z materialspezifische, empirisch zu ermittelnde Verlustkoeffizienten. Der empirische Abgleich ist erforderlich, um individuelle Einflüsse durch die jeweiligen Fertigungsverfahren auf das Gefüge der Bleche berücksichtigen zu können [BOU19, S. 1]. $\vec{B}_{max}$ bezeichnet die Amplitude der magnetischen Flussdichte und f die Frequenz der Magnetisierung.

$$P_{Fe} = \underbrace{k_H \cdot f \cdot \vec{B}_{max}^{\beta}}_{P_H} + \underbrace{k_W \cdot \left(f \cdot \vec{B}_{max}\right)^2}_{P_W} + \underbrace{k_Z \cdot \left(f \cdot \vec{B}_{max}\right)^{1,5}}_{P_Z} \tag{4-55}$$

Da FE-Modelle zur Ermittlung des Vektorpotentials im Zeitbereich berechnet werden, muss Gleichung (4-55) vom Frequenzbereich in den Zeitbereich überführt werden [GAN23, S. 5]. Diesbezüglich wurden unterschiedliche Ansätze entwickelt, die jedoch das Erfassen zahlreicher zusätzlicher empirischer Parameter erfordern [REI01]. Um zusätzliche Parameter zu vermeiden, wird im Rahmen dieser Arbeit der Ansatz von LIN ET AL. verwendet, dessen Vorgehen keine weiteren empirischen Parameter als die bereits eingeführten (k_H, β, k_W und k_Z) erfordert [LIN04, S. 1318].

Hystereseverluste P_H entsprechen dem Flächeninhalt der Hysteresekurve. Das Quantifizieren dieser Fläche gelingt im Zeitbereich durch Definition einer äquivalenten Ellipse mit gleichem Flächeninhalt [LIN04, S. 1319]. Durch Gleichsetzen mit der stationären Lösung für P_H in Gleichung (4-55), leiteten LIN ET AL. folgende Gleichung zum Quantifizieren der augenblicklichen Hystereseverluste $P_H(t)$ her:

$$P_H(t) = \frac{1}{4 \cdot \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \cos^{\beta}\theta \mathrm{d}\theta} \cdot k_H \cdot \left|\vec{B}_{max} \cdot \cos\theta\right|^{\beta-1} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \tag{4-56}$$

Wobei θ den Winkel der Hystereseschleife bezeichnet. Die empirisch zu ermittelnden Verlustkoeffizienten k_H und β entsprechen jenen in Term P_H in Gleichung (4-55). Durch eine vergleichbare Herleitung mittels Gleichsetzen werden die augenblicklichen Wirbelstromverluste

$P_W(t)$ und Zusatzverluste $P_Z(t)$ mit nachfolgenden Gleichungen (4-57) – (4-58) ermittelt:

$$P_W(t) = \frac{1}{2 \cdot \pi^2} \cdot k_W \cdot \left(\frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \right)^2 \tag{4-57}$$

$$P_Z(t) = \frac{1}{8,763363} \cdot k_Z \cdot \left| \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \right|^{1,5} \tag{4-58}$$

Die Quantifizierung der Eisenverlustterme $P_H(t)$, $P_W(t)$ und $P_Z(t)$ erfolgte mit einer separaten 2D FEM-Berechnung. Details zur Simulations- und Rechenmethode können den parallel erarbeiteten Ergebnissen von GANSER ET AL. entnommen werden [GAN23].

(3) Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten des Rotors

Wie in den Blechpaketen entstehen auch in den Permanentmagneten Wirbelstrom- und Hystereseverluste. Das Rotorfeld stellt gegenüber dem Statorfeld kein Drehfeld dar. Demzufolge wird die Hystereseschleife im Rotorblech und den Magneten nicht vollständig durchlaufen, womit die entstehenden Hystereseverluste als vernachlässigbar angesehen werden können.

Der Wirbelstromverlustanteil in den Magneten $P_{W,Mag}$ muss jedoch berücksichtigt werden. Entgegen dem numerischen Ansatz bei den Eisenverlusten kann hier eine analytische Herangehensweise verfolgt werden. Die Formulierung in Gleichung (4-59), aufbauend auf dem Werk von BECKERT ET AL. [BEC09], führte zu guten Übereinstimmungen mit den Messungen:

$$P_{W,Mag} = \frac{1}{2} \cdot \int_{A_{Mag}} \mathfrak{Re} \left[\vec{E} \times \vec{H}^* \right] \cdot \mathrm{d}\vec{A} \tag{4-59}$$

Die Magnetverluste $P_{W,Mag}$ werden demnach über die Oberfläche des Magnets A_{Mag}, anhand des Kreuzproduktes der Realteile aus elektrischer Feldstärke $\vec{E}$ und konjugierter magnetischer Feldstärke $\vec{H}^*$, berechnet. Elektrische und magnetische Feldstärke werden dabei in einer komplexen, augenblicklichen Formulierung eingesetzt. Eine Lösung der Integralgleichung kann der Arbeit von BECKERT ET AL. entnommen werden [BEC09, S. 11].

4.3.2 Wälzlagerreibungsverluste

Das akkurate Quantifizieren von Wälzlagern als Wärmequelle ist insbesondere bei hohen Drehzahlen mit dem derzeitigen Stand der Technik nicht möglich (s. Randbedingung 18 auf S. 13). Um dennoch eine möglichst präzise Quantifizierung zu ermöglichen, wurde eine halbempirische Herangehensweise mit folgenden Schritten entwickelt:

(1) Analytische Bestimmung der Lagerverlustverteilung
(2) Empirische Ermittlung der Summe der Lagerverluste
(3) Halbempirische Quantifizierung der Einzellagerverluste

(1) Analytische Bestimmung der Lagerverlustverteilung

Obgleich die Ergebnisse der Gleichungen zur Ermittlung der Lagerverlustleistung zu hohe Ergebnisse liefern, sollen sie hier dennoch als Grundlage genutzt werden. Das ist auf die Erkenntnis zurückzuführen, dass die Ergebnisse der Einzellagerverluste in einem realitätsnahem Verhältnis zueinander stehen. Demnach kann die Lagerverlustverteilung hinreichend genau ermittelt werden. PALMGRENS Ansatz [PAL64] fußt auf der Grundannahme, dass das Verlustmoment eines Wälzlagers aus zwei Einzelanteilen besteht:

$$M_{VL,a} = M_0 + M_1 \tag{4-60}$$

Das analytisch errechnete Reibmoment $M_{VL,a}$ wird in einen lastunabhängigen Anteil M_0 und einen lastabhängigen Anteil M_1 aufgeteilt. Der lastunabhängige Anteil M_0 ist das Reibmoment, das durch die Viskosität des Schmierstoffs entsteht. Es wird mit nachfolgender Gleichung (4-61) berechnet:

$$M_0 = f_0 \cdot d_{m,0}^3 \cdot (\nu_0 \cdot n_0)^{\frac{2}{3}} \cdot 10^{-7} \tag{4-61}$$

f_0 bezeichnet einen Lagerbeiwertfaktor, der basierend auf der Schmierungsform entsprechenden Quellwerken [HAR01, S. 543] entnommen werden kann. In Motorspindeln kommen häufig Öl-Nebel-Schmierungen zum Einsatz, womit der Faktor bei Schrägkugellagern zu $f_0 = 1,7$ beziffert wird. Die Variable $d_{m,0}$ bezeichnet den mittleren Durchmesser des Lagers (vgl. Gleichung 4-62) bezogen auf den Bohrungsdurchmesser $d_{b,0}$ und den Außendurchmesser $\mathcal{D}_0$:

$$d_{m,0} = \frac{d_{b,0} + \mathcal{D}_0}{2} \tag{4-62}$$

Daneben ist ν_0 die kinematische Viskosität des Schmierstoffs und n_0 die Drehzahl. Das lastabhängige Reibmoment M_1 aus Gleichung (4-60) wird nach Gleichung (4-63) berechnet. Dieses errechnet sich aus einem weiteren Lagerbeiwert f_1, dem mittleren Lagerdurchmesser $d_{m,0}$ und einer für das Reibmoment maßgebenden Belastung F_{ma}:

$$M_1 = f_1 \cdot d_{m,0} \cdot F_{ma} \tag{4-63}$$

Der Lagerbeiwert f_1 bestimmt sich je nach Lagerbauform. Einerseits können HARRIS Arbeit Referenzwerte für f_1 entnommen werden [HAR01, S. 541]. Andererseits kann bei den hier verbauten Schrägkugellagern der Beiwert mit nachfolgender Gleichung (4-64) bestimmt werden [SCH13, S. 42]:

$$f_1 = 0,001 \cdot \left(\frac{F_0}{C_0}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{4-64}$$

Die statische Tragzahl C_0 des Lagers kann üblicherweise den Herstellerkatalogen entnommen werden. Daneben bezeichnet F_0 die statische äquivalente Lagerbelastung, die bei Spindellagern mit einem Anstellwinkel von $15°$ mit Gleichung (4-65) berechnet werden kann [SCH24, S. 41]:

$$F_0 = 0,5 \cdot F_r + 0,46 \cdot F_a \tag{4-65}$$

Dabei bezeichnet F_r die Radiallast und F_a die Axiallast. Gleichung (4-65) gilt nur für den Fall $\frac{F_a}{F_r} > 1,09$, was bei den vorliegenden empirischen Vergleichsuntersuchungen auf dem Prüfstand ohne Bearbeitungsprozess immer erfüllt war ($F_r \approx 0$). Die maßgebende Lagerbelastung F_{ma} in Gleichung (4-63) wird bei Schrägkugellagern in der vorliegenden Konfiguration mit nachfolgender Gleichung (4-66) berechnet [SCH13, S. 42]:

$$F_{ma} = 1,4 \cdot F_a + 0,1 \cdot F_r \tag{4-66}$$

Mit dieser Vorgehensweise kann das Gesamtreibmoment der Lager nach Gleichung (4-60) berechnet werden. Darauf aufbauend kann im letzten Schritt über die Winkelgeschwindigkeit ω die Reibleistung $P_{VL,a}$ bestimmt werden:

$$P_{VL,a} = M_{VL,a} \cdot \omega = (M_0 + M_1) \cdot \omega \tag{4-67}$$

ZAHEDI ET AL. [ZAH12, S. 285] und MA ET AL. [MA15, S. 255] addieren zu M_0 und M_1 noch das zusätzliches Reibmoment M_{Spin}, welches durch das gyroskopische Moment der Wälzkörper entsteht [HAR01, S. 504; HAR07, S. 90 – 91]. Dieser Anteil wird in der vorliegenden Arbeit nicht berücksichtigt, da er in den empirisch ermittelten Gleichungen von PALMGREN [PAL64] ohnehin enthalten ist bzw. eine Abgrenzung zu diesen nicht stattfindet (vgl. die Ausführungen in [KOC23, S. 250 – 251]). Der analytisch ermittelte Gesamtverlust $P_{VL,ges,a}$ einer Motorspindel mit drei Lagern $P_{VL1,a}$ – $P_{VL3,a}$ lässt sich somit nach Gleichung (4-68) berechnen:

$$P_{VL,ges,a} = P_{VL1,a} + P_{VL2,a} + P_{VL3,a} \tag{4-68}$$

(2) Empirische Ermittlung der Summe der Lagerverluste

Die Reibverluste von Motorspindeln mit Asynchronmotor können durch Auslaufversuche relativ präzise ermittelt werden. Wird die Energiezufuhr bei einem gewünschten Betriebszustand schlagartig unterbrochen, kann eine Auslaufkurve aufgenommen werden. Ist das Massenträgheitsmoment der Spindelwelle bekannt, kann über eine Betrachtung der Rotationsenergie die Reibleistung empirisch ermittelt werden. Allerdings wird immer auch die Luftreibung mitgemessen. Ein nachträgliches Aufteilen von Luft- und Lagerreibung ist nur mit zusätzlichen Näherungen und Annahmen möglich. [GEB97, S. 52 – 56]

Auslaufversuche führen bei der betrachteten Spindel mit Synchronmotor zu keinen belastbaren Ergebnissen, da die Permanentmagnete die Ergebnisse auch ohne Eingangsleistung beeinflussen. Stattdessen erfolgte eine Messung der Eingangsleistung mit einem Prüfstand (vgl. Abschnitt 5.2.1 ab S. 67). Bei einem Leerlaufversuch entspricht die Eingangsleistung P_{in} der Gesamtverlustleistung der Spindel ($P_{in} = P_{V,ges}$). Wenn die Motorverlustleistung $P_{V,Motor}$ (Gleichung 4-51) und die Luftreibungsverluste $P_{V,Luft}$ (Gleichung 4-72) präzise errechnet werden können, kann mit folgender Bilanzgleichung (4-69) der Gesamtverlust der Lager quantifiziert werden:

$$P_{VL,ges} = P_{in} - P_{V,Motor} - P_{V,Luft} \tag{4-69}$$

(3) Halbempirische Quantifizierung der Einzellagerverluste

Wird Gleichung (4-68) durch die analytisch ermittelte Gesamtverlustleistung $P_{VL,ges,a}$ geteilt, können wie in nachfolgender Gleichung (4-70) dargestellt, die analytisch ermittelten Anteile anhand prozentualer Faktoren $f_{1\,\%}$ – $f_{3\,\%}$ ausgedrückt werden ($f_{\%} = 0\,\% \dots 100\,\%$):

$$100\,\% = \frac{P_{VL1,a}}{P_{VL,ges,a}} + \frac{P_{VL2,a}}{P_{VL,ges,a}} + \frac{P_{VL3,a}}{P_{VL,ges,a}} = f_{1\,\%} + f_{2\,\%} + f_{3\,\%} \tag{4-70}$$

Anhand dieser analytisch determinierten Faktoren $f_{1\,\%}$ – $f_{3\,\%}$ und der empirisch ermittelten Gesamtverlustleistung der Lager $P_{VL,ges}$ (Gleichung 4-69) lassen sich nun die Einzellagerverluste P_{VL1} – P_{VL3} realitätsnah errechnen:

$$P_{VL1} = f_{1\,\%} \cdot P_{VL,ges} \qquad P_{VL2} = f_{2\,\%} \cdot P_{VL,ges} \qquad P_{VL3} = f_{3\,\%} \cdot P_{VL,ges} \tag{4-71}$$

An dieser Stelle muss abschließend darauf hingewiesen werden, dass in jüngster Vergangenheit drei gänzlich neuartige analytische Ansätze zur Quantifizierung der Lagerreibleistung formuliert wurden. ZHANG ET AL. [ZHA22a] testeten ihren Ansatz bis $18.000\,\mathrm{min}^{-1}$, ZHAO ET AL. [ZHA23a] überprüften bis $20.000\,\mathrm{min}^{-1}$ und YU ET AL. [YU23] betrachteten ihr Modell bis

$25.000\,\mathrm{min}^{-1}$. Die Formulierungen erfordern die Kenntnis sämtlicher Lagerparameter, die teilweise von den Herstellern nicht herausgegeben werden, was deren Überprüfung im Rahmen dieser Arbeit unmöglich machte. Weiterhin sei darauf hingewiesen, dass aus einer vergleichenden Analyse [ZHA23a, S. 9] hervorgeht, dass die Ergebnisse von ZHANG ET AL. [ZHA22a] und ZHAO ET AL. [ZHA23a] bei $18.000\,\mathrm{min}^{-1}$ bereits um Faktor 4 bzw. $5{,}4$ größer sind als jene von HARRIS [HAR01, S. 540 – 544]. Nach den bislang gesammelten Erfahrungen sind die Werte von HARRIS [HAR01] sowie PALMGREN [PAL64], verglichen mit den Messergebnissen, bereits um Faktor 2 bis 5 zu groß [KOC23, S. 251].

Da die Ergebnisse dieser Ansätze noch größer sind, wird von keiner guten Übertragbarkeit der Ansätze, zumindest auf die hier untersuchten Spindellager, ausgegangen. Die neuen Modelle [ZHA22a; YU23; ZHA23a] sollten dennoch durch weitere Arbeiten bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen gelöst und mit den bislang vorliegenden Ansätzen [PAL64; HAR01; KOS21] und empirischen Untersuchungen der Lagerverluste (vgl. den Prüfstand von BRECHER ET AL. [BRE21, S. 4292 – 4293]) verglichen und validiert werden.

4.3.3 Luftreibungsverluste

Die Luftreibung steigt überproportional mit der Rotationsgeschwindigkeit. Demnach ist ein akkurates Verständnis des Phänomens unerlässlich, insbesondere bei der betrachteten Motorspindel mit $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$ (Abschnitt 5.1.1 ab S. 59). Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen mit GEBERTs Ansätzen [GEB97, S. 46 – 56] (s. Randbedingung (19) auf S. 13) ergaben zu geringe Reibungsverluste, insbesondere in Bereichen mit größeren Hohlräumen zwischen Welle und Gehäuse. Grundsätzlich wird die Luftreibleistung $P_{V,Luft}$ anhand des Luftreibmoments M_{Luft} quantifiziert:

$$P_{V,Luft} = M_{Luft} \cdot \omega \tag{4-72}$$

Das analytische Quantifizieren des Luftreibmoments M_{Luft} ist kein triviales Problem. Insofern laminare Strömungen vorliegen, können Luftreibungsphänomene einfacher Geometrien auf Basis exakter Lösungen der Navier-Stokes-Gleichungen berechnet werden. Im Hochdrehzahlbereich werden die Strömungen jedoch zunehmend turbulent, was das Lösen der Gleichungen unmöglich macht [GEB97, S. 46]. Um derartige Probleme quantifizierbar zu machen, wurden empirisch basierte dimensionslose Reibkoeffizienten C_ℓ (friction coefficients) eingeführt. Diese basieren auf der Schubspannung der Luft τ_{Luft}, die für rotierende Zylinder mit nachfolgender Gleichung (4-73) berechnet werden kann [SAA98, S. 12]:

$$\tau_{Luft} = \rho \cdot (\nu + \Xi_W) \cdot r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(\frac{v}{r}\right) \tag{4-73}$$

ρ bezeichnet die Luftdichte, Ξ_W die Wirbeldiffusion, r den Radius und v die Umfangsgeschwindigkeit ($v = r \cdot \omega$). Gleichung (4-73) ist nicht lösbar, da die Wirbeldiffusion und die Geschwindigkeitsverteilung bei turbulenten Strömungen nicht bestimmt werden kann. Als Lösungsalternative wird in Anlehnung an die Formulierung der dimensionslose Reibkoeffizient C_ℓ nach Gleichung (4-74) definiert:

$$C_\ell = \frac{\tau_r}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_r^2} \tag{4-74}$$

Darin bezeichnet τ_r die Schubspannung an der Oberfläche A des rotierenden Körpers und v_r die Umfangeschwindigkeit an der Wellenoberfläche ($v_r = r_W \cdot \omega$). Mit der Schubspannung τ_r und der Oberfläche A lässt sich die Widerstandskraft F_{Luft} an der Oberfläche bestimmen ($F_{Luft} = \tau_r \cdot A$). Mittels F_{Luft} und r kann das Luftreibmoment M_{Luft} errechnet werden ($M_{Luft} = F_{Luft} \cdot r$). Durch Einsetzen von τ_r bzw. Gleichung (4-74) kann das Luftreibmoment M_{Luft} an der Wellenoberfläche A mit dem dimensionslosen Reibkoeffizienten C_ℓ berechnet werden:

$$\begin{aligned} M_{Luft} &= \tau_r \cdot A \cdot r \\ M_{Luft} &= C_\ell \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_r^2 \cdot A \cdot r \\ M_{Luft} &= C_\ell \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot r^3 \cdot \omega^2 \cdot A \end{aligned} \tag{4-75}$$

Gleichung (4-75) ist allgemeingültig. Die Welle von Motorspindeln ist geometrisch komplex. Um die Luftreibung für einen derartigen Körper berechenbar zu machen, muss die Welle in einzelne rotierende Zylinder und Scheiben zerlegt werden. Bei der Betrachtung eines Zylinders wird die Zylindermantelfläche $A = 2\pi \cdot r \cdot \ell_Z$ eingesetzt (Gleichung 4-76). Wobei ℓ_Z die Zylinderlänge bezeichnet. Soll eine rotierende Scheibe betrachtet werden, kann diese als Kreisring mit dem Innen- und Außenradius (r_i, r_a) nach Gleichung (4-77) quantifiziert werden:

$$M_{Luft,Z} = C_\ell \cdot \rho \cdot r^4 \cdot \omega^2 \cdot \pi \cdot \ell_Z \tag{4-76}$$

$$M_{Luft,S} = C_\ell \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot \left(r_a^5 - r_i^5\right) \tag{4-77}$$

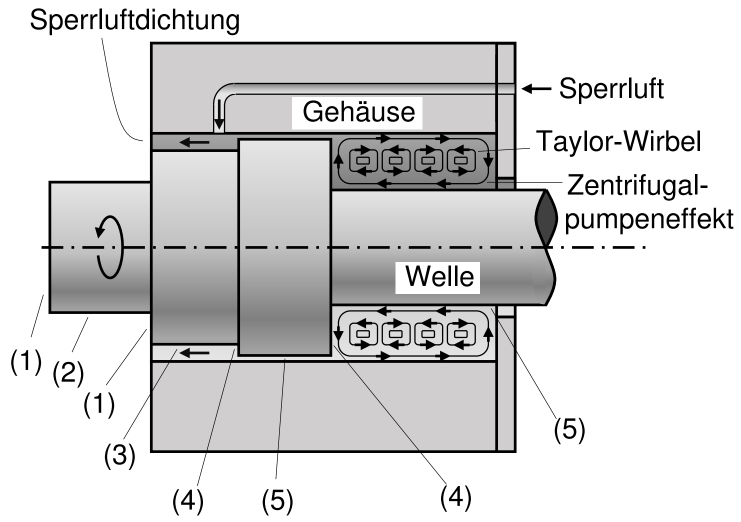
Als einzige Unbekannte bleibt C_ℓ, welche empirisch als Funktion der Reynolds-Zahl Re quantifiziert wird. Um die unterschiedlichen Phänomene berücksichtigen zu können, müssen nach SAARI zunächst die nachfolgenden drei Reynolds-Zahlen eingeführt werden [SAA98, S. 9–10]. Gleichung (4-78) bezeichnet eine auf den Radius bezogene Reynolds-Zahl Re_r, Gleichung (4-79) ist die sogenannte Couette-Reynolds-Zahl Re_δ und die Reynolds-Zahl $Re_{a\delta}$ in Gleichung (4-80) wird für Betrachtungen mit zusätzlicher Axialströmung im Ringspalt zwischen zwei konzentrischen Zylindern verwendet.

$$Re_r = \frac{\rho \cdot v_r \cdot r}{\mu} \tag{4-78}$$

$$Re_\delta = \frac{\rho \cdot v_r \cdot \delta}{\mu} \tag{4-79}$$

$$Re_{a\delta} = \frac{\rho \cdot v_{axial} \cdot 2\delta}{\mu} \tag{4-80}$$

v_r bezeichnet die Umfangsgeschwindigkeit der rotierenden Welle. μ ist die dynamische Viskosität, δ der Ringspalt zwischen Welle und Gehäuse und v_{axial} die Axialgeschwindigkeit in der Ringspaltfläche. Alle im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Luftreibungsphänomene sind in nachfolgender Abbildung 23 dargestellt.



#	Quantifizierung als
(1)	frei rotierende Scheibe
(2)	frei rotierender Zylinder
(3)	konzentrischer Zylinder mit definierter Axialströmung
(4)	rotierende Scheibe in Umhausung
(5)	rotierender Zylinder in Umhausung (axial durchströmt)

Abb. 23: Untergliederung der Luftreibungsphänomene.

(1) Frei rotierende Scheibe

Auf der Arbeitsseite der Spindel können Bereiche der Welle bzw. Werkzeugaufnahme als frei rotierende Scheibe betrachtet werden (Abbildung 23, links). Die dimensionslosen Reibkoeffizienten können in diesem Fall auf Basis der Arbeit von KREITH ermittelt werden [KRE69]. Im Bereich kleiner Reynolds-Zahlen $Re_r < 3 \cdot 10^5$ kann der Reibkoeffizient C_f nach Gleichung (4-81) errechnet werden:

$$C_f = \frac{3,870}{Re_r^{0,5}} \tag{4-81}$$

Im Reynolds-Zahl-Bereich darüber $Re_r > 3 \cdot 10^5$ kommt eine leicht modifizierte Form der Gleichung (4-82) zum Einsatz:

$$C_f = \frac{0,146}{Re_r^{0,2}} \tag{4-82}$$

(2) Frei rotierender Zylinder

Bereiche der Welle, die als frei rotierende Zylinder betrachteten werden, können nach THEODORSEN & REGIER [THE44, S. 373] quantifiziert werden. Bei niedrigen Reynoldszahlen $Re_r < 80$ gilt folgende Gleichung (4-83):

$$C_f = \frac{4}{Re_r} \tag{4-83}$$

Bei höheren Reynolds-Zahlen ($Re_r > 80$) muss folgende iterativ zu lösende Gleichung (4-84) genutzt werden, um den Reibkoeffizienten C_f zu bestimmen:

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 4,07 \cdot \log_{10}\left(Re_r \cdot \sqrt{C_f}\right) - 0,6 \tag{4-84}$$

(3) Konzentrischer Zylinder mit definierter Axialströmung

Zur Quantifizierung von Reibkoeffizienten in Bereichen der Sperrluftdichtungen wird mit deren Volumenstrom $\dot{V}$ und der Kreisringfläche des Luftspalts A die Axialgeschwindigkeit berechnet ($v_{axial} = \frac{\dot{V}}{A}$). Entsprechend kann die Reynolds-Zahl $Re_{a\delta}$ nach Gleichung (4-80) ermittelt werden. YAMADA leitete für diesen Fall folgende Beziehung her [YAM62, S. 635]:

$$C_f = \frac{0,0152}{Re_\delta^{0,24}} \cdot \left(1 + \left(\frac{8}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{4 \cdot Re_{a\delta}}{Re_\delta}\right)^2\right)^{0,38} \tag{4-85}$$

(4) Rotierende Scheibe in Umhausung

Scheiben im Inneren der Spindel (Abbildung 23) müssen durch separate Korrelationsbeziehungen beschrieben werden. Aufbauend auf den Grundlagenarbeiten von SCHULTZ-GRUNOW [SCH35] gibt GEBERT [GEB97, S. 50] für den Bereich $Re_r < 5,54 \cdot (\frac{r_a}{\delta})^2$ folgende Beziehungen (4-86) an:

$$C_f = 2\pi \cdot \frac{r_a}{\delta} \cdot \frac{1}{Re_r} \tag{4-86}$$

Im Bereich $5,54 \cdot (\frac{r_a}{\delta})^2 < Re_r < 2,8 \cdot 10^5$ kann folgende Gleichung (4-88) genutzt werden:

$$C_f = \frac{2,67}{\sqrt{Re_r}} \tag{4-87}$$

Bei noch größeren Reynolds-Zahlen ($2,8 \cdot 10^5 < Re_r$) wird Gleichung (4-88) angesetzt:

$$C_f = 0,0622 \cdot Re_r^{-0,2} \tag{4-88}$$

(5) Rotierender Zylinder in Umhausung (axial durchströmt)

Die präzise Quantifizierung von Teilen der Spindel, die als rotierende Zylinder im Gehäuse betrachtet werden können, war mit dem bisherigen Stand der Technik nicht möglich. Bislang wurde nach GEBERT im Luftspalt zwischen drei aufeinanderfolgenden Strömungsbereichen differenziert, die mit der Taylor-Zahl Ta beziffert werden [GEB97, S. 52]:

- laminare bzw. Couette-Strömung $Ta < 41,3$
- Taylor-Wirbelströmung $41,3 < Ta < 400,0$
- vollständig turbulente Strömung $400,0 < Ta$

Die entsprechenden Quantifizierungsansätze [GEB97, S. 51 – 53] nach STUART [STU58], generierten insbesondere in Bereichen größerer Abstände δ, zu geringe Ergebnisse für C_f bzw. $M_{Luft,Z}$. Der Grund hierfür ist, nach den im Rahmen dieser Arbeit erarbeiteten Erkenntnissen, das Auftreten von Taylor-Wirbeln. Insofern eine zusätzliche Axialströmung im Ringspalt vorliegt, entstehen diese auch bei hohen Drehzahlen ($400 < Ta$) und erhöhten den Reibkoeffizienten C_f bzw. das Reibmoment $M_{Luft,Z}$ signifikant.

GEBERT berücksichtigt diesen Umstand nicht, da an den einzelnen Zylinderbereichen der Welle, idealisiert bzw. separiert von der Umgebung betrachtet, keine Axialströmung vorliegt. Die Spindelwelle ist durch unterschiedliche Durchmesser charakterisiert. Diese erzeugen unterschiedliche Umfangs- bzw. Luftgeschwindigkeiten an der Wellenoberfläche, welche Druckdifferenzen im Luftspalt in axialer Richtung zur Folge haben. Dieser Umstand erzeugt eine Axialströmung. Der als Zentrifugalpumpeneffekt (Abbildung 23) bezeichnete Umstand wurde von DAILY & NECE bei der Untersuchung rotierender Scheiben beobachtet [DAI60]. Die Luft strömt an der rotierenden Scheibe (4) links in Abbildung 23 nach außen, danach axial durch den Hohlraum und an der statischen Wand am hinteren Ende wieder nach innen. Der zylinderförmige Wellenbereich (5) wird axial überströmt und der Kreislauf beginnt von neuem.

Die ortsfesten Taylor-Wirbel sind abwechselnd links- bzw. rechtsdrehend ausgebildet. Dieses Phänomen und die zusätzliche axiale Umlaufströmung führen zu mehreren entgegengesetzten Strömungen und entsprechend erhöhter Luftreibung. Eine tiefere Betrachtung der Problemstellung kann einer früheren Arbeit des Autors entnommen werden [KOC23, S. 246 – 250]. Die von GEBERT [GEB97, S. 52] vorgenommene Dreigliederung der Strömungsbereiche auf Grundlage der Taylor-Zahl Ta ist damit nicht mehr anwendbar. Aus den Grundlagenuntersuchungen von KAYE & ELGAR [KAY58, S. 758 – 760] geht hervor, dass in einem axial durchströmten Luftspalt, zwischen einem rotierenden Zylinder und einem statischen Hohlzylinder, *vier* Strömungsbereiche vorliegen (s. Abbildung 24a, zentral ausgerichtet in Abbildung 24). Die umliegenden vier Abbildungen 24b, 24c, 24d und 24e visualisieren die Strömungsformen der in Abbildung 24a dargelegten vier Strömungsbereiche.

Bei geringen Drehzahlen liegt meist eine laminare Couette-Strömung vor (Abbildung 24c). Wärme wird in diesem Bereich nur durch Wärmeleitung und -strahlung übertragen. Bei höherer Drehzahl bzw. geringer Axialgeschwindigkeit entstehen Taylor-Wirbel (Abbildung 24e). Bei gleichzeitig hohen Drehzahlen und Axialgeschwindigkeiten entsteht die in Abbildung 24d dargestellte Mischform aus Taylor-Wirbeln und turbulenter Strömung. Diese Strömungsform ist mit hoher Wahrscheinlichkeit in den größeren Hohlräumen der Motorspindel bei hohen Drehzahlen präsent. Nur bei relativ niedriger Drehzahl und hoher Axialgeschwindigkeit wird die Strömung vollständig turbulent (Abbildung 24b). Die eingezeichneten Grenzlinien in Abbildung 24a sind qualitativ dargestellt. Strukturell bleiben diese zwar immer erhalten, doch sie verschieben sich je nach Prüfstandkonfiguration bzw. gewählten Randbedingungen geringfügig [KAY58, S. 760].

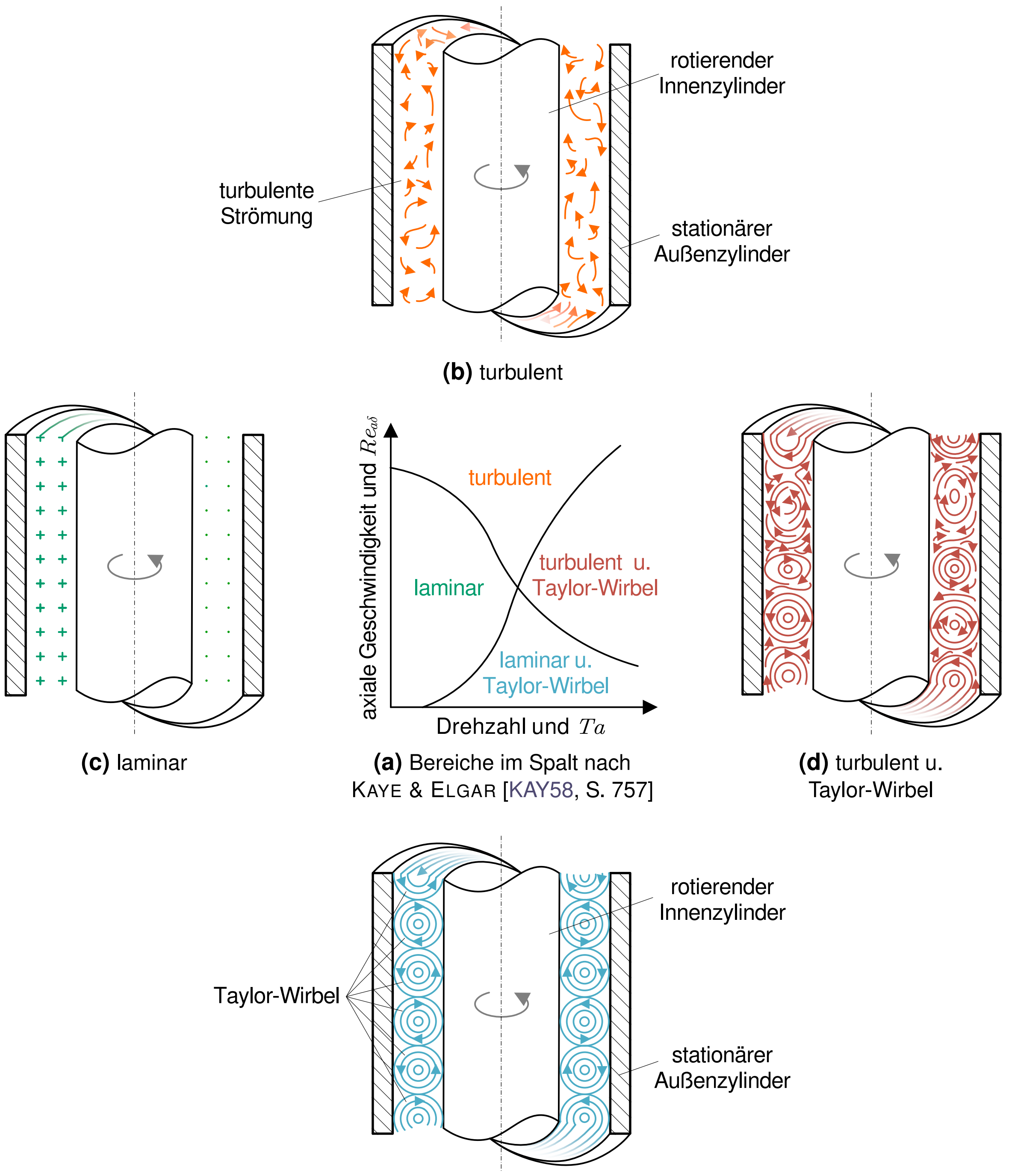
SAARI [SAA98, S. 15] konzipierte, aufbauend auf der Arbeit von BILGEN & BOULOS [BIL73], entsprechende Korrelationsbeziehungen für die Koeffizienten C_f, die den Effekt der Taylor-Wirbel bei hohen Drehzahlen berücksichtigen. Das Verwenden von Gleichung (4-89) ist im Bereich $500 < Re_\delta < 10^4$ zulässig:

$$C_f = 0{,}5150 \cdot \frac{\left(\frac{\delta}{r}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,5}} \tag{4-89}$$

Bei höheren Couette-Reynolds-Zahlen $10^4 < Re_\delta$ wird folgende Variante der Gleichung verwendet:

$$C_f = 0{,}0325 \cdot \frac{\left(\frac{\delta}{r}\right)^{0,3}}{Re_\delta^{0,2}} \tag{4-90}$$

Größere Hohlräume zwischen Welle und Gehäuse reduzieren nach dem klassischen Verständnis [STU58] die Luftreibungsverluste. Werden die Effekte der Taylor-Wirbel bei hohen Drehzahlen berücksichtigt, steigen die Luftreibungsverluste in ebenjenen Bereichen signifikant. Nahe der Endgeschwindigkeit $\rightarrow 40.000\,\mathrm{min}^{-1}$ waren die Ergebnisse des Versuchsträgers mit diesem Ansatz (Gleichung 4-89 – 4-90) bis zu 4-mal höher als mit dem konventionellen Vorgehen.



(b) turbulent

(c) laminar

(a) Bereiche im Spalt nach Kaye & Elgar [KAY58, S. 757]

(d) turbulent u. Taylor-Wirbel

(e) laminar u. Taylor-Wirbel

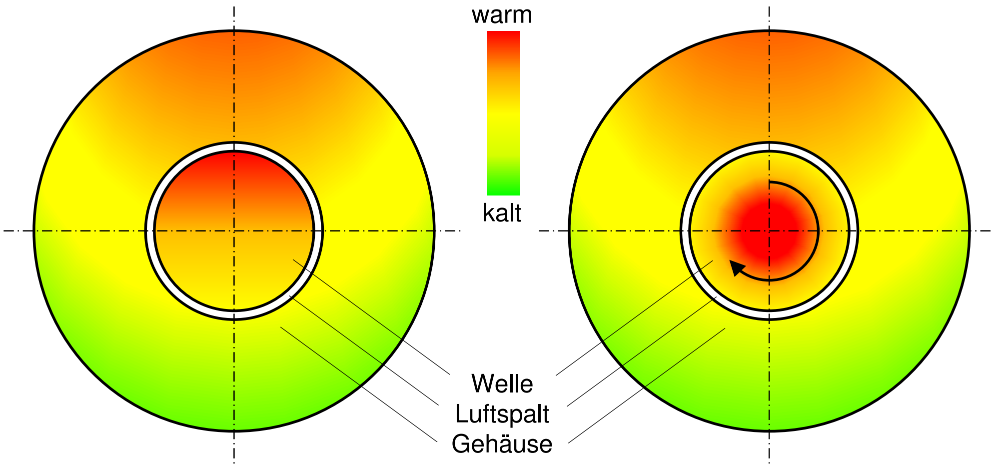
Abb. 24: Die vier Strömungsbereiche (Abbildung 24a, mittig) mit den jeweiligen Strömungsformen (Abbildung 24b, 24c, 24d und 24e) in einem axial durchströmten Luftspalt.

4.4 Wellenrotation

Ein übergeordnetes Ziel der thermischen Modellierung ist ein besseres Verständnis der thermomechanischen Verlagerungen. Eine akkurate Modellierung gelingt vornehmlich durch das präzise Bestimmen der thermischen Randbedingungen (Unterabschnitte 4.1.1 – 4.3.3). Gleichwohl zeigte die vorliegende Arbeit bzw. die vorangegangene Arbeit hinsichtlich thermomechanischer Modellierung der Spindelverlagerung [KOC21b], dass die Wellenrotation schon während der thermischen Modellierung berücksichtigt werden muss.

Die Wellenrotation hat, wie anhand der qualitativen Betrachtung in Abbildung 25 verdeutlicht, einen signifikanten Effekt auf das sich ergebende Temperaturfeld. Alle vorangegangen Arbeiten ignorieren diesen Effekt (s. Randbedingung (20) in Tabelle 1-2), was zu dem in Abbildung 25a dargestellten Temperaturfeld führt. Die thermische Asymmetrie kommt üblicherweise durch die Fluidkühlung im Gehäuse in die Spindel. Wird die Wellenrotation ignoriert, überträgt sich das asymmetrische Temperaturfeld auch auf die Welle. In Realität liegt diese Temperaturausprägung nur im Stillstand vor ($n = 0$). Sobald die Welle rotiert, bildet sich ein mit Abbildung 25b vergleichbares Temperaturfeld. Die Rotation homogenisiert das Temperaturfeld der Welle. Auch der Wärmeeintrag des auf der Welle montierten Rotors kann als symmetrisch betrachtet werden.

Der Unterschied ist insbesondere dann relevant, wenn mit den Temperaturfeldern die TCP-Verlagerung, anhand einer nachgelagerten thermomechanischen Simulation, ermittelt werden soll. Im Falle eines Temperaturfeldes wie in Abbildung 25a, dehnt sich die Welle axial und radial. Die Radialverlagerung der Welle wirkt der durch das Gehäuse eingebrachten Radialverlagerung entgegen und reduziert damit die in Summe vorliegende radiale TCP-Verlagerung. Diese Problematik kann schnell zu Fehlinterpretationen der Simulationsergebnisse führen. Wird stattdessen das Temperaturfeld der Welle unter Berücksichtigung der Rotation berechnet (Abbildung 25b), führt das Temperaturfeld der Welle nur zu einer axialen Dehnung. Damit kann die durch das Gehäuse eingebrachte radiale TCP-Verlagerung korrekt ermittelt werden. Die thermomechanische Wirkkette wird im Rahmen einer früheren Veröffentlichung des Autors im Detail erläutert [KOC21b, S. 4616 – 4617].



(a) ohne Wellenrotation

(b) mit Wellenrotation

Abb. 25: Qualitative Betrachtung des Effekts der Wellenrotation auf das Temperaturfeld von Motorspindeln.

In modernen Simulationsprogrammen existieren geeignete Randbedingungen, die das Berücksichtigen derartiger kinematischer Effekte während der thermischen Modellierung ermöglichen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein sogenannter Solid-Motion-Effekt [SIE24] genutzt, dem die rotierenden Bauteile zugeordnet werden können. Der thermische Solver löst das Problem daraufhin in einer Reihe von Rotationsschritten. Die Wärmeübertragung zwischen Welle und Gehäuse (s. Unterabschnitt 4.1.2 ab S. 28) wird damit mit einer in Umfangsrichtung gemittelten Gehäusetemperatur quantifiziert, was zu der realistischen Temperaturverteilung in Abbildung 25b führt.

Im nachfolgenden Kapitel 5 wird das zugehörige Simulationsmodell der Motorspindel vorgestellt. Die im Rahmen dieses Kapitels dargelegten Randbedingungen werden in Unterabschnitt 5.1.2 ab S. 62 an die modellierte Motorspindel angetragen. Welche Gleichungen dabei verwendet werden und auf welche Fläche bzw. welchen Volumenkörper des Modells deren Ergebnisse angetragen werden, kann der Übersichtsdarstellung in Tabelle 8 auf S. 63 entnommen werden.

5 Physikalische Modellbildung

Im Fokus des nachfolgenden Abschnitts 5.1 steht die modellierte Motorspindel. Zusätzlich soll aber auch der Prüfstand betrachtet werden (Abschnitt 5.2), dessen Struktur sowohl für die Anbringung der Randbedingungen im Unterabschnitt 5.1.2 als auch für die Modellvalidierung im Abschnitt 8.1 von Bedeutung ist.

5.1 Motorspindel

5.1.1 Vorstellung der modellierten Motorspindel

Die im Rahmen dieser Arbeit modellierte Motorspindel ist in Abbildung 26 dargestellt. Die Welle wird durch drei Wälzlager geführt. Lager 2 und 3 sind in einer Gleitbuchse montiert, um Verspannungen infolge von Wärmedehnungen zu vermeiden und die Lagervorspannung weitestgehend konstant zu halten. Die Wälzkörper bestehen aus Keramik, um höhere Drehzahlen zu ermöglichen (s. i Hybridlager auf S. 14). Das Festlager (Lager 1), welches konstruktionsbedingt die höchste Belastung erfährt, wird zusätzlich flüssig gekühlt. Der Bohrungsdurchmesser von Lager 1 und 2 beträgt $45\,\mathrm{mm}$. Lager 3 weist einen Bohrungsdurchmesser von $40\,\mathrm{mm}$ auf. Die Schmierung der Wälzlager erfolgt durch Öl-Luft.

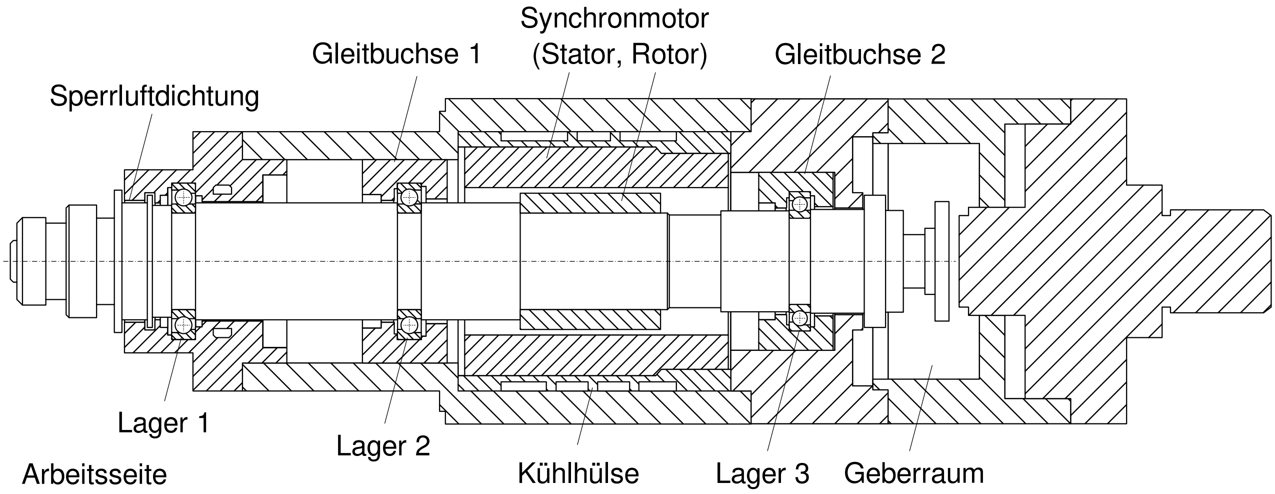


Abb. 26: Die betrachtete Motorspindel, eigene Darstellung einer Spindel der Innomotics GmbH mit $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

Die Spindel wird von einem permanentmagneterregten Synchronmotor angetrieben, der mittig in der Baugruppe angeordnet ist. Die Maximaldrehzahl beträgt in dieser Konfiguration $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$. Die Leistung des Synchronmotors wird im S1 bzw. Dauerbetrieb mit $10\,\mathrm{kW}$ angegeben. Die Außendurchmesser von Rotor und Stator betragen $66\,\mathrm{mm}$ bzw. $106\,\mathrm{mm}$. Die hohe Leistungsdichte wird durch die Kühlhülse ermöglicht, die den Stator umschließt. Die Kühlhülse ist spiralförmig ausgeführt (vgl. Abbildung 15c auf S. 33), wodurch eine hohe Fluidgeschwindigkeit bzw. gute Kühlwirkung erzielt wird.

Die Länge der Spindelwelle beträgt $386{,}8\,\mathrm{mm}$ und die gesamte Baugruppe, inklusive Gehäuse, umfasst $585\,\mathrm{mm}$. Das Gehäuse besteht aus mehreren miteinander verschraubten Flanschbauteilen. Die Flanschbauteile sind mit Bohrungen für die Kühlung, die Schmierung und die Sperrluft durchsetzt. Auf der Arbeitsseite (links in Abbildung 26) verhindert eine Sperrluftdichtung das Eindringen von Fremdkörpern. Der Geberraum (rechts in Abbildung 26) stellt einen großen luftgefüllten Raum mit signifikantem Abstand zur Fluidkühlung dar, weswegen etwaige unpräzise Luftreibungsberechnungen schnell zu großen Temperaturabweichungen führen. Gleiches gilt für die Verlustleistung von Lager 3. Konstruktionsbedingt eignet sich diese Motorspindel damit als Versuchsträger zur Präzisierung der Randbedingungen bzw. der Wärmequellen (Kapitel 4 ab S. 27), deren Anbringung an das Modell im nachfolgenden Unterabschnitt (ab S. 62) diskutiert wird.

5.1.2 Simulationsmodell der Motorspindel

Die Erstellung des Simulationsmodells soll anhand von Abbildung 27 erläutert werden. CAD (Computer-Aided Design) Modelle, die zur Konstruktion der Bauteile genutzt werden, sind in aller Regel geometrisch äußerst komplex. Ohne Modifikationen können diese nicht vernetzt bzw. zur Erstellung von Simulationsmodellen genutzt werden.

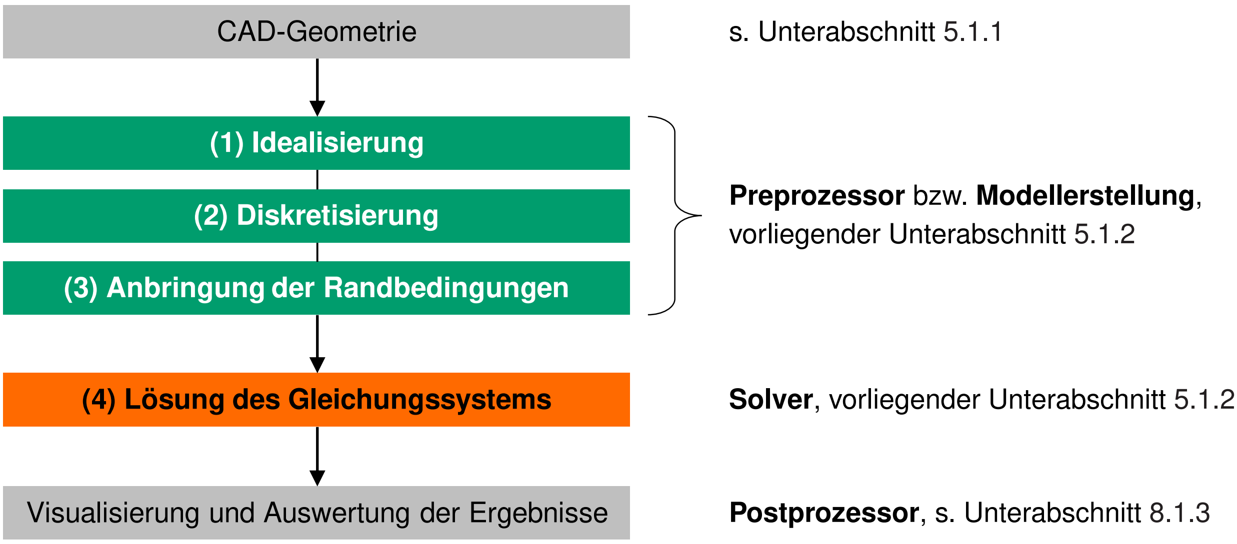


Abb. 27: Workflow zur Simulationsmodellerstellung (1) – (4) und Ergebnisauswertung.

Zunächst gilt es die Bauteile zu vereinfachen bzw. zu (1) idealisieren (s. Abbildung 27). Erst im Anschluss daran kann die Geometrie vernetzt bzw. (2) diskretisiert werden. An das vernetzte Modell werden die (3) Randbedingungen angetragen und das damit aufgestellte (4) Gleichungssystem kann gelöst werden, um die gewünschten Simulationsergebnisse zu ermitteln.

(1) Idealisierung

Ziel der Idealisierung ist das Ermöglichen der (2) Diskretisierung. Dahingehend wurde im Rahmen dieser Arbeit das Ziel verfolgt, nur Teile zu vereinfachen, bei denen dies auch zwingend erforderlich ist.

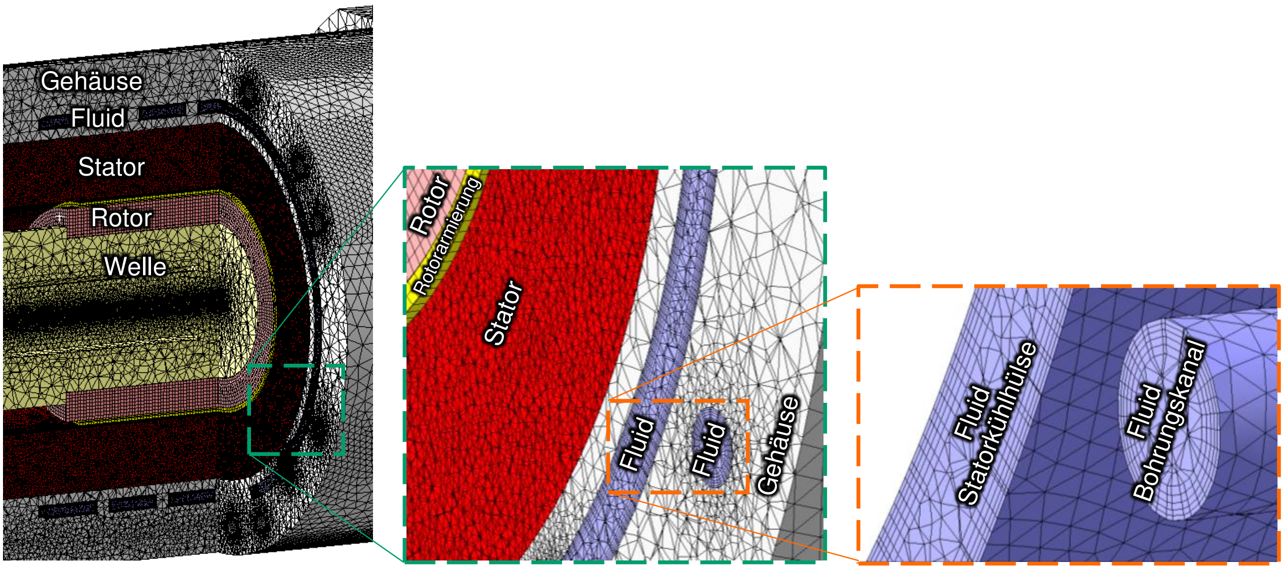
Zunächst wurde die Hohlwelle mit dem darin befindlichen Spannsystem verschmolzen. Exakte Geometrien der Wälzlager liegen den Spindelherstellern in aller Regel nicht vor. Außerdem sind die Wärmetransfer und -erzeugungsmechanismen von Wälzlagern derart komplex, dass diese ohnehin durch mathematische Ersatzmodelle vereinfacht abgebildet werden müssen. Die Wälzlagergeometrien zwischen Welle und Gehäuse wurden demnach entfernt, um sie am Simulationsmodell mit entsprechenden Randbedingungen ersetzen zu können (Unterabschnitt 4.1.1 und 4.3.2 ab S. 27 bzw. 47).

Die Gehäusestruktur wurde nur dahingehend vereinfacht, dass spitze Kanten oder kleine Absätze entfernt wurden. Die einzelnen Flanschbauteile (Abbildung 26) bleiben erhalten, um die Wärmeübertragung über die Kontakte dazwischen (Unterabschnitt 4.1.3 ab S. 30) an das Simulationsmodell antragen zu können. Es sei an dieser Stelle ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die zahlreichen Bohrungskanäle im Gehäuse (Unterabschnitt 4.2.4 ab S. 43) *nicht* entfernt wurden. Die Bohrungskanäle werden im Hinblick auf das Antragen der Randbedingungen und den thermoasymmetrieinitiierenden Verlagerungsprozess als essentiell erachtet.

Der Teil der Spindel, der von Kühlflüssigkeit durchströmt wird, muss mit einer Geometrie ausgefüllt werden. Die dabei erstellte Negativ-Geometrie wird als Fluiddomäne bezeichnet (Unterabschnitt 4.2.1 ab S. 32). An die Ein- und Auslassfläche dieser Geometrie können die Randbedingungen für die CFD-Simulation angetragen werden.

(2) Diskretisierung

Die Vernetzung der Motorspindel erfolgt durch Elemente mit quadratischem Verschiebungsansatz (vgl. NASDALAS Arbeit [NAS10, S. 114 – 115]). Die Geometrie sollte bevorzugt mit Hexaederelementen vernetzt werden, da diese bei gleichem numerischen Aufwand, eine höhere Ergebnisqualität als Tetraederelemente aufweisen [NAS10, S. 216; AND14, S. 137]. Das gelingt allerdings nur bei den einfacheren Teilgeometrien wie dem hohlzylinderförmigen Rotor (vgl. Abbildung 28a – 28b). Alle anderen Festkörper-Teilgeometrien, insbesondere auch das komplexe Gehäuse mit den Bohrungskanälen, müssen mit Tetraederelementen vernetzt werden.



(a) Halbschnitt der Spindel **(b)** Detailansicht des Motors **(c)** Detailansicht der Fluiddomäne

Abb. 28: FE-Netz des Modells der Motorspindel mit $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$, Modelldarstellung mit freundlicher Genehmigung der Innomotics GmbH.

Der Wärmeübergang zwischen Fluid und Festkörper kann nur durch einen hinreichend akkurat modellierten Übergangs- bzw. Grenzschichtbereich modelliert werden (vgl. Abbildung 3 auf S. 7). Die Fluiddomäne kann in geometrisch weniger komplexen Bereichen mit Hexaederelementen vernetzt werden. Essentieller ist allerdings das Verwenden eines Randbereichsvernetzers (Abbildung 28c). Die Randbereichsvernetzung ermöglicht ein schichtweises, kontinuierliches Wachstum der Elemente im Grenzschichtbereich. Die damit erreichte Netzgüte kann mit dem Y+ Wert geprüft werden [AND14, S. 307 u. 317 – 318].

(3) Anbringung der Randbedingungen

Im nächsten Schritt gilt es die Randbedingungen an das in Abbildung 29 dargestellte Simulationsmodell der Motorspindel anzutragen. Die Randbedingungen werden auf Oberflächen und Volumenkörpern des Simulationsmodells aufgebracht. Welche Randbedingung mit welcher Gleichung bestimmt wird, ist in der ergänzenden Tabelle 8 ersichtlich.

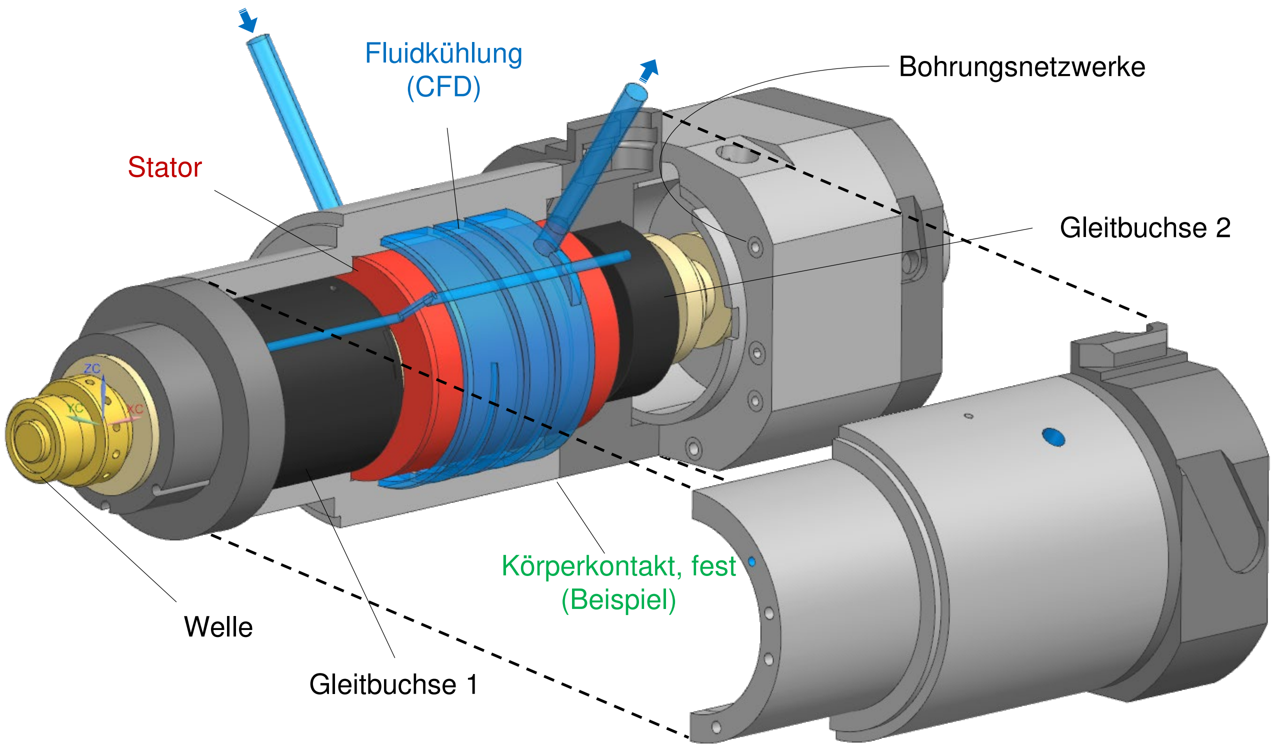


Abb. 29: Das Simulationsmodell einer Motorspindel mit $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$, Modelldarstellung mit freundlicher Genehmigung der Innomotics GmbH.

An das Simulationsmodell werden bei den Wärmetransfersystemen und den Wärmesenken meist Wärmeübergangskoeffizienten α angetragen ($\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{L}$, s. Gleichung 2-8 auf S. 7). Statt auf die stets identische Gleichung (2-8) zu verweisen, wird in Tabelle 8 auf die jeweils individuelle Gleichung zur Bestimmung der Nusselt-Zahl Nu verwiesen, die in Gleichung (2-8) eingesetzt wird. Die Gleichungen in der Tabelle sind nur für den im Rahmen der Validierung (Unterabschnitt 8.1.3) betrachteten Betriebszustand mit $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$ zulässig. Insofern andere Drehzahlen betrachtet werden, müssen die Gleichungen durch entsprechende Alternativen für die dann vorliegenden Reynolds-Zahlen ersetzt werden (s. die Variationen der Gleichungen in Kapitel 4 ab S. 27).

Die Wärmedurchgangs- und Wärmeübergangskoeffizienten der **Wärmetransfersysteme** (Tabelle 8) werden durch Definition der angrenzenden Flächen an das Modell angetragen. Im Falle der 1 Lagergeometrien werden die an den Innenring anliegenden Wellenflächen und die an den Außenring anliegenden Gehäuseflächen zur Anbringung der Randbedingung genutzt. Die Wärmeübergangskoeffizienten zwischen 3 Welle und Gehäuse werden auf die gleiche Art angebracht. Die Anbringung erfolgt Bereichsweise für separate Welle-Gehäuse-Kombinationen. Die 4 festen und 5 losen Körperkontakte werden an die Kontaktflächen der jeweils betrachteten Körperpaarungen angetragen.

Tab. 8: Randbedingungen und deren Anbringung an das Spindelmodell bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

● = *analytisches Modell* ⊙ = *halbempirisches Modell* ○ = *empirische Ermittlung*	Modell	Gleichung	S.	Anbringung der Randbedingung an
Wärmetransfersysteme				
1 Lagergeometrien	●	(4-3)	27	angrenzende Welle- u. Gehäuseflächen
2 Spalt Lager/Gehäuse	-	-	-	-
3 Spalt Welle/Gehäuse				
Zylinder in Umhausung	●	(4-6)	29	angrenzende Welle- u. Gehäuseflächen
Scheibe in Umhausung	●	(4-9)	29	angrenzende Welle- u. Gehäuseflächen
4 Körperkontakte (fest)	●	(4-11)	30	Kontaktflächen
5 Körperkontakte (lose)	●	(4-11)	30	Kontaktflächen
Wärmesenken				
6 Fluidkühlung (analyt.)	-	-	-	-
7 Fluidkühlung (CFD)	●	(4-20)	32	Fluidein- und Fluidauslassfläche
8 Freie Konvektion				
vertikaler Zylinder	●	(4-24)	36	Flächen der Spindelaußenseite
horizontaler Zylinder	●	(4-25)	36	Flächen der Spindelaußenseite
9 Konv. Übergangsbereich				
Zylinder	●	(4-29)	38	Flächen in Nähe der rotierenden Welle
Scheibe	●	(4-30)	38	Flächen in Nähe der rotierenden Welle
10 Erzw. Konvektion				
rotierender Zylinder	●	(4-34)	40	Flächen der rotierenden Welle
rotierende Scheibe	●	(4-35)	40	Flächen der rotierenden Welle
11 Spindelstock				
vertikale Fläche	●	(4-40)	42	Flächen des Prüfstandes
horiz. Fläche (oben)	●	(4-41)	42	Flächen des Prüfstandes
horiz. Fläche (unten)	●	(4-43)	42	Flächen des Prüfstandes
Körperkontakt (fest)	(○)	(4-11)	30	Kontaktfläche Spindel/Prüfstand
12 Außenkühlzuführungen	●	(4-45)	43	Innenflächen des Bohrungskanals
13 Lagerkühlung	●	(4-45)	43	Innenflächen des Bohrungskanals
14 Absaugungen	●	(4-45)	43	Innenflächen des Bohrungskanals
15 Sperrluftdichtungen	●	(4-45)	43	Innenflächen des Bohrungskanals
16 Wärmestrahlung				
Welle/Gehäuse	●	(4-49)	44	Welle- und Gehäuseoberflächen
Gehäuse/Umgebung	●	(4-50)	44	Gehäuseoberflächen
Wärmequellen				
17 Synchronmotor				
Kupferverluste	●	(4-52)	45	Statorvolumen
Eisenverluste	●	(4-54)	46	Statorvolumen, Rotorvolumen
Magnetverluste	●	(4-59)	47	Rotorvolumen
18 Lagerreibung	⊙	(4-71)	49	angrenzende Welle- u. Gehäuseflächen
19 Luftreibung				
frei rotierende Scheibe	●	(4-82)	52	Wellenoberfläche
frei rotierender Zylinder	●	(4-84)	52	Wellenoberfläche
Sperrluftdichtung	●	(4-85)	53	Wellen- und Gehäuseoberfläche
Scheibe in Umhausung	●	(4-88)	53	Wellen- und Gehäuseoberfläche
Zylinder in Umhausung	●	(4-90)	54	Wellen- und Gehäuseoberfläche
20 Wellenrotation	●	-	55	Wellenvolumen

Die **Wärmesenken** werden durch Vorgabe der wärmeabgebenden Flächen definiert. Die (7) Fluidkühlung (CFD-Simulation) ist dahingehend ein Sonderfall, da die wärmeabgebende Fläche die gesamte Kontaktfläche zwischen Fluiddomäne (s. Abbildung 29) und dem umliegenden Gehäuse darstellt. Die jeweiligen Wärmeübergangskoeffizienten in der Kontaktfläche werden durch die CFD-Methode numerisch ermittelt. Dazu müssen nur die Ein- und Auslassflächen des Fluids definiert werden (s. Pfeildarstellung in Abbildung 29). Der Konfiguration des Prüfstandes entsprechend, wird am Einlass ein Volumenstrom von $10\,\mathrm{l/min}$ angetragen. Als Material der Fluiddomäne wird Wasser mit $43\,\%$ Ethylenglycol verwendet.

Die Konvektion hin zur Umgebungsluft wird an der Oberfläche der Spindel definiert. Bei der (8) freien Konvektion wird zwischen horizontal und vertikal verbauten Spindeln unterschieden. Im (9) konvektiven Übergangsbereich bzw. im Bereich mit (10) erzwungener Konvektion wird stets zwischen Bereichen mit Zylinder- und Scheibenform unterschieden. Der Einfluss des (11) Spindelstocks wird durch den Effekt des Prüfstandes ersetzt, für den ein separates Simulationsmodell erstellt wird (s. Unterabschnitt 5.2 ab S. 67). Soll die Spindel ohne den Prüfstand modelliert werden, gilt es einen Wärmeübergangskoeffizienten im Kontaktbereich anzutragen, dessen Temperatur-Randbedingung (Gleichung 4-37 auf S. 41) empirisch ermittelt werden muss. Wie aus Abschnitt 8.1.1 ab S. 101 hervorgeht, kann diese sehr zeitintensiv zu ermittelnde Randbedingung ohne signifikanten Genauigkeitsverlust ignoriert werden.

Die Randbedingungen in den (12)–(15) Bohrungskanälen können durch Antragen der Wärmeübergangskoeffizienten an die Innenflächen der Bohrungskanäle erfolgen. Dies führte allerdings nur stellenweise zu akkurateren Temperaturfeldern, was darin begründet liegt, dass die Erwärmung des Mediums in den Bohrungskanälen nicht berücksichtigt wird. Alternativ müssten demnach auch hier CFD-Simulationen durchgeführt werden. Im Hinblick auf das Aufstellen eines Simulationsmodells mit weniger als $1{,}5\,\mathrm{K}$ Temperaturabweichung war die Modellierung nicht erforderlich (s. Unterabschnitt 8.1.3 ab S. 104). Die (16) Wärmestrahlung wird einerseits zwischen Welle und Gehäuse und dem Gehäuse und der Umgebung an die jeweiligen Oberflächen angetragen.

Die **Wärmequellen** werden entweder auf angrenzende Oberflächen oder die jeweiligen Volumina selbst appliziert. Beim (17) Synchronmotor muss zwischen rotor- und statorseitigen Verlusten unterschieden werden. Die Verlustanteile werden entsprechend auf die hohlzylinderförmigen Stator- und Rotorvolumen angetragen. Da das Motorspindelmodell ohne die Lagergeometrien simuliert wird, werden die (18) Lagerverluste auf die an die Lager angrenzenden Oberflächen von Welle und Gehäuse angetragen. Die (19) Luftreibung wird für gewöhnlich auf die Wellenoberfläche angetragen. Dieser Ansatz kann im Falle der frei rotierenden Spindelnase als legitim erachtet werden. Er ist auf die erforderliche Gleichungsvereinfachung (4-73) $\Rightarrow$ (4-74) auf S. 50 zurückzuführen, um die Luftreibung über die Schubspannung an der Wellenoberfläche τ_r berechenbar zu machen. Die Messergebnisse zeigten allerdings, dass dadurch die Welle im Spindelinneren um bis zu $7\,\mathrm{K}$ zu warm wird und das Gehäuse zu kalt bleibt. Das im Rahmen einer früheren Arbeit des Autors veröffentlichte Motorspindelmodell zeigte mit dieser Vereinfachung eine mittlere Temperaturabweichung von $3{,}12\,\mathrm{K}$ [KOC23, S. 253]. Die physikalisch präzisere Formulierung in Gleichung (4-73) berechnet die Schubspannung in der *gesamten* Luft zwischen Welle und Gehäuse. Gleichung (4-74) reduziert das Luftreibungsphänomen auf ein Oberflächenproblem der Welle.

Die Luftreibung ist proportional zur Luftgeschwindigkeit v im *gesamten* Luftspaltvolumen (Gleichung 4-73). Das Problem der Vereinfachung (Gleichung 4-73 $\Rightarrow$ 4-74) kann anhand einer modellbasierten Betrachtung der Luftgeschwindigkeit visualisiert werden. Dazu wird das Simulationsmodell auf den hinteren Teilbereich bzw. den Geberraum der Motorspindel (Abbildung 26 auf S. 59) reduziert. Zur Ermittlung der Luftgeschwindigkeit wird ein mechanisch/fluidmechanisch gekoppeltes Simulationsmodell erstellt, welches in Abbildung 30 dargestellt ist. Zunächst muss, wie in Abbildung 30a dargestellt, die Luft als geometrischer Körper modelliert werden. Das Modell wird dann auf die Luftdomäne selbst und die Welle reduziert (Abbildung 30b). Als Randbedingungen sind einerseits eine feste Einspannung der Welle und andererseits eine Öffnung der Luftdomäne erforderlich. Die Drehzahl der Spindelwelle ($40.000\,\mathrm{min}^{-1}$) wird auf die Strömungsfläche-Randbedingung auf der Wellenoberfläche appliziert.

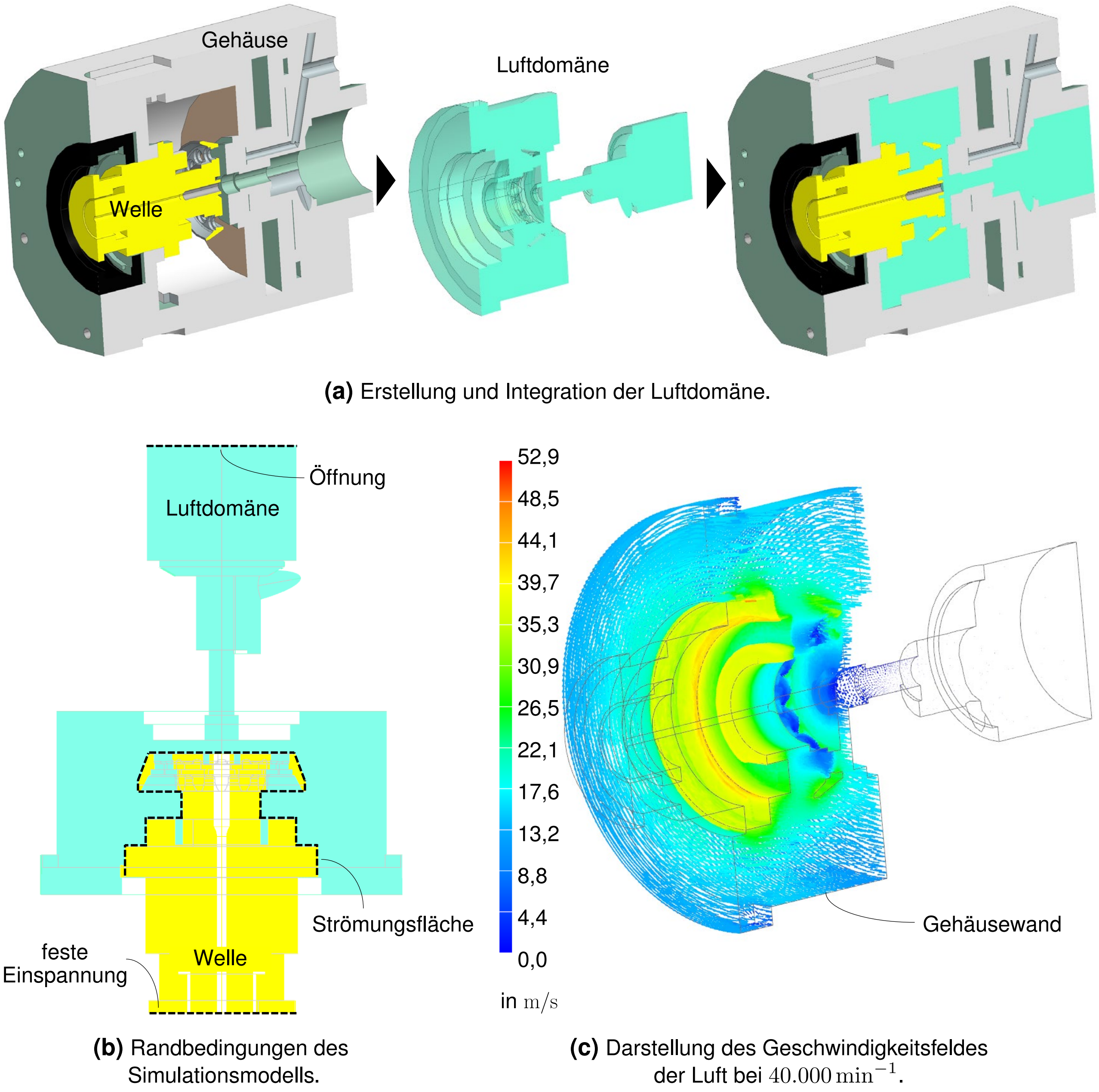


Abb. 30: Mechanisch/fluidmechanisch gekoppelte Betrachtung zur Ermittlung der Luftgeschwindigkeit im Geberraum im hinteren Teil einer Motorspindel, Modelldarstellung mit freundlicher Genehmigung der Innomotics GmbH.

Dementsprechend kann das Luftgeschwindigkeitsfeld als Simulationsergebnis ermittelt werden, welches in Abbildung 30c dargestellt ist. Die Luftgeschwindigkeit in Wellennähe beträgt ca. $35\,\mathrm{m/s}$. Die Abbildung zeigt weiterhin, dass in Nähe der Gehäusewand immer noch eine Luftgeschwindkeit von ca. $17{,}5\,\mathrm{m/s}$ vorliegt. Mit dem Wissen um die Luftgeschwindigkeitsverteilung erscheint das Antragen der Luftreibung sowohl auf die Welle als auch auf das Gehäuse sinnvoller. Die exakte Verteilung ist nicht bekannt. Nach den Ergebnissen aus Abbildung 30c ist die Geschwindigkeit an der Welle ca. doppelt so groß wie an der Gehäusewand. Dahingegen ist die gegenüberliegende Gehäuseoberfläche ca. zwei mal größer als die Wellenoberfläche. Darauf aufbauend wurde im Rahmen dieser Arbeit der Ansatz verfolgt, die Luftreibung jeder Welle-Gehäuse-Kombination zu jeweils gleichen Anteilen auf die Welle und das Gehäuse aufzuteilen. In der vorliegenden Arbeit wird zwischen 43 Welle-Gehäuse-Kombinationen unterschieden. Von Vereinfachungen bzw. Mittelwertbildungen der Wellen-Radien r wird abgeraten. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Radien r in vierter bzw. fünfter Potenz in die Luftreibmoment-Berechnung eingehen und so große Abweichungen entstehen (s. Gleichung 4-76 – 4-77 auf S. 51).

Zuletzt gilt es die (20) Wellenrotation an das Simulationsmodell anzutragen. Die Rotation wird dahingehend auf das gesamte Wellenvolumen appliziert. Eine Drehzahlvorgabe ist nicht erforderlich, da der Effekt der Rotation auf das Temperaturfeld nur prinzipiell abgebildet werden muss.

(4) Lösung des Gleichungssystems

Nun gilt es, das jeweilige Gleichungssystem nach der FE- bzw. der CFD-Methode zu lösen. Das mathematische Vorgehen zum Aufstellen eines Gleichungssystems einer thermischen FE-Simulation ist im Wesentlichen identisch mit der mechanischen FEM. Grundlegend gilt es dabei anstelle der Verschiebungen, die Temperatur der Knotenpunkte zu bestimmen [GLE08]. Bei thermischen Untersuchungen besitzen die Knotenpunkte jeweils nur einen Freiheitsgrad (die Temperatur) verglichen mit den sechs bei mechanischen FE-Simulationen (drei Verschiebungen und drei Verkippungen). Daraus resultieren bei gleicher Knotenanzahl kürzere Rechenzeiten. Analog zur Gesamtsteifigkeitsbeziehung ergibt sich demnach bei der thermischen FE-Simulation folgendes Gleichungssystem [GLE08, S. 24]:

$$-\dot{\vec{Q}} = \boldsymbol{\lambda} \cdot \vec{T} \tag{5-1}$$

$\dot{\vec{Q}}$ bezeichnet darin den Lastvektor der Wärmeströme, der auch als Wärmestromvektor bezeichnet wird. Darüber hinaus ist $\boldsymbol{\lambda}$ die Gesamtleitfähigkeitsmatrix und $\vec{T}$ der Temperaturvektor (mit den einzelnen Knotentemperaturen), den es zu bestimmen gilt. Das Lösen des Gleichungssystems erfolgt numerisch. Dazu gibt es eine Vielzahl an direkten und iterativen Solver-Algorithmen. Welcher Algorithmus am besten geeignet ist, bestimmt die numerische Konditionierung des Gleichungssystems [AND14, S. 127].

Das thermische FE-Modell wird im Rahmen dieser Arbeit an ein (strömungsmechanisches) CFD-Modell gekoppelt. Mit der CFD-Methode können die Navier-Stokes-Gleichungen und weitere strömungsmechanische Transportgleichungen numerisch gelöst werden. Das Ziel ist dabei das Ermitteln des Strömungsverhaltens an jedem Knotenpunkt, um darauf aufbauende Wärmetransportvorgänge akkurat quantifizieren zu können. Zur Lösungsermittlung muss bei der Solverparametrierung ein passendes Turbulenzmodell ausgewählt werden. Für die

Berechnung in dieser Arbeit wird das sogenannte K-Epsilon-Turbulenmodell angesetzt. Dieses berechnet die Viskosität an jedem einzelnen Knotenpunkt. Die Kalkulation der Viskosität wird auf Basis der kinetischen Energie (K) und der Dissipationsrate (Epsilon) durchgeführt [AND14, S. 302]. Die Grundlagen der CFD-Methode können entsprechenden Quellwerken entnommen werden [WEN09; KAJ17].

5.2 Spindelprüfstand

5.2.1 Vorstellung des Spindelprüfstandes

Der Spindelprüfstand ist in nachfolgender Abbildung 31 dargestellt. Der Prüfstand besteht aus einem Gestell, auf welches eine gekühlte Deckplatte verschraubt wird. Mit der Deckplatte wird ein individueller Zentrierring verschraubt, der das Montieren der jeweiligen Motorspindel ermöglicht.

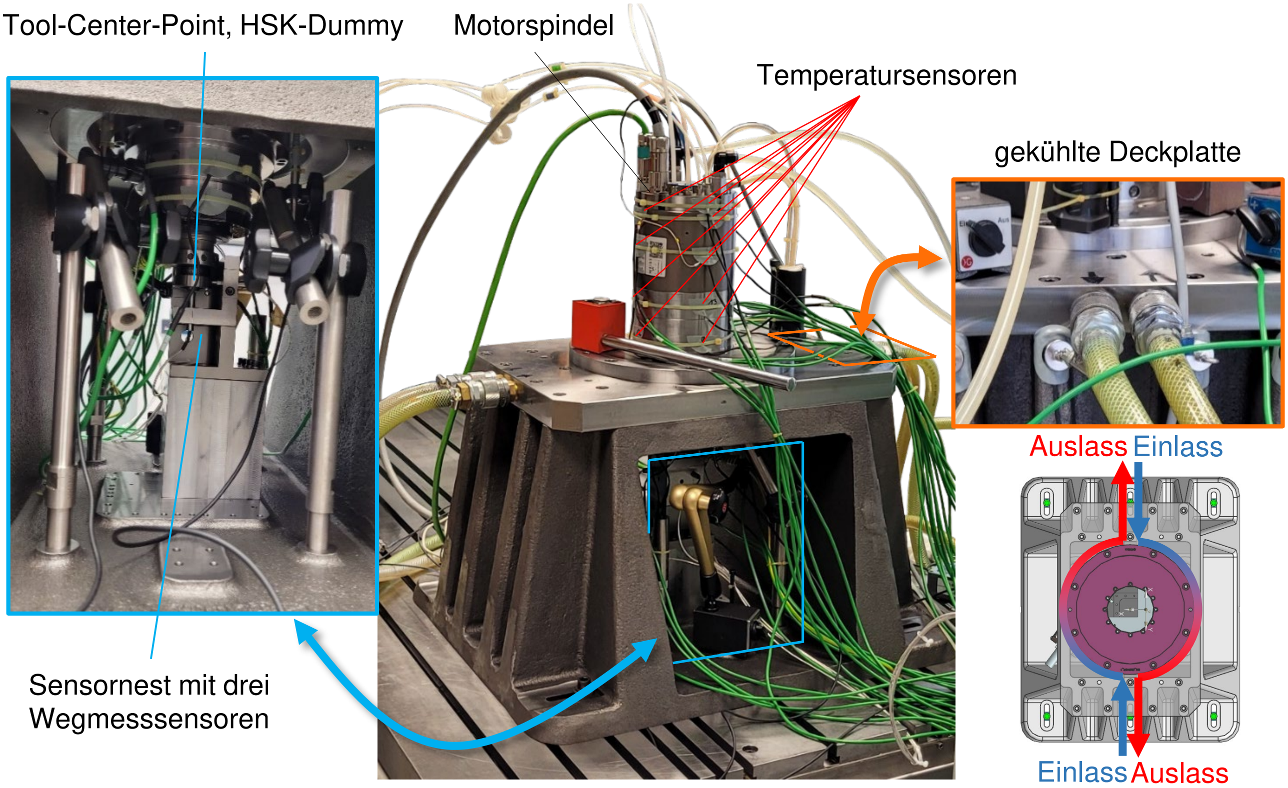


Abb. 31: Spindelprüfstand mit Temperatur- und Wegmessung, Bild und Modelldarstellung mit freundlicher Genehmigung der Innomotics GmbH.

Der Prüfstand verfügt über 21 Pt100 Sensoren, die das Messen der Temperaturen an der Spindeloberfläche ermöglichen. Die Sensoren sind in regelmäßigen Abständen in Umfangsrichtung auf der Motorspindel angeordnet, um das Temperaturfeld für die Validierung möglichst umfänglich erfassen zu können (vgl. Unterabschnitt 8.1.3 ab S. 104). Die Temperaturen der Spindelwelle werden durch ein separates, berührendes Messsystem mit Taster erfasst. Die Spindel muss dafür gestoppt werden, weshalb diese Messergebnisse als weniger zuverlässig betrachtet werden müssen.

Im Zentrum des Gestells ist ein Sensornest montiert (Abbbildung 31), welches das Messen der X-, Y- und Z-Verlagerung mittels dreier kapazitiver Sensoren ermöglicht. Die Sensoren sind auf einen HSK-E40 Dummy in der Spindelwelle gerichtet, der den TCP des Prüfstandes repräsentiert. Die Temperatur- und Wegmessungen werden unter einem Zeitstempel im

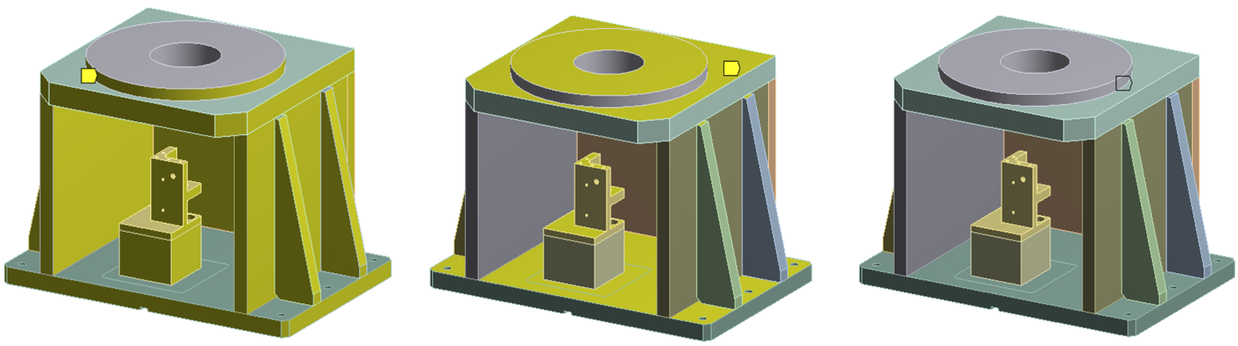
Betrieb durchgeführt. Nur dadurch kann eine geeignete Datengrundlage für das maschinelle Lernen bzw. für datenbasierte Ersatzmodelle zur Kompensation der TCP-Verlagerung geschaffen werden (vgl. Kapitel 7 ab S. 87).

Das Berechnen der (18) Lagerverluste (s. Tabelle 8 bzw. Gleichung 4-69 auf S. 49) erfordert das Messen der Eingangsleistung der Motorspindel. Die Messung erfolgt durch eine Betrachtung der Leistungsaufnahme des Elektromotors. Die Leistungsaufnahme wird mittels Strommesszangen hinter dem Frequenzumrichter bzw. direkt vor der Spindel gemessen.

5.2.2 Simulationsmodell des Spindelprüfstandes

Die an den (11) Spindelstock bzw. Spindelprüfstand abfließende Wärme kann nur durch eine eigene thermische Modellbetrachtung der Struktur quantifiziert werden (vgl. die Ausführungen zu Gleichung 4-37 auf S. 41). Die Erstellung des Simulationsmodells erfolgt in Analogie zum Motorspindelmodell (Abbildung 27 auf S. 60). Der Idealisierungsprozess ist beim Spindelprüfstand konstruktionsbedingt signifikant weniger aufwendig. Die Vernetzung des Prüfstandes gelingt, nachdem einige Verschraubungen bzw. Überlappungen vereinfacht wurden, überwiegend durch Hexaederelemente mit quadratischem Verschiebungsansatz.

Die Wärmesenken am Prüfstand werden aufbauend auf Unterabschnitt 4.2.3 ab S. 40 angetragen. Obgleich in Unterabschnitt 4.2.3 der Spindelstock als Werkzeugmaschinenkomponente betrachtet wurde, können die Randbedingungen auch zur Quantifizierung der Wärmeübergangskoeffizienten der Prüfstandsstruktur genutzt werden. Insgesamt wird, wie in Abbildung 32 dargestellt, zwischen drei natürlichen Konvektionsformen unterschieden (s. (11) Spindelstock in Tabelle 8 auf S. 63). Die jeweils verwendeten Gleichungen zur Berechnung der Wärmeübergangskoeffizienten sind den Abbildungsunterschriften 32a – 32c zu entnehmen. Als einzige Wärmequelle wird die Kontaktfläche zur Motorspindel beziffert (vgl. (11) Spindelstock in Abbildung 4 auf S. 9).



(a) Vertikale Flächen, Gleichung (4-40) auf S. 42

(b) Horizontale Fläche (oben), Gleichung (4-41) auf S. 42

(c) Horizontale Flächen (unten), Gleichung (4-43) auf S. 42

Abb. 32: Anbringung der Konvektionsrandbedingungen an das Simulationsmodell des Prüfstandes, Modelldarstellung mit freundlicher Genehmigung der Innomotics GmbH.

Die im vorherigen 4. Kapitel vorgestellten Randbedingungen wurden im Rahmen des vorliegenden Kapitels an das Spindel- bzw. Prüfstandsmodell angetragen. Die Modellvalidierungen werden in Kapitel 8.1 ab S. 101 vorgestellt. Mit präzisen Simulationsmodellen kann der Hergang der Radial- und Axialverlagerung analysiert werden (vgl. Kapitel 3). Das Reduzieren der Radialverlagerung gelingt durch das Vermeiden thermischer Asymmetrie, deren analytische Grundlage im nachfolgenden Kapitel 6 vorgestellt wird.

6 Vermeiden der Winkel- und Radialverlagerung durch thermosymmetrische Konstruktion

Das Vermeiden thermisch induzierter Radialverlagerungen gelingt durch thermosymmetrisches Konstruieren. Obgleich dieses Prinzip im Kontext des Werkzeugmaschinenbaus schon lange bekannt ist [ABE10, S. 786; HOR12, S. 67; LIU16, S. 58; BRE18, S. 517; LAN23, S. 41; NAU23, S. 29], konnten komplexe Bauteile bislang nicht *gezielt* thermosymmetrisch gestaltet werden. Dies kann damit begründet werden, dass zwar ein allgemeines Verständnis zu thermischer Asymmetrie und den damit einhergehenden Problemen vorlag, aber bislang keine mathematische Beschreibung des Phänomens stattfand.

Im Rahmen einer früheren Arbeit des Autors [KOC21b] gelang die Beschreibung thermischer Asymmetrie entlang einer Achse. Das Quantifizierungsprinzip wurde am Beispiel einer rotationssymmetrischen Motorspindel hergeleitet. Darauf aufbauend werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit Gleichungen für die anderen beiden Achsen hergeleitet, um vollständige Analysen entlang der drei Raumachsen zu ermöglichen (Abschnitt 6.2). In einem weiteren Schritt gelingt die dreidimensionale Beschreibung thermischer Asymmetrie und die Herleitung des Gesamtthermoasymmetrievektors (Abschnitt 6.3).

Die im Rahmen dieser Arbeit eingeführte Vervollständigung des ursprünglichen Ansatzes [KOC21b] macht das Vorgehen allgemeingültig. Die Potentiale des Ansatzes im Hinblick auf den Motorspindelbau werden im Rahmen von Abschnitt 8.2 ab S. 106 erläutert. Die eingeführte Formulierung kann jedoch auch auf andere, beliebig komplexe Maschinenkomponenten übertragen werden. Weiterhin kann die Methode auch in anderen Feldern von Wissenschaft und Technik genutzt werden (Kapitel 9 ab S. 131).

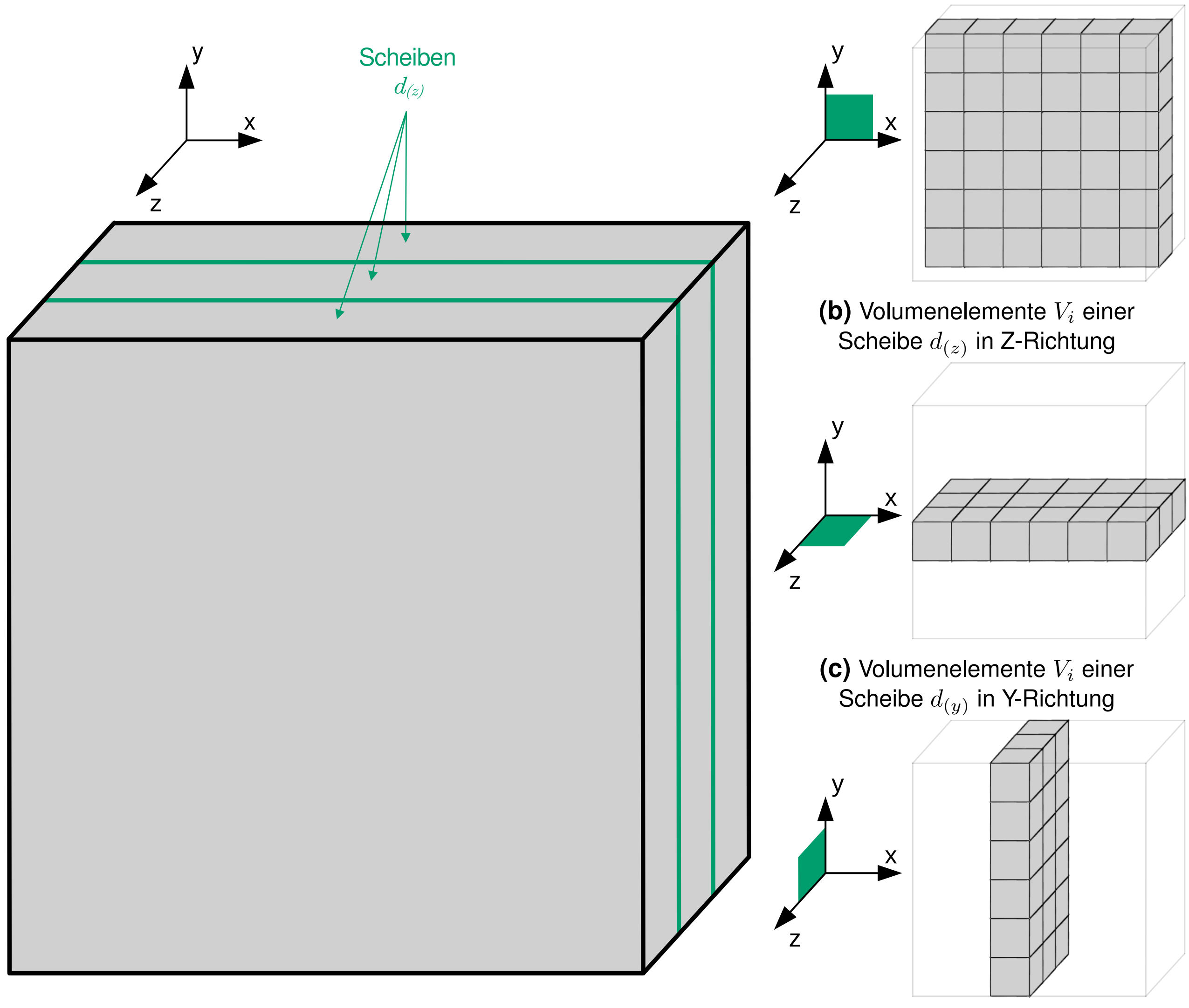
6.1 Datenbasis und Diskretisierung

Für die Quantifizierung thermischer Asymmetrie muss zunächst eine geeignete Datenbasis geschaffen werden. Eine geeignete Datenbasis charakterisiert sich dadurch, dass genügend Informationen zur geometrischen und thermischen Ausprägung der betrachteten Komponente vorliegen. Die Ergebnisse dreidimensionaler thermischer FE-Simulationen enthalten hinreichende Informationen zur Bauteilgeometrie und dem jeweiligen Temperaturfeld, weswegen diese sich bislang als bevorzugte Datengrundlage etablierten. Gleichwohl sei auf die Notwendigkeit akkurater Randbedingungen verwiesen (vgl. Kapitel 4), da etwaige Abweichungen sich in den Ergebnissen der Thermoasymmetrieanalyse widerspiegeln werden. Alternativ können Messergebnisse als Datengrundlage genutzt werden (Unterabschnitt 8.2.3 ab S. 114).

Zur Quantifizierung komplexer Bauteilstrukturen bzw. stark inhomogener Temperaturfelder, ist zunächst eine separate Diskretisierung der Datengrundlage erforderlich. Dieser Schritt ist insbesondere dann notwendig, wenn FE-Simulationsergebnisse als Datengrundlage genutzt werden. Dies liegt darin begründet, dass komplexere Bauteile mit heterogenen FE-Netzstrukturen reproduziert werden. Bereiche mit einer höheren Knotendichte hätten einen größeren Einfluss auf das Ergebnis, wenn jeder Knotenpunkt in der Berechnung berücksichtigt wird. Durch die zusätzliche Diskretisierung werden die Ergebnisse weitestgehend netzunabhängig.

Zunächst muss ein geeignetes Koordinatensystem gewählt werden. Grundsätzlich wird ein kartesisches Koordinatensystem empfohlen, da damit eine leicht verständliche graphische Aufbereitung der Ergebnisse ermöglicht wird. Die Position des Koordinatensystems ist für die Thermoasymmetriequantifizierung nicht relevant. Die Winkelausrichtung der Achsen bestimmt die zu ermittelnden Thermoasymmetrien. Bei Motorspindeln sollte sich z. B. die Ausrichtung am Koordinatensystem der Werkzeugmaschine orientieren, um leicht interpretierbare Ergebnisse zu erzielen.

Thermische Asymmetrie wird im nachfolgenden Abschnitt 6.2 anhand von Ebenenbetrachtungen (XY-, XZ- und YZ-Ebene) entlang der Achsen (X-, Y- und Z-Achse) quantifiziert. Zunächst muss der betrachtete Körper (Abbildung 33a) in eine endliche (finite) Anzahl an Scheiben zerlegt werden. Die Scheiben werden in Anlehnung an die frühere Arbeit des Autors [KOC21b] mit der Laufvariablen d (disc) deklariert. In Abbildung 33a wird das Zerschneiden des Gesamtkörpers entlang der Z-Achse in Scheiben $d_{(z)}$ dargestellt. Eine der Scheiben $d_{(z)}$ wird in Abbildung 33b visualisiert. Das Vorgehen wird daraufhin entlang der Y- und X-Achse (Abbildung 33c und Abbildung 33d) mit den Scheiben $d_{(y)}$ und $d_{(x)}$ fortgesetzt.



(a) Zerschneiden des betrachteten Körpers in Scheiben $d_{(z)}$ entlang der Z-Achse

(b) Volumenelemente V_i einer Scheibe $d_{(z)}$ in Z-Richtung

(c) Volumenelemente V_i einer Scheibe $d_{(y)}$ in Y-Richtung

(d) Volumenelemente V_i einer Scheibe $d_{(x)}$ in X-Richtung

Abb. 33: Diskretisierung eines Körpers in Scheiben d und Volumenelemente V_i.

Die individuelle Knotenverteilung des zugrundeliegenden FE-Netzes ist unbekannt. Um komplexe Netzgeometrien beschreiben zu können, müssen die Scheiben d nun in eine endliche Anzahl von Volumenelementen V_i zerlegt werden, die in den Abbildungen 33b – 33d dargestellt sind. Da eine möglichst netzunabhängige Lösung implementiert werden soll, besitzen alle Volumenelemente identische Abmaße. Die Volumenelemente müssen so klein dimensioniert sein, dass damit die Geometrie hinreichend genau reproduziert werden kann. Andererseits müssen sie so groß sein, dass sie zumindest einen Knotenpunkt beinhalten. Im Rahmen dieser Arbeit wird mit quaderförmigen Volumenelementen V_i gearbeitet. Alternativ könnten auch zylinderförmige Elemente verwendet werden.

6.2 Quantifizierung thermischer Asymmetrie entlang der drei Raumachsen

Die Methodenentwicklung und die Validierung (Abschnitt 8.2 ab S. 106) zeigten, dass eine präzise Thermoasymmetriequantifizierung anhand des folgenden dreigeteilten Ansatzes erfolgen kann:

(1) Geometrische Beschreibung der Struktur (Unterabschnitt 6.2.1)
(2) Thermische Quantifizierung des Bauteils (Unterabschnitt 6.2.2)
(3) Berechnen der thermischen Asymmetrie (Unterabschnitt 6.2.3)

6.2.1 Geometrische Beschreibung entlang der Achsen

Der Ansatz basierte in früheren Iterationen zunächst auf einer rein thermischen Beschreibung (Unterabschnitt 6.2.2). Jene Betrachtungsform ist allerdings nur für einfache symmetrische Körper zulässig, bei denen das Koordinatensystem in den bekannten geometrischen Schwerpunkt gelegt werden kann. Der Ansatz kann allgemeiner formuliert werden, wenn der relevante geometrische Schwerpunkt ebenso ermittelt wird. Nach FETZER & FRÄNKEL kann die Position des geometrischen Schwerpunktes $\boldsymbol{r}^{[g]}$ einer beliebigen Menge von Volumenelementen V_i nach Gleichung (6-1) ermittelt werden [FET09, S. 68 – 69]:

$$\boldsymbol{r}^{[g]} = \frac{\sum_i \left(\boldsymbol{r}_i \cdot V_i \right)}{\sum_i V_i} \tag{6-1}$$

Analog dazu bezeichnet $\boldsymbol{r}_i$ die Position des Schwerpunktes des jeweiligen Volumenelementes V_i. Wird der Ansatz auf eine Scheibe $d_{(z)}$ entlang der Z-Achse angewandt (s. Abbildung 33b), muss der Schwerpunkt in zwei Dimensionen ermittelt werden. Die Schwerpunktspositionen in X- und Y-Richtung ($x^{[g]}_{d(z)}$, $y^{[g]}_{d(z)}$) kann für eine Scheibe $d_{(z)}$ in der XY-Ebene mit den nachfolgenden Gleichungen (6-2) bzw. (6-3) beschrieben werden:

$$x^{[g]}_{d(z)} = \frac{\sum_i \left(x_i \cdot V_i \right)}{\sum_i V_i} \tag{6-2}$$

$$y^{[g]}_{d(z)} = \frac{\sum_i \left(y_i \cdot V_i \right)}{\sum_i V_i} \tag{6-3}$$

x_i und y_i bezeichnen darin die Schwerpunktsposition des jeweiligen Volumenelementes V_i. Die Weiterentwicklung des Ansatzes soll anhand der X-Positionen des geometrischen Schwerpunktes $x_{d(z)}^{[g]}$ (Gleichung 6-2) auf Basis von Abbildung 34 erläutert werden. Abbildung 34 zeigt sechs der Volumenelemente aus Abbildung 33b (V_{11} bis V_{32}). Durch das Anwenden von Gleichung (6-2) wird die nachfolgende Gleichung (6-4) aufgestellt. Das Volumenelement V_{32} wird als leer betrachtet ($V_{32} = 0$). Gleichung (6-4) kann entsprechend vereinfacht werden. Mit diesem Vorgehen können Hohlstellen in den Geometrien durch leere Volumenelemente $V_i = 0$ implementiert werden. Mit entsprechend dimensionierten Volumenelementen können demnach auch komplexere Bauteile modelliert bzw. betrachtet werden.

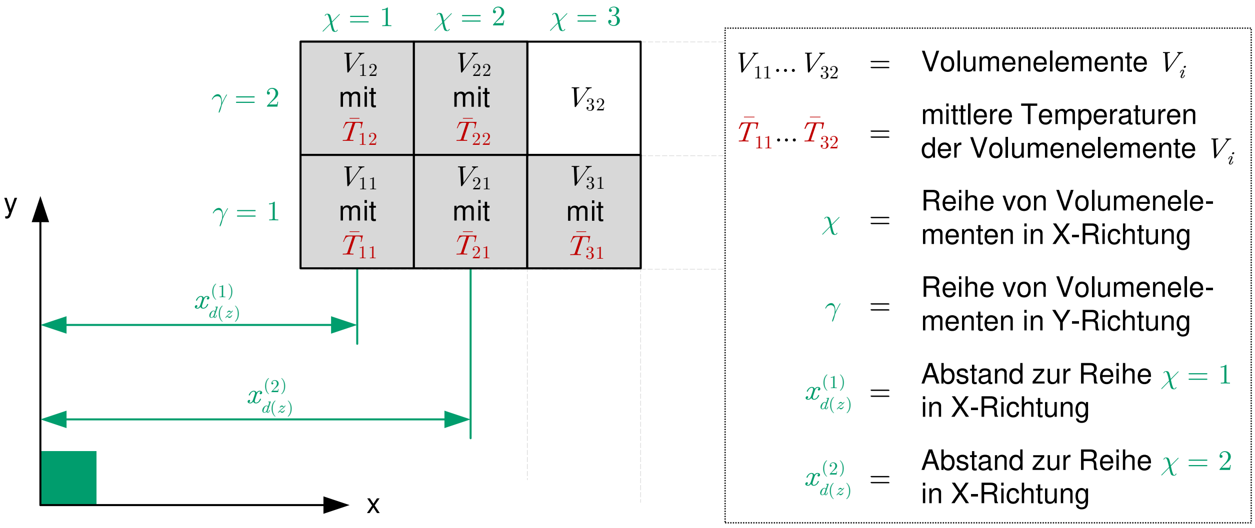


Abb. 34: Exemplarische Betrachtung von sechs Volumenelementen einer Scheibe entlang der Z-Achse.

$$x_{d(z)}^{[g]} = \frac{x_1 \cdot V_{11} + x_2 \cdot V_{12} + x_3 \cdot V_{21} + x_4 \cdot V_{22} + x_5 \cdot V_{31} + \overbrace{x_6 \cdot V_{32}}^{=0}}{V_{11} + V_{12} + V_{21} + V_{22} + V_{31} + \underbrace{V_{32}}_{=0}} \tag{6-4}$$

Um Gleichung (6-4) zu vereinfachen, wird mit Gleichung (6-5) die Positionsbestimmung auf Basis der Reihenposition $x_{d(z)}^{(\chi)}$ durchgeführt (Abbildung 34). Da beispielsweise die Volumenelemente V_{11} und V_{12} die gleiche X-Position $x_{d(z)}^{(1)}$ aufweisen, können diese zusammengefasst werden. Da alle Volumenelemente gleich groß sind (vgl. Abschnitt 6.1), können sie gekürzt werden und der Zusammenhang reduziert sich auf Gleichung (6-6):

$$x_{d(z)}^{[g]} = \frac{x_{d(z)}^{(1)} \cdot (V_{11} + V_{12}) + x_{d(z)}^{(2)} \cdot (V_{21} + V_{22}) + x_{d(z)}^{(3)} \cdot V_{31}}{V_{11} + V_{12} + V_{21} + V_{22} + V_{31}} \tag{6-5}$$

$$x_{d(z)}^{[g]} = \frac{2 \cdot x_{d(z)}^{(1)} + 2 \cdot x_{d(z)}^{(2)} + x_{d(z)}^{(3)}}{5} \tag{6-6}$$

Im nächsten Schritt soll Gleichung (6-6) so verallgemeinert werden, dass damit eine beliebige Anzahl Volumenelemente V_i betrachtet werden kann (Gleichung 6-7). Die Verallgemeinerung gelingt dadurch, dass die Volumenelementanzahl pro Reihe χ nun durch die Differenz der Anzahl der Volumenelemente $m_{d(z)}^{(\chi)}$ und der Anzahl der unbesetzten Volumenelemente $m_{d(z)}^{(\chi,0)}$ bestimmt wird. Es sei darauf hingewiesen, dass die Anzahl der Volumenelemente $m_{d(z)}^{(\chi)}$ auch die Leeren beinhalten muss. Die Differenz $m_{d(z)}^{(\chi)} - m_{d(z)}^{(\chi,0)}$ beziffert demnach die Anzahl der besetzten Volumenelemente. Im Nenner wird analog dazu die Gesamtsumme über die betrachteten Volumenelemente in den Reihen χ ermittelt.

$$x_{d(z)}^{[g]} = \frac{\left(m_{d(z)}^{(1)} - m_{d(z)}^{(1,0)}\right) \cdot x_{d(z)}^{(1)} + \left(m_{d(z)}^{(2)} - m_{d(z)}^{(2,0)}\right) \cdot x_{d(z)}^{(2)} + \left(m_{d(z)}^{(3)} - m_{d(z)}^{(3,0)}\right) \cdot x_{d(z)}^{(3)}}{m_{d(z)}^{(1)} + m_{d(z)}^{(2)} + m_{d(z)}^{(3)} - m_{d(z)}^{(1,0)} - m_{d(z)}^{(2,0)} - m_{d(z)}^{(3,0)}} \tag{6-7}$$

Zuletzt wird die Beziehung mit Gleichung (6-8) so modifiziert, dass damit eine beliebige Anzahl an Reihen χ betrachtet werden kann. Die Gleichung ist nun für Scheiben $d_{(z)}$ allgemeingültig und kann für die geometrische Schwerpunktsbestimmung der Darstellung in Abbildung 33b genutzt werden. Der Nenner wird als Differenz aller Volumenelemente $\sum_\chi m_{d(z)}^{(\chi)}$ und aller nicht besetzter Volumenelemente $\sum_\chi m_{d(z)}^{(\chi,0)}$ der Scheibe $d_{(z)}$ berechnet. Die Berechnung konnte so auf die niedrigeren Reihenanzahlen χ anstatt der individuellen Volumina V_i reduziert werden.

$$x_{d(z)}^{[g]} = \frac{\sum_\chi \left(x_{d(z)}^{(\chi)} \cdot \left(m_{d(z)}^{(\chi)} - m_{d(z)}^{(\chi,0)} \right) \right)}{\sum_\chi \left(m_{d(z)}^{(\chi)} - m_{d(z)}^{(\chi,0)} \right)} \tag{6-8}$$

Die Quantifizierung der Position des geometrischen Schwerpunktes in Y-Richtung gelingt mit der analog hergeleiteten Gleichung (6-9). Die Reihen in Y-Richtung werden darin als γ bezeichnet (Abbildung 34). Dementsprechend ist $y_{d(z)}^{(\gamma)}$ der Abstand hin zu dieser Reihe. Die Anzahl der Volumenelemente pro Reihe $m_{d(z)}^{(\gamma)}$ und die Anzahl der unbesetzten Volumenelemente $m_{d(z)}^{(\gamma)}$ sind entsprechend einzusetzen.

$$y_{d(z)}^{[g]} = \frac{\sum_\gamma \left(y_{d(z)}^{(\gamma)} \cdot \left(m_{d(z)}^{(\gamma)} - m_{d(z)}^{(\gamma,0)} \right) \right)}{\sum_\gamma \left(m_{d(z)}^{(\gamma)} - m_{d(z)}^{(\gamma,0)} \right)} \tag{6-9}$$

Mit den Gleichungen (6-8) – (6-9) ist die Betrachtung der Scheiben $d_{(z)}$ in Z-Richtung abgeschlossen. Die Analyse entlang der anderen beiden Achsen wird durch separate Scheiben $d_{(y)}$ und $d_{(x)}$ bzw. andere Kombinationen von Volumenelementen V_i charakterisiert. In Analogie zu den Gleichungen (6-1) – (6-9) können die Schwerpunktspositionen ($x_{d(y)}^{[g]}$, $z_{d(y)}^{[g]}$) für Scheiben $d_{(y)}$ entlang der Y-Achse hergeleitet werden (Gleichung 6-10 – 6-11). Darin bezeichnet $z_{d(y)}^{(\zeta)}$ den Abstand zur jeweiligen Reihe ζ in Z-Richtung. Im Nenner wird nun die Volumenelementdifferenz bezogen auf eine Scheibe $d_{(y)}$ in Y-Richtung bestimmt.

$$x_{d(y)}^{[g]} = \frac{\sum_\chi \left(x_{d(y)}^{(\chi)} \cdot \left(m_{d(y)}^{(\chi)} - m_{d(y)}^{(\chi,0)} \right) \right)}{\sum_\chi \left(m_{d(y)}^{(\chi)} - m_{d(y)}^{(\chi,0)} \right)} \tag{6-10}$$

$$z_{d(y)}^{[g]} = \frac{\sum_\zeta \left(z_{d(y)}^{(\zeta)} \cdot \left(m_{d(y)}^{(\zeta)} - m_{d(y)}^{(\zeta,0)} \right) \right)}{\sum_\zeta \left(m_{d(y)}^{(\zeta)} - m_{d(y)}^{(\zeta,0)} \right)} \tag{6-11}$$

Die Herleitung der Gleichungen (6-12) – (6-13) für Scheiben $d_{(x)}$ in X-Richtung erfolgt in Analogie dazu. Betrachtet werden nun die Abstände $(y_{d(x)}^{(\gamma)}, z_{d(x)}^{(\zeta)})$ zu den Reihen (γ, ζ) mit den jeweiligen Volumenelementanzahlen $(m_{d(x)}^{(\gamma)}, m_{d(x)}^{(\zeta)})$.

$$y_{d(x)}^{[g]} = \frac{\sum\limits_{\gamma} \left(y_{d(x)}^{(\gamma)} \cdot \left(m_{d(x)}^{(\gamma)} - m_{d(x)}^{(\gamma,0)} \right) \right)}{\sum\limits_{\gamma} \left(m_{d(x)}^{(\gamma)} - m_{d(x)}^{(\gamma,0)} \right)} \tag{6-12}$$

$$z_{d(x)}^{[g]} = \frac{\sum\limits_{\zeta} \left(z_{d(x)}^{(\zeta)} \cdot \left(m_{d(x)}^{(\zeta)} - m_{d(x)}^{(\zeta,0)} \right) \right)}{\sum\limits_{\zeta} \left(m_{d(x)}^{(\zeta)} - m_{d(x)}^{(\zeta,0)} \right)} \tag{6-13}$$

6.2.2 Thermische Beschreibung entlang der Achsen

Zur Quantifizierung thermischer Asymmetrie muss neben der geometrischen auch eine thermische Beschreibung stattfinden. Im Zielparameter soll der thermische Zustand der betrachteten Komponente erfasst werden. Dahingehend wird an dieser Stelle die Berechnung eines sogenannten *thermischen Schwerpunktes* eingeführt. Die Bestimmung des thermischen Schwerpunktes basiert auf der Formulierung aus Gleichung (6-1) zur Quantifizierung des geometrischen Schwerpunktes von Volumenelementen. Wie in Gleichung (6-14) erkenntlich, wird darin jedoch das Volumen V_i durch dessen gemittelte Temperatur $\bar{T}_i$ ersetzt, um den thermischen Schwerpunkt $\boldsymbol{r}^{[t]}$ zu bestimmen. $\boldsymbol{r}_i$ bezeichnet weiterhin die Position des jeweiligen Volumenelements V_i:

$$\boldsymbol{r}^{[t]} = \frac{\sum\limits_{i} \left(\boldsymbol{r}_i \cdot \bar{T}_i \right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_i} \tag{6-14}$$

Die gemittelte Temperatur $\bar{T}_i$ wird anhand der Knotenpunkttemperaturen errechnet, die sich innerhalb des jeweiligen Volumenelementes V_i befinden. Nach Gleichung (6-15) erfolgt deren Quantifizierung als arithmetischer Mittelwert über die Knotenpunkte j bzw. deren Temperaturen T_j. J bezeichnet die Gesamtanzahl der Knotenpunkte im jeweiligen Volumenelement.

$$\bar{T}_i = \frac{1}{J} \cdot \sum_{j} T_j \tag{6-15}$$

Gleichung (6-15) und Abbildung 35 machen das Problem inhomogener Netze deutlich. Idealerweise kann die mittlere Volumenelementtemperatur $\bar{T}_i$ anhand der darin befindlichen Knotenpunkte nach Gleichung (6-15) errechnet werden. Zu große Finite Elemente (Abbildung 35b oben) verringern die Kontenpunktanzahl pro Volumenelement V_i. Das führt im Extremfall dazu, dass einzelne Volumenelemente nicht besetzt sind und diese als leer betrachtet werden ($J = 0$, s. Abbildung 35c oben). Dementsprechend wird auch das Ergebnis der vorgestellten Schwerpunktermittlung verzerrt.

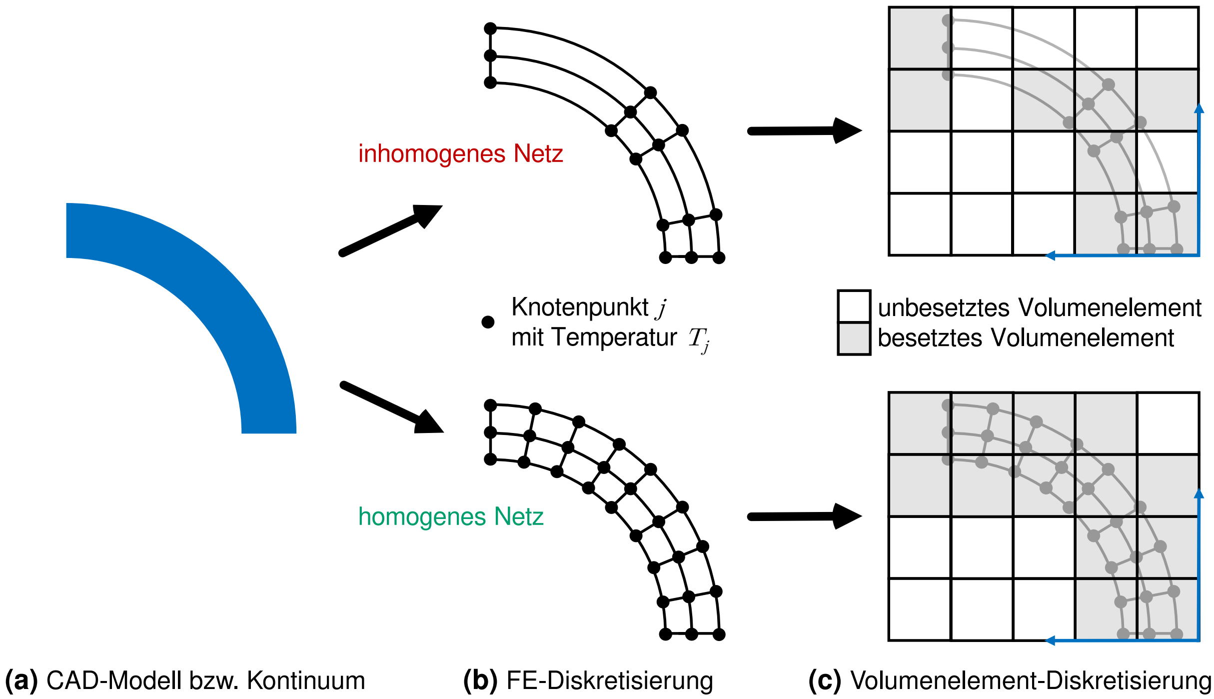


Abb. 35: Zweistufige Diskretisierung am Beispiel inhomogener und homogener FE-Netze.

Das FE-Netz sollte so konfiguriert werden, dass deren Elemente eine möglichst homogene Verteilung aufweisen und deren Kantenlänge unter den Abmaßen der Volumenelemente liegt (Abbildung 35b – 35c, unten). In Analogie zur geometrischen Beschreibung (Unterabschnitt 6.2.1) wird das Aufstellen der Gleichungen zur Quantifizierung der thermischen Schwerpunkte mit dem Beispiel aus Abbildung 34 durchgeführt. Das Problem wird dadurch auf zwei Dimensionen eingegrenzt. Mit Gleichung (6-16) kann die Position des thermischen Schwerpunktes in X-Richtung $x_{d(z)}^{[t]}$ und mit Gleichung (6-17) jene in Y-Richtung $y_{d(z)}^{[t]}$ berechnet werden. x_i und y_i repräsentieren weiterhin die Positionen der Schwerpunkte der Volumenelemente V_i mit den mittleren Temperaturen $\bar{T}_i$.

$$x_{d(z)}^{[t]} = \frac{\sum\limits_i \left(x_i \cdot \bar{T}_i \right)}{\sum\limits_i \bar{T}_i} \tag{6-16}$$

$$y_{d(z)}^{[t]} = \frac{\sum\limits_i \left(y_i \cdot \bar{T}_i \right)}{\sum\limits_i \bar{T}_i} \tag{6-17}$$

Die Anzahl der Rechenoperationen kann durch die Reihenbetrachtung reduziert werden. Die reihenbasierte Berechnung des thermischen Schwerpunktes $x_{d(z)}^{[t]}$ in Abbildung 34 führt zu Gleichung (6-18), die analog zu Gleichung (6-4) aufgestellt wurde. Der einzige Unterschied sind die Temperaturen der Reihen χ ($\bar{T}_{d(z)}^{(1)}$, $\bar{T}_{d(z)}^{(2)}$, $\bar{T}_{d(z)}^{(3)}$), die nicht gekürzt werden können. Diese werden mit Gleichung (6-19) durch Mittelwertbildung der Temperaturen $\bar{T}_{i,d(z)}^{(\chi)}$ der Volumenelemente V_i in der jeweiligen Reihe χ der Scheibe $d_{(z)}$ berechnet.

$$x_{d(z)}^{[t]} = \frac{2 \cdot x_{d(z)}^{(1)} \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(1)} + 2 \cdot x_{d(z)}^{(2)} \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(2)} + x_{d(z)}^{(3)} \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(3)}}{2 \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(1)} + 2 \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(2)} + \bar{T}_{d(z)}^{(3)}} \tag{6-18}$$

$$\bar{T}_{d(z)}^{(\chi)} = \frac{1}{m_{d(z)}^{(\chi)} - m_{d(z)}^{(\chi,0)}} \cdot \sum_i \bar{T}_{i,d(z)}^{(\chi)} \tag{6-19}$$

Als nächstes wird der Zusammenhang mit Gleichung (6-20) in eine Form gebracht, mit der eine beliebige Anzahl Volumenelemente V_i in jeder Reihe χ betrachtet werden kann. Dies gelingt durch Multiplikation mit der Differenz der Anzahl aller Volumenelemente $m_{d(z)}^{(\chi)}$ und der Anzahl der leeren Volumenelemente $m_{d(z)}^{(\chi,0)}$ jeder Reihe χ.

$$\begin{aligned} x_{d(z)}^{[t]} = & \frac{\left(m_{d(z)}^{(1)} - m_{d(z)}^{(1,0)}\right) \cdot x_{d(z)}^{(1)} \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(1)} + \left(m_{d(z)}^{(2)} - m_{d(z)}^{(2,0)}\right) \cdot x_{d(z)}^{(2)} \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(2)}}{\left(m_{d(z)}^{(1)} - m_{d(z)}^{(1,0)}\right) \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(1)} + \left(m_{d(z)}^{(2)} - m_{d(z)}^{(2,0)}\right) \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(2)} + \left(m_{d(z)}^{(3)} - m_{d(z)}^{(3,0)}\right) \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(3)}} \\ & + \frac{\left(m_{d(z)}^{(3)} - m_{d(z)}^{(3,0)}\right) \cdot x_{d(z)}^{(3)} \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(3)}}{\left(m_{d(z)}^{(1)} - m_{d(z)}^{(1,0)}\right) \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(1)} + \left(m_{d(z)}^{(2)} - m_{d(z)}^{(2,0)}\right) \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(2)} + \left(m_{d(z)}^{(3)} - m_{d(z)}^{(3,0)}\right) \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(3)}} \end{aligned} \tag{6-20}$$

Eine allgemeingültige Form von Gleichung (6-20) erfordert eine beliebige Anzahl an Reihen χ (Gleichung 6-21). Im Nenner steht nun die Anzahl der Volumenelemente $m_{d(z)}$ und die Anzahl der nicht besetzten Volumenelemente $m_{d(z)}^{(0)}$ der gesamten Scheibe $d_{(z)}$. Die Differenz wird mit der über die gesamte Scheibe gemittelten Temperatur $\bar{T}_{d(z)}$ multipliziert. $\bar{T}_{d(z)}$ kann mit Gleichung (6-22) auf Basis der einzelnen gemittelten Volumenelementtemperaturen $\bar{T}_{i,d(z)}$ der Scheibe $d_{(z)}$ berechnet werden:

$$x_{d(z)}^{[t]} = \frac{\sum_\chi \left(x_{d(z)}^{(\chi)} \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(\chi)} \cdot \left(m_{d(z)}^{(\chi)} - m_{d(z)}^{(\chi,0)} \right) \right)}{\bar{T}_{d(z)} \cdot \left(m_{d(z)} - m_{d(z)}^{(0)} \right)} \tag{6-21}$$

$$\bar{T}_{d(z)} = \frac{1}{m_{d(z)} - m_{d(z)}^{(0)}} \cdot \sum_i \bar{T}_{i,d(z)} \tag{6-22}$$

Durch Einsetzen von Gleichung (6-22) in (6-21) reduziert sich der Nenner auf die Summe der Volumenelementtemperaturen $\bar{T}_{i,d(z)}$ der jeweiligen Scheibe $d_{(z)}$ (Gleichung 6-23):

$$x_{d(z)}^{[t]} = \frac{\sum_\chi \left(x_{d(z)}^{(\chi)} \cdot \bar{T}_{d(z)}^{(\chi)} \cdot \left(m_{d(z)}^{(\chi)} - m_{d(z)}^{(\chi,0)} \right) \right)}{\sum_i \bar{T}_{i,d(z)}} \tag{6-23}$$

Durch Einsetzen von Gleichung (6-19) kürzen sich auch im Zähler die Volumenelementanzahlen $m_{d(z)}^{(\chi)}$ und $m_{d(z)}^{(\chi,0)}$ (Gleichung 6-24). Der Zähler kann nun auch als Doppelsumme formuliert werden (Gleichung 6-25), was die endgültige Form der Gleichung darstellt:

$$x_{d(z)}^{[t]} = \frac{\sum\limits_{\chi}\left(x_{d(z)}^{(\chi)} \cdot \sum\limits_{i} \bar{T}_{i,d(z)}^{(\chi)}\right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_{i,d(z)}} \tag{6-24}$$

$$x_{d(z)}^{[t]} = \frac{\sum\limits_{\chi}\sum\limits_{i}\left(x_{d(z)}^{(\chi)} \cdot \bar{T}_{i,d(z)}^{(\chi)}\right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_{i,d(z)}} \tag{6-25}$$

Der hier eingeführte Rechenweg reduziert die Genauigkeit der thermischen Schwerpunktsermittlung nicht. Durch die Mittelwertbildungen werden keine Näherungen ein- bzw. durchgeführt. Die gleiche Herleitung kann auch für Reihen γ in Y-Richtung durchgeführt werden, um die Position des Schwerpunktes in Y-Richtung $y_{d(z)}^{[t]}$ zu ermitteln (Gleichung 6-26). $y_{d(z)}^{(\gamma)}$ ist der Abstand zu den Reihen und $\bar{T}_{i,d(z)}^{(\gamma)}$ die mittlere Temperatur eines Volumenelementes V_i in der Reihe γ.

$$y_{d(z)}^{[t]} = \frac{\sum\limits_{\gamma}\sum\limits_{i}\left(y_{d(z)}^{(\gamma)} \cdot \bar{T}_{i,d(z)}^{(\gamma)}\right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_{i,d(z)}} \tag{6-26}$$

Im nächsten Schritt können die Formulierungen auf Scheiben $d_{(y)}$ in Y-Richtung übertragen werden (Gleichung 6-27 – 6-28). Darin bezeichnen $x_{d(y)}^{(\chi)}$ und $z_{d(y)}^{(\zeta)}$ die Abstände in X- bzw. Z-Richtung. $\bar{T}_{i,d(y)}^{(\chi)}$ und $\bar{T}_{i,d(y)}^{(\zeta)}$ sind die gemittelten Temperaturen der Volumenelemente der Reihen χ bzw. ζ einer Scheibe $d_{(z)}$.

$$x_{d(y)}^{[t]} = \frac{\sum\limits_{\chi}\sum\limits_{i}\left(x_{d(y)}^{(\chi)} \cdot \bar{T}_{i,d(y)}^{(\chi)}\right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_{i,d(y)}} \tag{6-27}$$

$$z_{d(y)}^{[t]} = \frac{\sum\limits_{\zeta}\sum\limits_{i}\left(z_{d(y)}^{(\zeta)} \cdot \bar{T}_{i,d(y)}^{(\zeta)}\right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_{i,d(y)}} \tag{6-28}$$

Zuletzt soll der Ansatz auf Scheiben $d_{(x)}$ entlang der X-Achse angewandt werden. Gleichung (6-29) und (6-30) werden entsprechend analog hergeleitet. Eingesetzt werden nun die jeweiligen Abstände ($y_{d(x)}^{(\gamma)}$, $z_{d(x)}^{(\zeta)}$) zu den Reihen (γ, ζ) mit den dafür gemittelten Temperaturen ($\bar{T}_{i,d(x)}^{(\gamma)}$, $\bar{T}_{i,d(x)}^{(\zeta)}$).

$$y_{d(x)}^{[t]} = \frac{\sum\limits_{\gamma}\sum\limits_{i}\left(y_{d(x)}^{(\gamma)} \cdot \bar{T}_{i,d(x)}^{(\gamma)}\right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_{i,d(x)}} \tag{6-29}$$

$$z_{d(x)}^{[t]} = \frac{\sum\limits_{\zeta}\sum\limits_{i}\left(z_{d(x)}^{(\zeta)} \cdot \bar{T}_{i,d(x)}^{(\zeta)}\right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_{i,d(x)}} \tag{6-30}$$

6.2.3 Berechnen der thermischen Asymmetrie entlang der Achsen

Basierend auf der Quantifizierung des geometrischen und thermischen Schwerpunktes (Unterabschnitt 6.2.1 und 6.2.2) kann die thermische Asymmetrie berechnet werden. Dahingehend wird folgende Definition eingeführt:

Die **thermische Asymmetrie** $\vec{t}$ wird definiert als Verschiebung des **thermischen Schwerpunktes** relativ zum **geometrischen Schwerpunkt** (Gleichung 6-31). Die thermische Asymmetrie stellt demnach eine gerichtete bzw. vektorielle Größe dar. Der Startpunkt des Vektors ist der geometrische Schwerpunkt. Der Endpunkt des Vektors ist der thermische Schwerpunkt. Thermische Asymmetrien werden dementsprechend in der Einheit m angegeben.

$$\textbf{thermische Asymmetrie} = \begin{array}{c}\textbf{thermischer}\\ \textbf{Schwerpunkt}\end{array} - \begin{array}{c}\textbf{geometrischer}\\ \textbf{Schwerpunkt}\end{array} \qquad (6\text{-}31)$$

Wenn die betrachtete Scheibe d (oder Komponente, vgl. Abschnitt 6.3) ein homogenes Temperaturfeld aufweist, sind der thermische Schwerpunkt und der geometrische Schwerpunkt am gleichen Ort. Nach Gleichung (6-31) ist die thermische Asymmetrie $\vec{t}$ in diesem Fall $= 0$ (vgl. die Beispiele in Unterabschnitt 8.2.1 ab S. 107). Die betrachtete Scheibe ist demnach *thermosymmetrisch*. Wie die Betrachtungen in Unterabschnitt 8.2.2 (ab S. 109) zeigen, können sämtliche Radial- bzw. Winkelverlagerungen vermieden werden, insofern der thermische Schwerpunkt mit dem geometrischen Schwerpunkt überlagert werden kann. Sobald der thermische Schwerpunkt mit dem geometrischen Schwerpunkt nicht übereinstimmt ($\vec{t} \neq 0$), ist die betrachtete Scheibe *thermoasymmetrisch*. Infolgedessen entstehen immer Radial- bzw. Winkelverlagerungen.

Für die Scheiben $d_{(z)}$ wird die thermische Asymmetrie in X-Richtung $\vec{t}_{x,d(z)}$ aufbauend auf den Gleichungen (6-8) und (6-25) mit nachfolgender Gleichung (6-32) quantifiziert. Gleichung (6-33) zum Bestimmen der thermischen Asymmetrie in Y-Richtung $\vec{t}_{y,d(z)}$ wird in Analogie dazu mit den Gleichungen (6-9) und (6-26) aufgestellt:

$$\vec{t}_{x,d(z)} = x^{[t]}_{d(z)} - x^{[g]}_{d(z)} = \frac{\sum\limits_{\chi}\sum\limits_{i}\left(x^{(\chi)}_{d(z)} \cdot \bar{T}^{(\chi)}_{i,d(z)}\right)}{\sum\limits_{i}\bar{T}_{i,d(z)}} - \frac{\sum\limits_{\chi}\left(x^{(\chi)}_{d(z)} \cdot \left(m^{(\chi)}_{d(z)} - m^{(\chi,0)}_{d(z)}\right)\right)}{\sum\limits_{\chi}\left(m^{(\chi)}_{d(z)} - m^{(\chi,0)}_{d(z)}\right)} \qquad (6\text{-}32)$$

$$\vec{t}_{y,d(z)} = y^{[t]}_{d(z)} - y^{[g]}_{d(z)} = \frac{\sum\limits_{\gamma}\sum\limits_{i}\left(y^{(\gamma)}_{d(z)} \cdot \bar{T}^{(\gamma)}_{i,d(z)}\right)}{\sum\limits_{i}\bar{T}_{i,d(z)}} - \frac{\sum\limits_{\gamma}\left(y^{(\gamma)}_{d(z)} \cdot \left(m^{(\gamma)}_{d(z)} - m^{(\gamma,0)}_{d(z)}\right)\right)}{\sum\limits_{\gamma}\left(m^{(\gamma)}_{d(z)} - m^{(\gamma,0)}_{d(z)}\right)} \qquad (6\text{-}33)$$

Die Quantifizierung der Asymmetrien der Scheiben $d_{(y)}$ in Y-Richtung $\vec{t}_{x,d(y)}$ und Z-Richtung $\vec{t}_{z,d(y)}$ kann, aufbauend auf den Gleichungen (6-10) – (6-11) und (6-27) – (6-28), mit den nachfolgenden Gleichungen (6-34) bzw. (6-35) erfolgen:

$$\vec{t}_{x,d(y)} = \frac{\sum_{\chi}\sum_{i}\left(x_{d(y)}^{(\chi)} \cdot \bar{T}_{i,d(y)}^{(\chi)}\right)}{\sum_{i}\bar{T}_{i,d(y)}} - \frac{\sum_{\chi}\left(x_{d(y)}^{(\chi)} \cdot \left(m_{d(y)}^{(\chi)} - m_{d(y)}^{(\chi,0)}\right)\right)}{\sum_{\chi}\left(m_{d(y)}^{(\chi)} - m_{d(y)}^{(\chi,0)}\right)} \tag{6-34}$$

$$\vec{t}_{z,d(y)} = \frac{\sum_{\zeta}\sum_{i}\left(z_{d(y)}^{(\zeta)} \cdot \bar{T}_{i,d(y)}^{(\zeta)}\right)}{\sum_{i}\bar{T}_{i,d(y)}} - \frac{\sum_{\zeta}\left(z_{d(y)}^{(\zeta)} \cdot \left(m_{d(y)}^{(\zeta)} - m_{d(y)}^{(\zeta,0)}\right)\right)}{\sum_{\zeta}\left(m_{d(y)}^{(\zeta)} - m_{d(y)}^{(\zeta,0)}\right)} \tag{6-35}$$

In Analogie dazu können die thermischen Asymmetrien in Y- und Z-Richtung ($\vec{t}_{y,d(x)}$, $\vec{t}_{z,d(x)}$) für die Scheiben $d_{(x)}$ mit den Gleichungen (6-36) – (6-37) berechnet werden. Die Gleichungen werden durch Einsetzen der Gleichungen (6-12) – (6-13) bzw. (6-29) – (6-30) aufgestellt:

$$\vec{t}_{y,d(x)} = \frac{\sum_{\gamma}\sum_{i}\left(y_{d(x)}^{(\gamma)} \cdot \bar{T}_{i,d(x)}^{(\gamma)}\right)}{\sum_{i}\bar{T}_{i,d(x)}} - \frac{\sum_{\gamma}\left(y_{d(x)}^{(\gamma)} \cdot \left(m_{d(x)}^{(\gamma)} - m_{d(x)}^{(\gamma,0)}\right)\right)}{\sum_{\gamma}\left(m_{d(x)}^{(\gamma)} - m_{d(x)}^{(\gamma,0)}\right)} \tag{6-36}$$

$$\vec{t}_{z,d(x)} = \frac{\sum_{\zeta}\sum_{i}\left(z_{d(x)}^{(\zeta)} \cdot \bar{T}_{i,d(x)}^{(\zeta)}\right)}{\sum_{i}\bar{T}_{i,d(x)}} - \frac{\sum_{\zeta}\left(z_{d(x)}^{(\zeta)} \cdot \left(m_{d(x)}^{(\zeta)} - m_{d(x)}^{(\zeta,0)}\right)\right)}{\sum_{\zeta}\left(m_{d(x)}^{(\zeta)} - m_{d(x)}^{(\zeta,0)}\right)} \tag{6-37}$$

Es sei darauf verwiesen, dass die Gleichungen nur angewandt werden dürfen, wenn sowohl die geometrische als auch die thermische Schwerpunktsbestimmung mit der gleichen Volumenelement-Diskretisierung (vgl. Abschnitt 6.1) durchgeführt wurden.

6.2.4 Zusammenfassende Betrachtungen thermischer Asymmetrien entlang der Achsen

Um die thermische Asymmetrie entlang einer Achse prägnant beurteilen zu können, sind zusammmenfassende Betrachtungen sinnvoll. Generell können unterschiedliche Ansätze verfolgt werden. Im Hinblick auf Betrachtungen des Zusammenhanges zwischen Radialverlagerung und Asymmetrie erwiesen sich Mittelwertbildungen als nützlich [KOC21b]. Bei der Betrachtung von Scheiben $d_{(z)}$ entlang der Z-Achse werden, aufbauend auf den Gleichungen (6-32) – (6-33), die kumulierten thermischen Asymmetrien ($\bar{\vec{t}}_{x,d(z)}$, $\bar{\vec{t}}_{y,d(z)}$) als arithmetischer Mittelwert gebildet (Gleichung 6-38 – 6-39). Dazu wird die Gesamtanzahl der betrachteten Scheiben in Z-Richtung $D_{(z)}$ eingesetzt.

$$\bar{\vec{t}}_{x,d(z)} = \frac{1}{D_{(z)}} \cdot \sum_{d_{(z)}} \vec{t}_{x,d(z)} \tag{6-38}$$

$$\bar{\vec{t}}_{y,d(z)} = \frac{1}{D_{(z)}} \cdot \sum_{d_{(z)}} \vec{t}_{y,d(z)} \tag{6-39}$$

Die gleiche Vorgehensweise kann entlang der Y-Achse mit Scheiben $d_{(y)}$ und deren Gesamtanzahl $D_{(y)}$ verfolgt werden. Eingesetzt werden die thermischen Asymmetrien aus Gleichung (6-40) – (6-41).

$$\vec{\vec{t}}_{x,d(y)} = \frac{1}{D_{(y)}} \cdot \sum_{d_{(y)}} \vec{t}_{x,d(y)} \tag{6-40}$$

$$\vec{\vec{t}}_{z,d(y)} = \frac{1}{D_{(y)}} \cdot \sum_{d_{(y)}} \vec{t}_{z,d(y)} \tag{6-41}$$

Für Scheiben $d_{(x)}$ werden in den nachfolgenden Gleichungen (6-42) – (6-43) die Gesamtzahl der Scheiben in X-Richtung $D_{(x)}$ und die thermischen Asymmetrien ($\vec{t}_{y,d(x)}$, $\vec{t}_{z,d(x)}$) aus den Gleichungen (6-42) – (6-43) eingesetzt.

$$\vec{\vec{t}}_{y,d(x)} = \frac{1}{D_{(x)}} \cdot \sum_{d_{(x)}} \vec{t}_{y,d(x)} \tag{6-42}$$

$$\vec{\vec{t}}_{z,d(x)} = \frac{1}{D_{(x)}} \cdot \sum_{d_{(x)}} \vec{t}_{z,d(x)} \tag{6-43}$$

Gleichung (6-38) und (6-39) beschreiben die thermische Asymmetrie entlang der Z-Achse hinreichend. Sie können nun in einem kumulierten Thermoasymmetrievektor für Scheiben in Z-Richtung $\vec{\vec{t}}_{d(z)}$ (Gleichung 6-44) zusammengefasst werden. Gleiches gilt für die Betrachtungen entlang der Y- und Z-Achse (Gleichung 6-45 – 6-46).

$$\vec{\vec{t}}_{d(z)} = \begin{bmatrix} \vec{\vec{t}}_{x,d(z)} \\ \vec{\vec{t}}_{y,d(z)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{D_{(z)}} \cdot \sum_{d_{(z)}} \vec{t}_{x,d(z)} \\ \frac{1}{D_{(z)}} \cdot \sum_{d_{(z)}} \vec{t}_{y,d(z)} \end{bmatrix} \tag{6-44}$$

$$\vec{\vec{t}}_{d(y)} = \begin{bmatrix} \vec{\vec{t}}_{x,d(y)} \\ \vec{\vec{t}}_{z,d(y)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{D_{(y)}} \cdot \sum_{d_{(y)}} \vec{t}_{x,d(y)} \\ \frac{1}{D_{(y)}} \cdot \sum_{d_{(y)}} \vec{t}_{z,d(y)} \end{bmatrix} \tag{6-45}$$

$$\vec{\vec{t}}_{d(x)} = \begin{bmatrix} \vec{\vec{t}}_{y,d(x)} \\ \vec{\vec{t}}_{z,d(x)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{D_{(x)}} \cdot \sum_{d_{(x)}} \vec{t}_{y,d(x)} \\ \frac{1}{D_{(x)}} \cdot \sum_{d_{(x)}} \vec{t}_{z,d(x)} \end{bmatrix} \tag{6-46}$$

Für die Vektoren $\vec{\vec{t}}_{d(z)}$, $\vec{\vec{t}}_{d(y)}$ und $\vec{\vec{t}}_{d(x)}$ werden nun mit den Gleichungen (6-47) – (6-49) deren Beträge $|\vec{\vec{t}}_{d(z)}|$, $|\vec{\vec{t}}_{d(y)}|$ und $|\vec{\vec{t}}_{d(x)}|$ berechnet. Die Beträge der kumulierten Thermoasymmetrievektoren reduzieren die thermischen Asymmetrien entlang einer Achse auf einen einzelnen Wert und eignen sich deshalb als effektive Bewertungsmetrik zur Konstruktionsoptimierung (s. Unterabschnitt 8.2.4 ab S. 116).

$$\left|\vec{\bar{t}}_{d(z)}\right| = \sqrt{\left(\vec{\bar{t}}_{x,d(z)}\right)^2 + \left(\vec{\bar{t}}_{y,d(z)}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{D_{(z)}} \cdot \sum_{d_{(z)}} \vec{t}_{x,d(z)}\right)^2 + \left(\frac{1}{D_{(z)}} \cdot \sum_{d_{(z)}} \vec{t}_{y,d(z)}\right)^2} \tag{6-47}$$

$$\left|\vec{\bar{t}}_{d(y)}\right| = \sqrt{\left(\vec{\bar{t}}_{x,d(y)}\right)^2 + \left(\vec{\bar{t}}_{z,d(y)}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{D_{(y)}} \cdot \sum_{d_{(y)}} \vec{t}_{x,d(y)}\right)^2 + \left(\frac{1}{D_{(y)}} \cdot \sum_{d_{(y)}} \vec{t}_{z,d(y)}\right)^2} \tag{6-48}$$

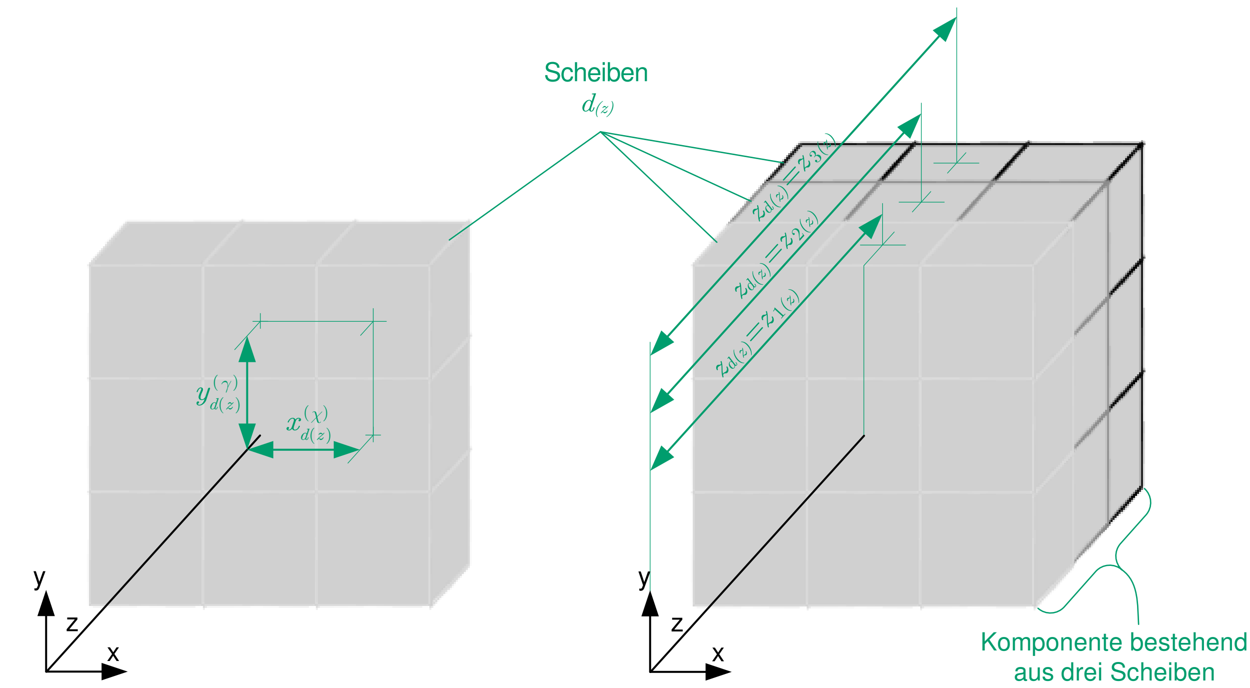
$$\left|\vec{\bar{t}}_{d(x)}\right| = \sqrt{\left(\vec{\bar{t}}_{y,d(x)}\right)^2 + \left(\vec{\bar{t}}_{z,d(x)}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{D_{(x)}} \cdot \sum_{d_{(x)}} \vec{t}_{y,d(x)}\right)^2 + \left(\frac{1}{D_{(x)}} \cdot \sum_{d_{(x)}} \vec{t}_{z,d(x)}\right)^2} \tag{6-49}$$

6.3 Dreidimensionale Gesamtbetrachtung thermoasymmetrischer Komponenten

Die im vorherigen Unterabschnitt 6.2.4 eingeführten zusammenfassenden Betrachtungen thermischer Asymmetrie entlang der Achsen lässt keine akkurate weiterführende Verrechnung der Größen zu. Dies liegt darin begründet, dass die Mittelwertbildungen (Gleichung 6-38 – 6-43) zu einem Informationsverlust führen. Die Startpunkte der Vektoren in den Gleichungen (6-44) – (6-46) sind *nicht* deckungsgleich mit dem geometrischen Gesamtschwerpunkt der betrachteten dreidimensionalen Komponente. Im Rahmen dieses Abschnitts wird eine Ansatzerweiterung vorgestellt, die die akkurate dreidimensionale Quantifizierung der thermischen Asymmetrie ermöglicht. Der Grundgedanke soll dahingehend auf Basis von Abbildung 36 erläutert werden.

Im vorherigen Abschnitt 6.2 wurden bislang Scheiben entlang der jeweiligen Achse betrachtet (Abbildung 36a). Die thermische Asymmetrie wurde für diese Scheiben, jeweils $90°$ auf der Achse stehend (in Y- und X-Richtung), anhand der Abstände hin zu den Reihen ($x_{d(z)}^{(\chi)}$, $y_{d(z)}^{(\gamma)}$), quantifiziert. Die im Rahmen dieses Abschnitts vorgestellte Erweiterung berechnet nicht die thermische Asymmetrie in den Scheiben $d_{(z)}$. Stattdessen wird die thermische Asymmetrie entlang der Achsen, anhand der Abstände $z_{d(z)}$ hin zu den Scheiben selbst, quantifiziert (Abbildung 36b).

Anstelle von den sechs Gleichungen (6-32) – (6-37), werden mit diesem Vorgehen, den drei Raumachsen entsprechend, drei Thermoasymmetrieterme berechnet. In Unterabschnitt 6.3.1 wird dahingehend der geometrische Schwerpunkt in den drei Raumrichtungen bestimmt. Die räumliche Position des thermischen Schwerpunktes kann in Analogie dazu quantifiziert werden (Unterabschnitt 6.3.2). Darauf aufbauend kann die thermische Asymmetrie berechnet (Unterabschnitt 6.3.3) und in einem Gesamtthermoasymmetrievektor zusammengefasst werden (Unterabschnitt 6.3.4).



(a) Asymmetrieberechnung von Scheiben $d_{(z)}$ mit den Reihenabständen ($x^{(\chi)}_{d(z)}$, $y^{(\gamma)}_{d(z)}$), jeweils $90°$ zur Z-Achse (vgl. vorheriger Abschnitt 6.2)

(b) Asymmetriequantifizierung von Komponenten aus mehreren Scheiben $d_{(z)}$ mit deren Positionen $z_{d(z)}$ entlang der Z-Achse (vgl. vorliegender Abschnitt 6.3)

Abb. 36: Vergleich der Asymmetriebetrachtung von Scheiben entlang einer Achse (Abbildung 36a) und einer Komponente bestehend aus drei Scheiben (Abbildung 36b).

6.3.1 Geometrische Beschreibung einer Komponente

Die Herleitung der Gleichungen soll weiterhin anhand der Z-Achse erfolgen (s. Abbildung 36). Als Referenz wird Gleichung (6-8) auf S. 73 aus dem vorherigen Abschnitt betrachtet. Davon wird folgende Gleichung (6-50) zum Berechnen der Z-Position des geometrischen Schwerpunktes der Gesamtkomponente $z^{[g]}$ abgeleitet. Im Zähler wird, an Stelle der Reihe χ, direkt über die ganze Scheibe $d_{(z)}$ aufsummiert. In der Klammer steht nun die Position $z_{d(z)}$ der jeweiligen Scheibe $d_{(z)}$ (s. Abbildung 36b). Gleichermaßen wird in der Klammer nun die Gesamtanzahl der Volumenelemente $m_{d(z)}$ und die Anzahl der unbesetzten Volumenelemente $m^{(0)}_{d(z)}$ der Scheibe eingesetzt. Der Nenner wird als Differenz aller Volumenelemente $\sum_{d(z)} m_{d(z)}$ und aller nicht besetzten Volumenelemente $\sum_{d(z)} m^{(0)}_{d(z)}$ der Komponente beziffert.

$$z^{[g]} = \frac{\sum\limits_{d(z)} \left(z_{d(z)} \cdot \left(m_{d(z)} - m^{(0)}_{d(z)} \right) \right)}{\sum\limits_{d(z)} \left(m_{d(z)} - m^{(0)}_{d(z)} \right)} \tag{6-50}$$

Da im Nenner die Anzahl aller Volumenelemente der betrachteten Komponente steht, ist der Term für alle drei Richtungsbetrachtungen identisch:

$$\underbrace{\sum_{d(z)} \left(m_{d(z)} - m^{(0)}_{d(z)} \right)}_{\text{Z-Richtung}} = \underbrace{\sum_{d(y)} \left(m_{d(y)} - m^{(0)}_{d(y)} \right)}_{\text{Y-Richtung}} = \underbrace{\sum_{d(x)} \left(m_{d(x)} - m^{(0)}_{d(x)} \right)}_{\text{X-Richtung}} = \quad m - m^{(0)} \tag{6-51}$$

Mit der Gesamtanzahl aller Volumenelemente m und der Gesamtanzahl der nicht besetzten Volumenelemente $m^{(0)}$ der Komponente (Gleichung 6-51) kann Gleichung (6-50) in die vereinfachte Form in Gleichung (6-52) gebracht werden:

$$z^{[g]} = \frac{\sum_{d(z)} \left(z_{d(z)} \cdot \left(m_{d(z)} - m_{d(z)}^{(0)} \right) \right)}{m - m^{(0)}} \tag{6-52}$$

In Analogie dazu können die Gleichungen (6-53) – (6-54) für die Quantifizierung des geometrischen Schwerpunktes in Y-Richtung ($y^{[g]}$) und X-Richtung ($x^{[g]}$) hergeleitet werden. In Gleichung (6-53) bezeichnet $y_{d(y)}$ die Position einer Scheibe $d_{(y)}$ in Y-Richtung. $m_{d(y)}$ ist die Anzahl aller Volumenelemente und $m_{d(y)}^{(0)}$ die Anzahl der nicht besetzten Volumenelemente einer Scheibe in Y-Richtung. $x_{d(x)}$ beziffert in Gleichung (6-54) die Position einer Scheibe $d_{(x)}$ in X-Richtung. $m_{d(x)}$ und $m_{d(x)}^{(0)}$ sind alle Volumenelemente bzw. die nicht besetzten Volumenelemente einer Scheibe $d_{(x)}$.

$$y^{[g]} = \frac{\sum_{d(y)} \left(y_{d(y)} \cdot \left(m_{d(y)} - m_{d(y)}^{(0)} \right) \right)}{m - m^{(0)}} \tag{6-53}$$

$$x^{[g]} = \frac{\sum_{d(x)} \left(x_{d(x)} \cdot \left(m_{d(x)} - m_{d(x)}^{(0)} \right) \right)}{m - m^{(0)}} \tag{6-54}$$

6.3.2 Thermische Beschreibung einer Komponente

Zur Quantifizierung des thermischen Schwerpunktes der Gesamtkomponente wird Gleichung (6-23) von S. 76 als Referenz betrachtet. Darauf aufbauend kann die Position des thermischen Schwerpunktes der Gesamtkomponente in Z-Richtung $z^{[t]}$ mit Gleichung (6-55) berechnet werden. Im Zähler steht nun das Produkt aus dem Abstand $z_{d(z)}$ zur jeweiligen Scheibe $d_{(z)}$ und die mittlere Scheibentemperatur $\bar{T}_{d(z)}$. Weiterhin bezeichnet $m_{d(z)}$ die Anzahl der Volumenelemente der jeweiligen Scheibe. In Analogie dazu stellt $m_{d(z)}^{(0)}$ die Anzahl der nicht besetzen Volumenelemente V_i dar. Der Nenner wird als Doppelsumme formuliert, da nun die mittleren Temperaturen der Volumenelemente einer Scheibe $\bar{T}_{i,d(z)}$ über alle Scheiben $d_{(z)}$ hinweg aufsummiert werden.

$$z^{[t]} = \frac{\sum_{d(z)} \left(z_{d(z)} \cdot \bar{T}_{d(z)} \cdot \left(m_{d(z)} - m_{d(z)}^{(0)} \right) \right)}{\sum_{d(z)} \sum_{i} \bar{T}_{i,d(z)}} \tag{6-55}$$

Die mittlere Scheibentemperatur $\bar{T}_{d(z)}$ kann mit der auf S. 76 formulierten Gleichung (6-22) berechnet werden. Wird Gleichung (6-22) in Gleichung (6-55) eingesetzt, kürzen sich die Volumenelementanzahlen ($m_{d(z)}$, $m_{d(z)}^{(0)}$). Die damit hergeleitete Gleichung (6-56) kann durch die Doppelsummenschreibweise (analog zu Gleichung 6-25 auf S. 77) mit Gleichung (6-57) vereinfacht ausgedrückt werden.

$$z^{[t]} = \frac{\sum\limits_{d(z)} \left(z_{d(z)} \cdot \sum\limits_{i} \bar{T}_{i,d(z)} \right)}{\sum\limits_{d(z)} \sum\limits_{i} \bar{T}_{i,d(z)}} \tag{6-56}$$

$$z^{[t]} = \frac{\sum\limits_{d(z)} \sum\limits_{i} \left(z_{d(z)} \cdot \bar{T}_{i,d(z)} \right)}{\sum\limits_{d(z)} \sum\limits_{i} \bar{T}_{i,d(z)}} \tag{6-57}$$

Wie bei der geometrischen Betrachtung im vorherigen Unterabschnitt (Gleichung 6-51) kann auch bei der thermischen Schwerpunktsermittlung der Nenner verallgemeinert formuliert werden. Da immer über alle Volumenelementtemperaturen $\bar{T}_i$ aller Scheiben d aufsummiert wird, wird stets die gleiche Temperatursumme $\sum_i \bar{T}_i$ für die betrachteten Komponenten ermittelt:

$$\underbrace{\sum_{d(z)} \sum_{i} \bar{T}_{i,d(z)}}_{\text{Z-Richtung}} = \underbrace{\sum_{d(y)} \sum_{i} \bar{T}_{i,d(y)}}_{\text{Y-Richtung}} = \underbrace{\sum_{d(x)} \sum_{i} \bar{T}_{i,d(x)}}_{\text{X-Richtung}} = \sum_{i} \bar{T}_i \tag{6-58}$$

Mit der Summe aller Volumenelementtemperaturen $\sum_i \bar{T}_i$ (Gleichung 6-58) wird Gleichung (6-57) wie folgt vereinfacht:

$$z^{[t]} = \frac{\sum\limits_{d(z)} \sum\limits_{i} \left(z_{d(z)} \cdot \bar{T}_{i,d(z)} \right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_i} \tag{6-59}$$

Diese Herangehensweise wird auf die Gleichungen (6-60) – (6-61) auf die Betrachtungen entlang der Z- bzw. Y-Achse übertragen. Eingesetzt werden die Positionen ($y_{d(y)}$, $x_{d(x)}$) der Scheiben ($d_{(y)}$, $d_{(x)}$) in Y- bzw. X-Richtung. In Gleichung (6-60) bezeichnet $\bar{T}_{i,d(y)}$ die mittlere Temperatur eines Volumenelementes V_i der Scheibe $d_{(y)}$. Analog dazu wird die mittlere Temperatur $\bar{T}_{i,d(x)}$ eines Volumenelementes einer Scheibe $d_{(x)}$ in Gleichung (6-61) eingesetzt. Der Nenner ist identisch (s. Gleichung 6-58).

$$y^{[t]} = \frac{\sum\limits_{d(y)} \sum\limits_{i} \left(y_{d(y)} \cdot \bar{T}_{i,d(y)} \right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_i} \tag{6-60}$$

$$x^{[t]} = \frac{\sum\limits_{d(x)} \sum\limits_{i} \left(x_{d(x)} \cdot \bar{T}_{i,d(x)} \right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_i} \tag{6-61}$$

6.3.3 Berechnen der thermischen Asymmetrie einer Komponente

Die Berechnung der thermischen Asymmetrie auf Komponentenebene (vgl. Abbildung 36b, S. 82) entspricht jener auf Scheibenebene (Abbildung 36a) und ist konsistent mit der in Unterabschnitt 6.2.3 auf S. 78 eingeführten Definition thermischer Asymmetrie. Anstelle der sechs Terme auf Scheibenebene ($\vec{t}_{x,d(z)}$, $\vec{t}_{y,d(z)}$, $\vec{t}_{x,d(y)}$, $\vec{t}_{z,d(y)}$, $\vec{t}_{y,d(x)}$ und $\vec{t}_{z,d(x)}$) werden nun drei Terme über alle Scheiben hinweg ($\vec{t}_z$, $\vec{t}_y$ und $\vec{t}_x$) errechnet. Die thermische Asymmetrie der Komponente entlang der Z-Achse $\vec{t}_z$ wird dementsprechend als Differenz der Positionen des thermischen Schwerpunktes $z^{[t]}$ (Gleichung 6-52) und des geometrischen Schwerpunktes $z^{[g]}$ (Gleichung 6-59) in Z-Richtung mit Gleichung (6-62) ermittelt.

$$\vec{t}_z = z^{[t]} - z^{[g]} = \frac{\sum\limits_{d(z)} \sum\limits_{i} \left(z_{d(z)} \cdot \bar{T}_{i,d(z)} \right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_i} - \frac{\sum\limits_{d(z)} \left(z_{d(z)} \cdot \left(m_{d(z)} - m_{d(z)}^{(0)} \right) \right)}{m - m^{(0)}} \tag{6-62}$$

In Analogie dazu werden die Terme in Y- und X-Richtung quantifiziert. Die thermische Asymmetrie der Komponente in Y-Richtung $\vec{t}_y$ in Gleichung (6-63) ist die Differenz des thermischen und geometrischen Schwerpunktes aus Gleichung (6-53) und (6-60). Gleichermaßen wird die thermische Asymmetrie in X-Richtung $\vec{t}_x$ auf Basis der Gleichung (6-54) und (6-61) ermittelt (Gleichung 6-64).

$$\vec{t}_y = \frac{\sum\limits_{d(y)} \sum\limits_{i} \left(y_{d(y)} \cdot \bar{T}_{i,d(y)} \right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_i} - \frac{\sum\limits_{d(y)} \left(y_{d(y)} \cdot \left(m_{d(y)} - m_{d(y)}^{(0)} \right) \right)}{m - m^{(0)}} \tag{6-63}$$

$$\vec{t}_x = \frac{\sum\limits_{d(x)} \sum\limits_{i} \left(x_{d(x)} \cdot \bar{T}_{i,d(x)} \right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_i} - \frac{\sum\limits_{d(x)} \left(z_{d(x)} \cdot \left(m_{d(x)} - m_{d(x)}^{(0)} \right) \right)}{m - m^{(0)}} \tag{6-64}$$

6.3.4 Quantifizierung des Gesamtthermoasymmetrievektors

Da alle im vorherigen Unterabschnitt berechneten Thermoasymmetrievektoren (Gleichung 6-62 – 6-64) die gleiche Basis haben (den geometrischen Schwerpunkt der Gesamtkomponente), können diese als Gesamtthermoasymmetrievektor $\vec{\mathcal{T}}$ (Gleichung 6-65) zusammengefasst werden. Der Gesamtthermoasymmetrievektor zeigt damit vom geometrischen Schwerpunkt auf den thermischen Schwerpunkt der Gesamtkomponente. Zudem kann der Betrag des Gesamtthermoasymmetrievektors $|\vec{\mathcal{T}}|$ mit Gleichung (6-66) berechnet werden.

$\vec{\mathcal{T}}$ beschreibt die thermische Asymmetrie beliebig komplexer Bauteile zusammenfassend. Der Vektor bzw. dessen Betrag sind insbesondere zur Entscheidungsfindung bzw. für erste Betrachtungen der vorliegenden thermischen Asymmetrie hilfreich. Soll hingegen die Ursache der thermischen Asymmetrie lokalisiert werden, gilt es, wie anhand der Validierung in Abschnitt 8.2 ab S. 106 dargelegt, weiterhin die thermische Asymmetrie entlang der Achsen zu ermitteln (vgl. Abschnitt 6.2 ab S. 71).

$$\vec{\mathcal{T}} = \begin{bmatrix} \vec{t}_z \\ \vec{t}_y \\ \vec{t}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sum\limits_{d(z)} \sum\limits_{i} \left(z_{d(z)} \cdot \bar{T}_{i,d(z)} \right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_i} - \dfrac{\sum\limits_{d(z)} \left(z_{d(z)} \cdot \left(m_{d(z)} - m^{(0)}_{d(z)} \right) \right)}{m - m^{(0)}} \\ \dfrac{\sum\limits_{d(y)} \sum\limits_{i} \left(y_{d(y)} \cdot \bar{T}_{i,d(y)} \right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_i} - \dfrac{\sum\limits_{d(y)} \left(y_{d(y)} \cdot \left(m_{d(y)} - m^{(0)}_{d(y)} \right) \right)}{m - m^{(0)}} \\ \dfrac{\sum\limits_{d(x)} \sum\limits_{i} \left(x_{d(x)} \cdot \bar{T}_{i,d(x)} \right)}{\sum\limits_{i} \bar{T}_i} - \dfrac{\sum\limits_{d(x)} \left(z_{d(x)} \cdot \left(m_{d(x)} - m^{(0)}_{d(x)} \right) \right)}{m - m^{(0)}} \end{bmatrix} \tag{6-65}$$

$$|\vec{\mathcal{T}}| = \sqrt{(\vec{t}_z)^2 + (\vec{t}_y)^2 + (\vec{t}_x)^2} \tag{6-66}$$

Das im Rahmen dieses Kapitels vorgestellte Verfahren zur Quantifizierung thermoasymmetrischer Temperaturfelder ist ein vielschichtiges Konzept. Das zunächst für Spindeln bzw. rotationssymmetrische Körper vorgesehene Konzept ist nun allgemeingültig formuliert. Die Anwendbarkeit bzw. Übertragbarkeit des Ansatzes ist weitreichend und zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht abschätzbar.

Beispielhaft wird im Rahmen der Validierung in Abschnitt 8.2 ab S. 106 die thermische Asymmetrie unterschiedlicher Körper quantifiziert. Außerdem werden mehrere Nachweise des Zusammenhanges zwischen thermischer Asymmetrie und Radialverlagerung vorgestellt. Die hier vorgestellte Methode kann effektiv zur Vermeidung der Radialverlagerung von Motorspindeln genutzt werden. Die Verbesserung wird hierbei ausschließlich durch gezielte Konstruktionsoptimierung der Kühlkanäle erreicht. Entgegen der Radialverlagerung kann die Axialverlagerung nicht vermieden werden und muss kompensiert werden (Kapitel 3). Die dazu konzipierten Kompensationansätze werden im nachfolgenden Kapitel 7 vorgestellt.

7 Kompensation der Axialverlagerung durch steuerungsseitigen Offset

Die Kompensation der Axialverlagerung von Motorspindeln gelingt mittels datenbasierter Ersatzmodelle. Das Verwenden datenbasierter Ersatzmodelle wird breitflächig wissenschaftlich untersucht (vgl. Tabelle 5–6 auf S. 18–19). Gleichwohl finden die Ansätze bislang wenig Einzug in die Praxis. Dies kann damit begründet werden, dass zusätzliche Sensoren in den Werkzeugmaschinen bzw. Spindeln verbaut werden müssen. Der zusätzliche Kostenaufwand für Konstruktionsüberarbeitung, Sensorik sowie Soft- und Hardware kann nur durch eine signifikante Steigerung der Maschinenpräzision gerechtfertigt werden.

Dahingehend wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein Kompensationsmodul entwickelt, das auf Basis bereits vorhandener Sensoren bzw. Daten die axiale TCP-Verlagerung im Betrieb präzise bestimmt. Das Entwickeln des Kompensationsmoduls wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit mit Hilfe des in Abbildung 37 dargestellten Cross Industry Standard Process for Data Mining (CRISP-DM) nach CHAPMAN ET AL. [CHA00] durchgeführt.

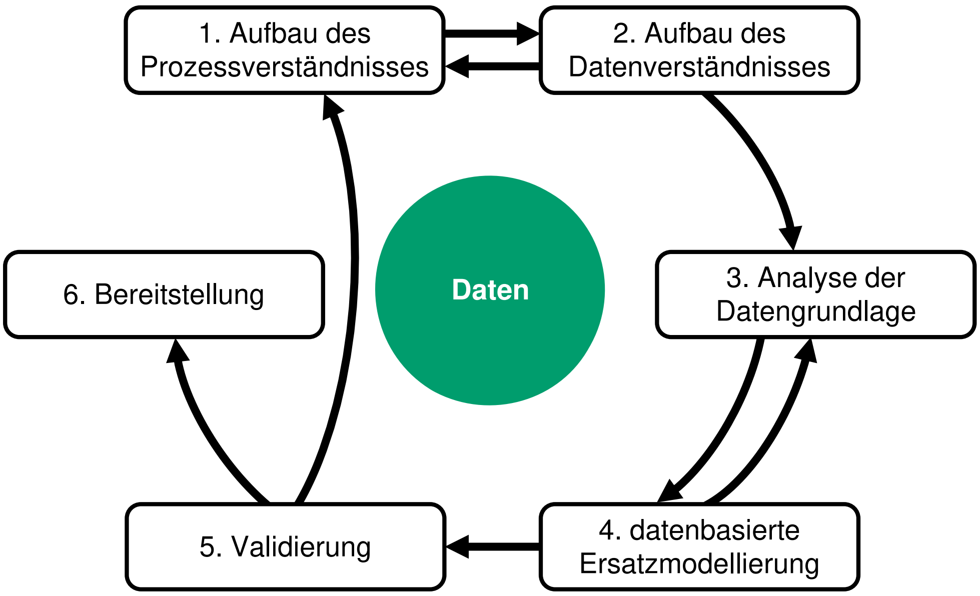


Abb. 37: Cross Industry Standard Process for Data Mining (CRISP-DM) in Anlehnung an CHAPMAN ET AL. [CHA00, S. 13].

Zunächst muss die vorliegende Data Mining Herausforderung beschrieben und definiert werden, um ein hinreichendes Prozessverständnis etablieren zu können (1. Schritt in der Abbildung, s. Abschnitt 7.1). Im Anschluss daran wird das erforderliche Datenverständnis mit dem Ziel aufgebaut, eine geeignete Grundlage für das Data Mining zu schaffen (2. Schritt, s. Abschnitt 7.2). Die Datengrundlage kann daraufhin im Hinblick auf die Eignung zum Training von maschinellen Lernmethoden analysiert und aufbereitet werden (3. Schritt, s. Abschnitt 7.3). Im Anschluss daran erfolgt das Modellieren der datenbasierten Ersatzmodelle mit den Methoden der künstlichen Intelligenz (4. Schritt, s. Abschnitt 7.4). Die Validierung bzw. Bereitstellung des Ansatzes wird im Rahmen dieser Arbeit in Abschnitt 8.3 ab S. 119 durchgeführt (5. und 6. Schritt).

7.1 Aufbau des Prozessverständnisses

Abbildung 38 zeigt den Prozess der datenbasierten Reduktion der axialen TCP-Verlagerung durch das konzipierte Kompensationsmodul. Die sensorische Grundlage (Datenaufnahme und -übergabe; links in Abbildung 38) muss die Ursachen der TCP-Verlagerung abbilden, um akkurate datenbasierte Ersatzmodelle trainieren zu können.

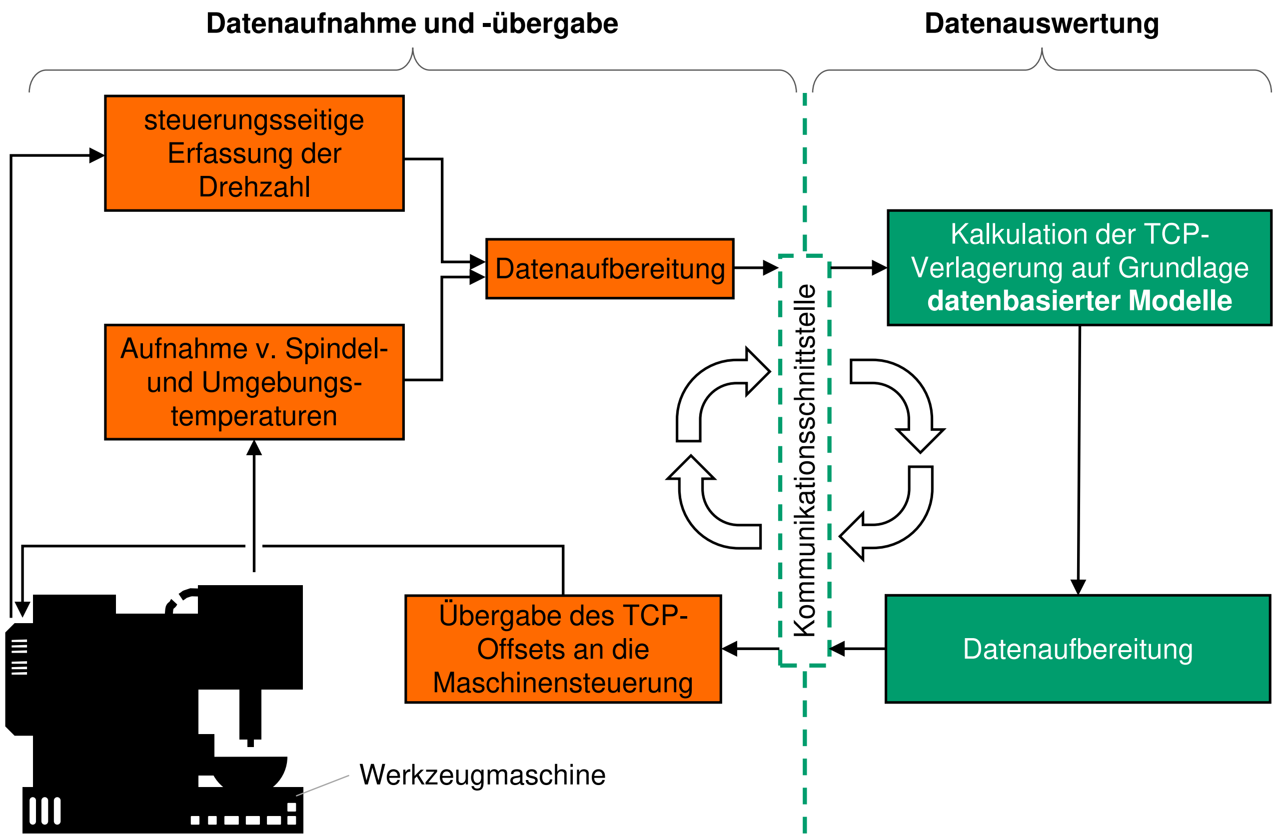


Abb. 38: Systemarchitektur des Kompensationsmoduls zur datenbasierten Reduktion der thermomechanischen TCP-Verlagerung von Werkzeugmaschinenspindeln.

Das Abbilden der Ursachen der TCP-Verlagerung gelingt durch das Erfassen von Referenzwerten, die sowohl den thermischen als auch den kinematisch induzierten Anteil der TCP-Verlagerung abbilden:

- Die **thermische Verlagerung** der Motorspindel ist hauptursächlich für die Verschiebung des TCP (s. Kapitel 1 ab S. 1). Der thermische Zustand der Motorspindel wird dahingehend mit drei Temperatursensoren erfasst. Der erste Sensor ist in den Wicklungen des Stators mitvergossen. Jeweils ein weiterer Sensor befindet sich in Bohrungen nahe dem Fest- und Loslager. Als vierter Messwert wird die Umgebungstemperatur erfasst, um etwaige Wärmedehnungseffekte des umliegenden Prüfstandes bzw. der Werkzeugmaschine berücksichtigen zu können.
- Die **kinematische Verlagerung** kann bei wälzgelagerten Spindeln mit hohen Drehzahlen nicht vernachlässigt werden. Entgegen der Mehrzahl der Modelle in der Literatur wird deshalb die steuerungsinterne Drehzahl als Datengrundlage im Rahmen der vorliegenden Arbeit mitbetrachtet (vgl. Tabelle 5 – 6 auf S. 18 – 19). Temperatur- bzw. fliehkraftbedingt weitet sich der Innenring der Wälzlager im Betrieb auf. Infolgedessen

entsteht eine Änderung des Druckwinkels bzw. eine Reduktion der Lagerluft. Dieser Effekt wird durch die hohen Kugelfliehkräfte und Wälzkörpertemperaturen verstärkt. In der betrachteten Motorspindel sind elastisch angestellte Schrägkugellager verbaut. Wie die Arbeit von BUTZ zeigt, führt bei dieser Lagerkonfiguration das Erhöhen der Drehzahl bzw. eine Lagerluftreduktion zu einer axialen Verlagerung des Innenringes relativ zum Außenring [BUT07, S. 15 – 16]. Die infolgedessen entstehende TCP-Verlagerung ist überproportional drehzahlabhängig. Wie aus Tabelle 9 hervorgeht, ist der Anteil der kinematischen Verlagerung bei $10.000\,\mathrm{min}^{-1}$ mit $1{,}1\,\mu\mathrm{m}$ bzw. $6{,}4\,\%$ der Gesamtverlagerung am TCP noch relativ gering. Bei $37.500\,\mathrm{min}^{-1}$ beträgt die kinematische Verlagerung jedoch schon $23{,}4\,\mu\mathrm{m}$ bzw. $27{,}3\,\%$ der gemessenen Gesamtverlagerung ($85{,}8\,\mu\mathrm{m}$).

Tab. 9: Thermischer und kinematischer Anteil der TCP-Verlagerung des Versuchsträgers.

Drehzahl in min^{-1}	**thermische Verlagerung** in $\mu\mathrm{m}$	**kinematische Verlagerung** in $\mu\mathrm{m}$	TCP-Verlagerung (Summe) in $\mu\mathrm{m}$
10.000	$16,0$ ($93{,}6\,\%$)	$1,1$ ($6{,}4\,\%$)	$17,1$ ($100\,\%$)
20.000	$28,9$ ($83{,}8\,\%$)	$5,6$ ($16{,}2\,\%$)	$34,5$ ($100\,\%$)
30.000	$47,3$ ($76{,}7\,\%$)	$14,4$ ($23{,}3\,\%$)	$61,7$ ($100\,\%$)
37.500	$62,4$ ($72{,}7\,\%$)	$23,4$ ($27{,}3\,\%$)	$85,8$ ($100\,\%$)

Sind die vier Temperaturmesswerte und die Drehzahl erfasst, werden diese in einer Datei zusammengefasst bzw. unter einem Zeitstempel abgespeichert. Die Abtastrate beträgt jeweils $1\,\mathrm{Hz}$. Nun werden die Daten über eine Kommunikationsschnittstelle an das datenbasierte Ersatzmodell übergeben (Datenauswertung; rechts in Abbildung 38). Die Form der Schnittstelle wird von der Systemarchitektur vorgegeben. Aus sicherheitstechnischen Gründen bieten sich Edgecomputer an, die den Berechnungsvorgang bzw. die Datenauswertung, gegenüber cloudbasierten Applikationen, direkt an der Maschine durchführen. Insofern bereits vortrainierte datenbasierte Ersatzmodelle genutzt werden, stellt die geringere Rechenkapazität der Edgecomputer in der Praxis kein Hindernis dar (vgl. die Arbeit von KÜFNER [KÜF22]).

Die mit dem datenbasierten Ersatzmodell ermittelte TCP-Verlagerung wird über die Kommunikationsschnittstelle an die Werkzeugmaschine übergeben (s. Abbildung 38). In der Maschinensteuerung wird ein, dem Wert entsprechender, Offset implementiert, um die vorliegende thermomechanische Verlagerung im Maschinenbetrieb auszugleichen.

7.2 Aufbau des Datenverständnisses

Ohne eine geeignete Datengrundlage kann kein maschinelles Lernverfahren zu präzisen Ergebnissen führen. Das Aufstellen akkurater, datenbasierter Ersatzmodelle ist ein iterativer Prozess, bei dem das Kreislaufmodell des CRISP-DM (Abbildung 37) so lange durchlaufen wird, bis die Ausgaben des Ersatzmodells mit hinreichender Genauigkeit mit den Messungen übereinstimmen. Als wesentliches Ergebnis dieses Prozesses entstand nachfolgende Tabelle 10, die die Datengrundlage in letzter Iteration darstellt. Alle 15 Läufe wurden auf dem Prüfstand betrachtet, der im Rahmen von Unterabschnitt 5.2.1 ab S. 67 vorgestellt wurde. Zusätzlich zu den im vorherigen Kapitel eingeführten fünf Messwerten (vier Temperatursensoren und die Drehzahl), werden somit auch weitere Oberflächentemperaturen als Referenz bzw. zur Datenanalyse dokumentiert (s. Abschnitt 7.3). Essentiell für die Validierung der Ergebnisse ist die hier vorgenommene Aufgliederung in Trainings- und Testläufe (s. Tabelle 10) in Anlehnung an das Werk von JAMES ET AL. [JAM23].

Tab. 10: Übersicht der Trainings- und Testläufe, die Zeitangabe erfolgt in hh:mm:ss.

Nr.	Prüflauf	Gesamtzeit	Zykluszeit	
1	Standard-Prüflauf 1	18:00:00	-	Traningsläufe
2	Standard-Prüflauf 2	18:00:00	-	
3	Standard-Prüflauf 3	50:00:00	-	
4	Standard-Prüflauf 4	18:00:00	-	
5	Bearbeitungslauf 1	16:23:40	00:14:20	
6	Bearbeitungslauf 2	16:01:07	00:03:13	
7	Bearbeitungslauf 3	17:38:50	00:19:40	
8	Bearbeitungslauf 4	04:06:10	00:02:40	
9	Bearbeitungslauf 5	16:23:40	00:14:20	
10	Standard-Prüflauf 5	18:00:00	-	Testläufe
11	Standard-Prüflauf 6	18:00:00	-	
12	Standard-Prüflauf 7	50:00:00	-	
13	Bearbeitungslauf 6	16:23:40	00:14:20	
14	Bearbeitungslauf 7	18:27:49	00:02:13	
15	Bearbeitungslauf 8	16:51:25	00:08:51	

Die Trainingsläufe in Tabelle 10 werden zum Training und zum Validieren der Ersatzmodelle verwendet. Die Testläufe kommen ausschließlich zur Modellvalidierung zum Einsatz. Die Hintergründe der Methode werden im Rahmen des Validierungskonzeptes in Abschnitt 8.3 ab S. 119 plausibilisiert. Die Läufe 1 – 4 in Tabelle 10 sind Standard-Prüfläufe von Motorspindeln, bei denen die Spindel in unterschiedlichen Drehzahlstufen über einen längeren Zeitraum betrachtet wird. Die betrachteten Drehzahlstufen sind spindelkonstruktionsspezifisch. Der hier betrachtete Versuchsträger wurde bei $10.000\,\mathrm{min}^{-1}$, $20.000\,\mathrm{min}^{-1}$, $30.000\,\mathrm{min}^{-1}$ und $37.500\,\mathrm{min}^{-1}$ untersucht. Die weiteren Trainingsläufe 5 – 9 sind die Drehzahlprofile realer Bearbeitungsläufe, die zum Fertigen von Bauteilen auf Fräsmaschinen unterschiedlicher Bauform genutzt werden. Diese realen Bearbeitungsläufe sind in Tabelle 10 durch die Angabe einer Gesamtzeit und einer Zykluszeit gekennzeichnet. Die Gesamtzeit ist die Summe mehrerer aufeinander folgender Zykluszeiten zur Fertigung identischer Bauteile.

Beispielhaft werden in den nachfolgenden Abbildungen 39 und 40 die Drehzahlprofile einzelner Zyklen der Läufe 7 und 8 dargestellt (Bearbeitungslauf 3 und 4). Als wesentliches Unterscheidungsmerkmal zu den Läufen 1 – 4 ist die hohe Dynamik zu nennen. Die einzelnen Drehzahlstufen der Standard-Prüfläufe werden jeweils $3 – 4\,\mathrm{h}$ betrachtet. Dahingegen finden bei den realen Bearbeitungsläufen teilweise mehrere Drehzahlsprünge pro Minute statt. Außerdem sind Werkzeugwechselzeiten (Stillstandszeiten) Teil der Zyklen, die das Temperaturfeld der Spindel ebenfalls signifikant beeinflussen können. Diese Merkmale der Messdaten werden als essentiell erachtet, da reale Bearbeitungsläufe eine ähnliche Dynamik aufweisen und somit von einer besseren Übertragbarkeit der datenbasierten Ersatzmodelle ausgegangen wird.

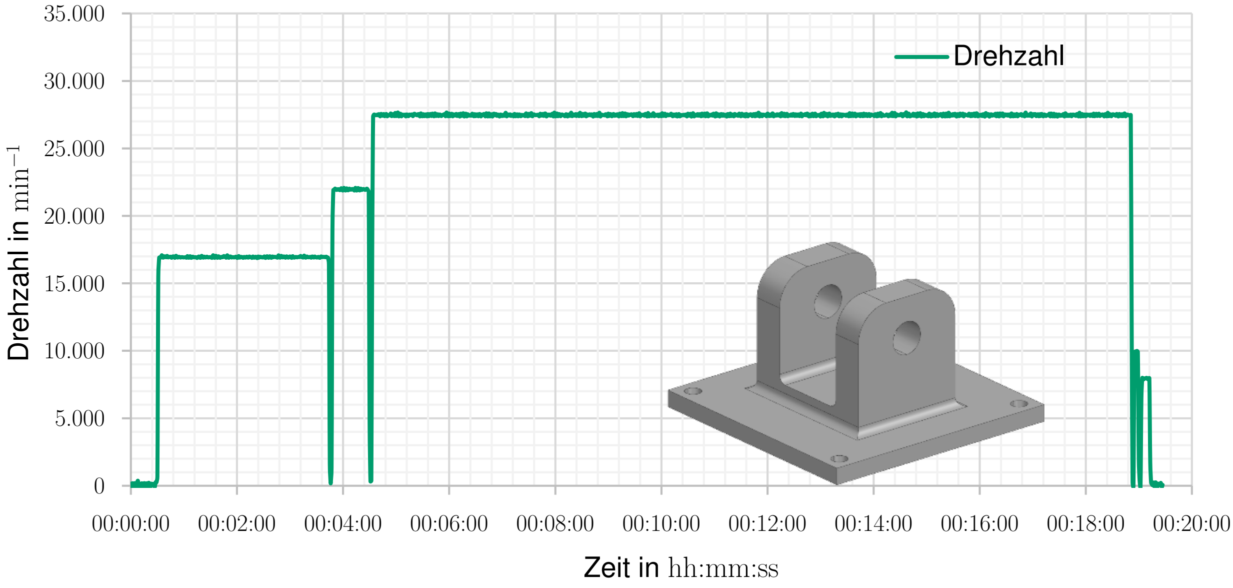


Abb. 39: Drehzahlprofil eines Zyklus des Laufs 7 (Bearbeitungslauf 3 in Tabelle 10) zur Fertigung einer Zylinderhalterung.

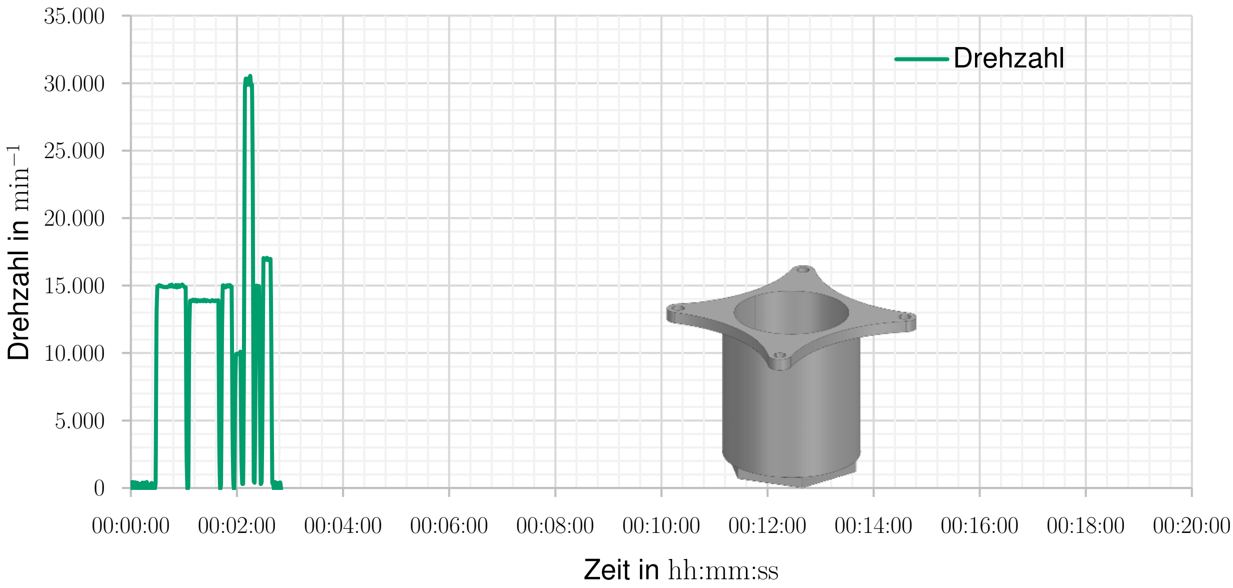


Abb. 40: Drehzahlprofil eines Zyklus des Laufs 8 (Bearbeitungslauf 4 in Tabelle 10) zur Fertigung eines Motorengehäuses (Rückseite).

Als Testläufe werden in Tabelle 10 sechs weitere Läufe definiert. Die Läufe 10 – 12 sind Standard-Prüfläufe mit den Drehzahlstufenbetrachtungen. Bei den Läufen 13 – 15 handelt es sich um weitere reale Drehzahlprofile bzw. Bearbeitungszyklen. Die Drehzahlprofile der Läufe 14 und 15 zum Fertigen eines Motorengehäuses (Vorderseite) bzw. einer Matrize sind in den nachfolgenden Abbildungen 41 und 42 dargestellt.

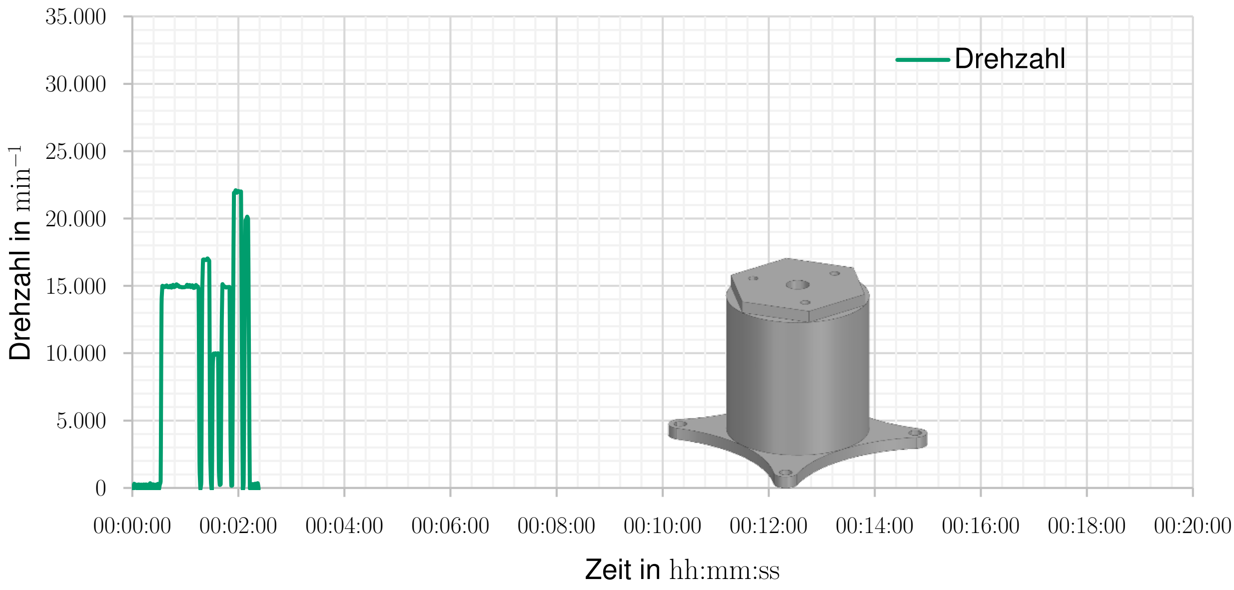


Abb. 41: Drehzahlprofil eines Zyklus des Laufs 14 (Bearbeitungslauf 7 in Tabelle 10) zur Fertigung eines Motorengehäuses (Vorderseite).

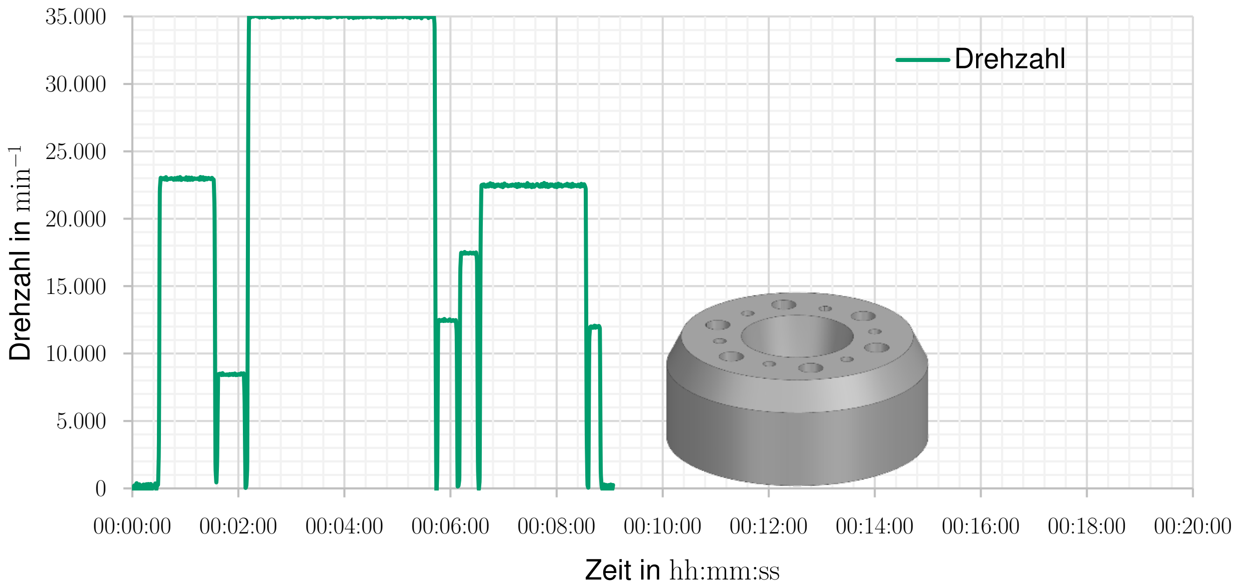


Abb. 42: Drehzahlprofil eines Zyklus des Laufs 15 (Bearbeitungslauf 8 in Tabelle 10) zur Fertigung einer Matrize.

7.3 Analyse der Datengrundlage

Nun stellt sich die Frage, ob die vorhandene Datengrundlage (vorheriger Abschnitt 7.2) überhaupt zum Training datenbasierter Ersatzmodelle geeignet ist. Inwieweit zwischen den Eingangsgrößen (Temperaturen und Drehzahl, s. Abbildung 38 auf S. 88) und der gewünschten Ausgangsgröße (axiale Spindelverlagerung) ein Zusammenhang besteht, kann qualitativ mit Korrelationsanalysen bewertet werden. Da die Zusammenhänge zwischen Ein- und Ausgangsgrößen als weitestgehend linear betrachtet werden (thermische Dehnungseffekte), kann deren Zusammenhang mit dem Pearson-Korrelationskoeffizienten bewertet werden. Nach RÖNZ & FÖRSTER kann der Pearson-Korrelationskoeffizient r_{pear} mit nachfolgender Gleichung (7-1) ermittelt werden [RÖN92, S. 107]:

$$r_{pear} = \frac{\sum\limits_{\mathscr{M}} (z_{\mathscr{M}} - \bar{z}) \cdot (T_{\mathscr{M}} - \bar{T})}{\sqrt{\sum\limits_{\mathscr{M}} (z_{\mathscr{M}} - \bar{z})^2} \cdot \sqrt{\sum\limits_{\mathscr{M}} (T_{\mathscr{M}} - \bar{T})^2}} \tag{7-1}$$

$\mathscr{M}$ stellt die Laufvariable für die einzelnen Messungen dar. Weiterhin bezeichnet $z_{\mathscr{M}}$ die (axiale) Z-Verlagerung und $T_{\mathscr{M}}$ die Temperatur der jeweiligen Messung. $\bar{z}$ und $\bar{T}$ sind die arithmetischen Mittelwerte der jeweiligen Messreihen. Der mit Gleichung (7-1) bestimmte Pearson-Korrelationskoeffizient liegt immer im Bereich $r_{pear} = -1 \ldots 1$. Negativwerte beziffern dabei negative Korrelationen. Diese kommen hier nicht vor, da einer Temperaturerhöhung immer ein Spindelwachstum folgt (Wärmedehnung). Bei einem Koeffizienten von $r_{pear} = 0$ liegt keine Korrelation vor. Dahingegen bedeutet $|r_{pear}| = 1$ die größtmögliche Korrelation. Ab welchem Koeffizienten von einer signifikanten Korrelation gesprochen werden kann, ist in der Literatur nicht einheitlich definiert. Häufig wird COHENs Arbeit zitiert, der ab $|r_{pear}| > 0,5$ von einer signifikanten Korrelation ausgeht [COH88, S. 80]. Dieser Referenzwert wird bei Wärmedehnungseffekten häufig erreicht. Gleichwohl führen Sensorwerte mit höheren Korrelationskoeffizienten $|r_{pear}| \to 1$ zu präziseren datenbasierten Ersatzmodellen.

In Ergänzung zum Pearson-Korrelationskoeffizient soll auch der sogenannte Grey-Relational-Grade r_{grey} quantifiziert werden. Dieser auf Basis von JU-LONGs Grey System Theory [JU-82] hergeleitete Koeffizient, quantifiziert in Analogie zum Pearson-Korrelationskoeffizienten den Zusammenhang zweier Messreihen. Aufbauend auf dem Werk von LI ET AL. kann der Grey-Relational-Grade r_{grey} nach Gleichung (7-2) berechnet werden [LI22b, S. 11]:

$$r_{grey} = \frac{1}{\mathscr{M}_{ges}} \sum_{\mathscr{M}} \xi_{\mathscr{M}} \tag{7-2}$$

r_{grey} wird darin als Mittelwert aller Grey-Korrelation-Koeffizienten $\xi_{\mathscr{M}}$ über alle Messwerte $\mathscr{M}_{ges}$ berechnet. Die Berechnung der einzelnen Grey-Korrelation-Koeffizienten $\xi_{\mathscr{M}}$ erfolgt nach der vierstufigen Grey-Relational-Analysis Methode von LI ET AL. [LI22b, S. 9 – 11]. Die Ergebnisse von Gleichung (7-2) sind im Gegensatz zum Pearson-Korrelationskoeffizienten stets positiv. Wie der Betrag des Pearson-Korrelationskoeffizienten liegen diese immer im Bereich $r_{grey} = 0 \ldots 1$, womit die Ergebnisse gut miteinander vergleichbar sind.

Der nach den Prinzipien des CRISP-DM sukzessive erweitere Datensatz (vgl. Tabelle 10 auf S. 90) wurde auch für die Korrelationsanalysen genutzt. Die Korrelationsanalyse erfolgte iterativ auf Basis des wachsenden Datensatzes, bis sich die Korrelationskoeffizienten nur noch weniger als $5\,\%$ änderten. Dies gelang nach Berücksichtigung der Läufe 1, 3, 4, 10, 11, 12 und 13 (vgl. Tabelle 10 auf S. 90). Die Koeffizienten ($r_{pear,\mathscr{L}}$, $r_{grey,\mathscr{L}}$) der einzelnen Läufe $\mathscr{L}$ werden darauf aufbauend durch arithmetische Mittelwertbildungen zusammengefasst. Der mittlere Pearson-Korrelationskoeffizient $\bar{r}_{pear}$ wird nach Gleichung (7-3) und der mittlere Grey-Relational-Grade $\bar{r}_{grey}$ nach Gleichung (7-4) quantifiziert. $\mathscr{L}_{ges}$ bezeichnet in den Gleichungen die Gesamtanzahl der betrachteten Läufe:

$$\bar{r}_{pear} = \frac{1}{\mathscr{L}_{ges}} \sum_{\mathscr{L}} r_{pear,\mathscr{L}} \tag{7-3}$$

$$\bar{r}_{grey} = \frac{1}{\mathscr{L}_{ges}} \sum_{\mathscr{L}} r_{grey,\mathscr{L}} \tag{7-4}$$

Die Ergebnisse der Korrelationsanalyse sind in nachfolgender Tabelle 11 (links auf S. 95) bzw. Abbildung 43 (rechts auf S. 95) dargestellt. Abbildung 43 zeigt die Messpositionen, an denen die einzelnen Sensoren auf der Oberfläche der Motorspindel verteilt wurden. Generell zeigt Tabelle 11, dass der mittlere Grey-Relational-Grade $\bar{r}_{grey}$ zu differenzierteren Ergebnissen führt als der mittlere Pearson-Korrelationskoeffizient $\bar{r}_{pear}$. Dementsprechend wurde Tabelle 11 nach dem mittleren Grey-Relational-Grade $\bar{r}_{grey}$ absteigend sortiert. Die Ergebnisse des mittleren Pearson-Korrelationskoeffizienten sind meist nahe beieinander, wodurch die Rangliste bereits durch kleinere Fehler in den Messdaten verfälscht wird. Weiterhin ist der mittlere Grey-Relational-Grade robuster gegenüber Ausreißern und Artefakten (z. B. Stillstandszeiten) in den Messdaten.

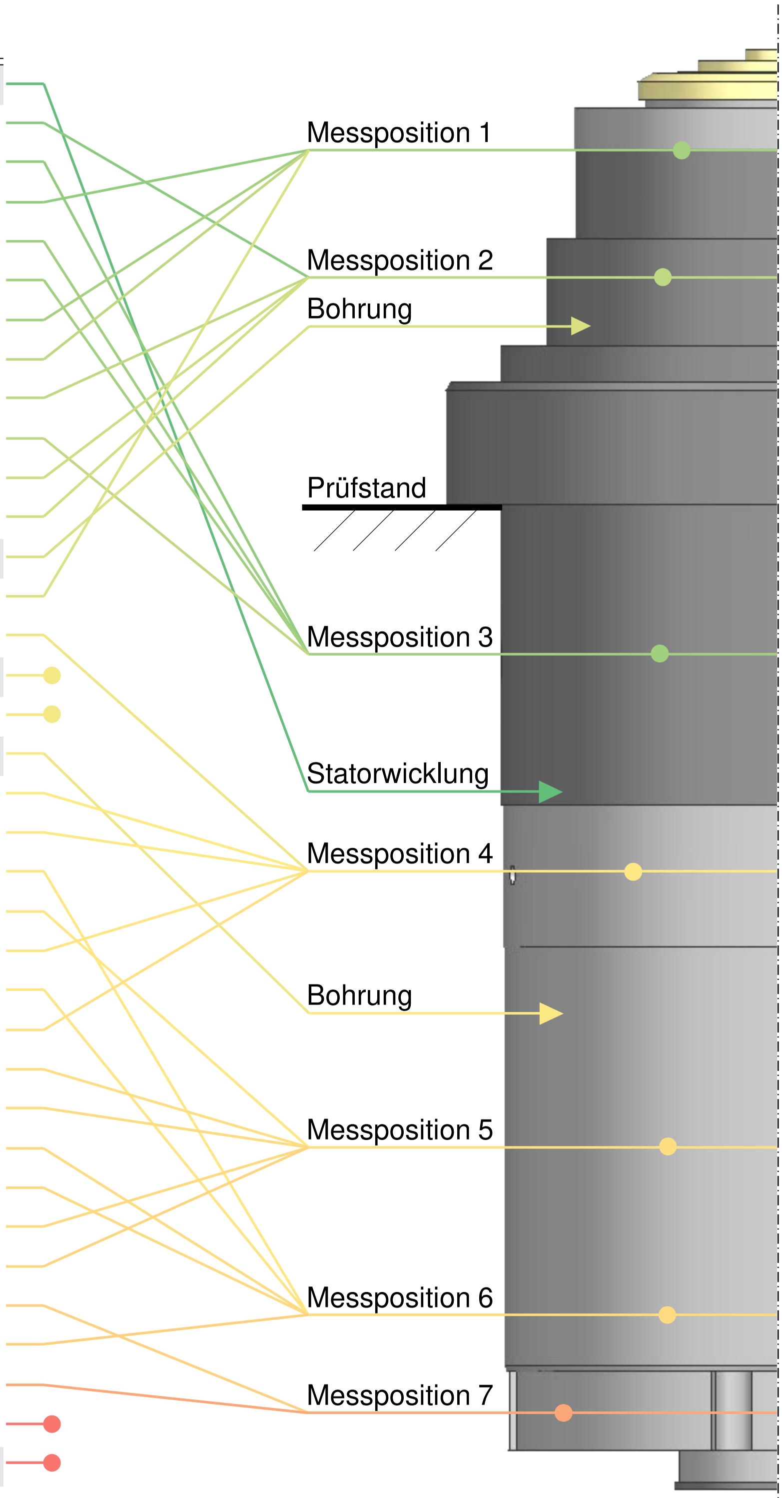
Die *#1 Motortemperatur* zeigte bei dem Versuchsträger mit Synchronmotor die höchste Korrelation mit der axialen Verlagerung am TCP ($\bar{r}_{grey} = 0,947$). Bei dem betrachteten Versuchsträger ist die Statortemperatur immer mit der Wellentemperatur vergleichbar. Die Welle wird wärmer als das umliegende Gehäuse. Den Gesetzen der Wärmedehnung folgend, entsteht demzufolge der größte Teil der TCP-Verlagerung infolge der Wellentemperatur. Die konstruktionsbedingt vorliegende, ähnliche Temperaturentwicklung von Welle und Stator macht dessen Temperatursensor zu einer wertvollen Datengrundlage. Bei vergleichbaren Untersuchungen mit anderen Motorspindeln konnte diese Charakteristik jedoch *nicht* reproduziert werden.

Zudem geht aus der Vergleichsbetrachtung zwischen Tabelle 11 und Abbildung 43 hervor, dass Sensoren im vorderen Teil der Spindel (Messposition 1 – 3) meist zu höheren Korrelationskoeffizienten führen. Das kann mit den thermomechanischen Zusammenhängen der Messkonfiguration erläutert werden. Die Spindel ist am Flansch zwischen Messposition 2 und 3 mit dem Prüfstand verschraubt (s. Abbildung 43). Der Prüfstand führt nur zu einer geringen Beeinflussung der gemessenen TCP Verlagerung (vgl. Unterabschnitt 8.1.1 ab S. 101). Die gemessene Gesamtverlagerung der Spindel am TCP setzt sich demnach primär aus Gehäuse- und Wellenverlagerung der Spindel zusammen. Das Gehäuse der Spindel wächst, ausgehend vom Montageflansch des Prüfstandes, hin zu Messposition 1 bzw. dem TCP. Das auf Höhe von Messposition 2 liegende Festlager wird dementsprechend mitverlagert. Der Positionsänderung des Festlagers entsprechend, wird die Spindelwelle und der TCP direkt mitverlagert. Demnach dokumentieren die Sensoren zwischen Messposition 1 und 3 einen Teil der Temperaturen, die direkt die TCP-Verlagerung verursachen, was die hohen Korrelationskoeffizienten plausibilisiert. Die Erkenntnisse decken sich mit jenen von QIANJIAN [QIA11] und HOREJŠ [HOR23], die dementsprechend ebenfalls Temperatursensoren nahe dem vorderen Lager der Spindel anbrachten.

Die Korrelationskoeffizienten sinken hin zum hinteren Ende der Motorspindel (Messposition 4 – 7). Das kann damit begründet werden, dass den dortigen Temperaturen keinerlei thermomechanische Relevanz zukommt. Das Spindelgehäuse wächst auch in diese Richtung, ausgehend vom Montageflansch des Prüfstandes. Gleichwohl überträgt sich dieses Gehäusewachstum wegen der Gleitbuchsen-Lagerung (Abbildung 1 auf S. 3) nicht auf die Spindelwelle bzw. den TCP. Demnach liegt hier kein direkter Wirkzusammenhang der Messgrößen vor.

Tab. 11: Mittlere Korrelationskoeffizienten ($\bar{r}_{pear}$, $\bar{r}_{grey}$) der Messwerte und der axialen Tool-Center-Point-Verlagerung. Die Tabelle ist nach dem mittleren Grey-Relational-Grade $\bar{r}_{grey}$ sortiert. Grau hinterlegte Sensoren sind in der Spindel stets fest verbaut und nicht Teil des Prüfstandsaufbaus.

#	Sensorname	$\bar{r}_{pear}$	$\bar{r}_{grey}$
1	*Motortemperatur*	$0,934$	$0,947$
2	Temperatursensor 06	$0,935$	$0,930$
3	Temperatursensor 12	$0,924$	$0,927$
4	Temperatursensor 02	$0,936$	$0,927$
5	Temperatursensor 09	$0,920$	$0,922$
6	Temperatursensor 11	$0,925$	$0,920$
7	Temperatursensor 01	$0,932$	$0,919$
8	Temperatursensor 04	$0,931$	$0,909$
9	Temperatursensor 07	$0,928$	$0,908$
10	Temperatursensor 10	$0,918$	$0,907$
11	Temperatursensor 05	$0,930$	$0,902$
12	Temperatursensor 08	$0,928$	$0,900$
13	*Spindeltemp. (vorne)*	$0,925$	$0,897$
14	Temperatursensor 03	$0,927$	$0,896$
15	Temperatursensor 15	$0,938$	$0,888$
16	*Drehzahl (Steuerung)*	$0,926$	$0,886$
17	Wassertemp. (Rückl.)	$0,903$	$0,885$
18	*Spindeltemp. (hinten)*	$0,937$	$0,882$
19	Temperatursensor 27	$0,934$	$0,878$
20	Temperatursensor 14	$0,938$	$0,876$
21	Temperatursensor 23	$0,940$	$0,875$
22	Temperatursensor 19	$0,940$	$0,872$
23	Temperatursensor 16	$0,939$	$0,872$
24	Temperatursensor 22	$0,926$	$0,870$
25	Temperatursensor 13	$0,938$	$0,864$
26	Temperatursensor 18	$0,939$	$0,860$
27	Temperatursensor 26	$0,922$	$0,854$
28	Temperatursensor 21	$0,910$	$0,853$
29	Temperatursensor 24	$0,907$	$0,852$
30	Temperatursensor 20	$0,929$	$0,851$
31	Temperatursensor 17	$0,938$	$0,845$
32	Temperatursensor 28	$0,898$	$0,839$
33	Temperatursensor 25	$0,901$	$0,837$
34	Temperatursensor 29	$0,294$	$0,771$
35	Wassertemp. (Zulauf)	$0,171$	$0,692$
36	*Raumtemperatur*	$0,084$	$0,670$



Datengrundlage: Die Koeffizienten r_{pear} und r_{grey} wurden anhand der Läufe 1, 3, 4, 10, 11, 12 und 13 aus Tabelle 10 auf S. 90 nach Gleichung (7-1) bzw. (7-2) bestimmt und nach Gleichung (7-3) und (7-4) gemittelt ($\bar{r}_{pear}$ und $\bar{r}_{grey}$).

Abb. 43: Darstellung der Messpositionen der einzelnen Sensoren. Die Temperatursensoren 01 – 29 sind auf der Spindeloberfläche an der jeweiligen Messposition 1 – 7 montiert (vgl. Abbildung 31 auf S. 67). Modelldarstellung mit freundlicher Genehmigung der Innomotics GmbH.

Ebenso soll hier die Frage betrachtet werden, ob die bereits in der Motorspindel verbauten Sensoren tatsächlich eine geeignete Datengrundlage zum Training datenbasierter Ersatzmodelle darstellen. Stets verbaute Sensoren sind in Tabelle 11 grau hinterlegt. Die *#1 Motortemperatur* ist konstruktionsbedingt äußerst relevant. Die *#13 Spindeltemp. (vorne)* dokumentiert eine Temperatur direkt in der thermomechanischen Wirkkette der Motorspindel und ist deshalb ebenso als Datengrundlage geeignet.

Das Betrachten der steuerungsseitig erfassten *#16 Drehzahl* wird als notwendig erachtet, da nur damit die kinematische Spindelverlagerung datenmodellbasiert beschrieben werden kann (Kapitel 7.1 ab S. 88). Es sei weiterhin darauf hingewiesen, dass die Korrelationskoeffizienten der *#16 Drehzahl* bei der Betrachtung der dynamischeren Bearbeitungsläufe 1 – 8 (Tabelle 10 auf S. 90) höher sind als die Mittelwerte in der Tabelle. Die *#18 Spindeltemp. (hinten)* führt zu einem relativ hohen Korrelationskoeffizienten, obgleich die Temperaturen am hinteren Ende der Spindel thermomechanisch nicht relevant sind. Dahingehend sei auf die Tatsache verwiesen, dass auch hohe Korrelationskoeffizienten keine kausalen Zusammenhänge implizieren. Nur der mittlere Grey-Relational-Grade $\bar{r}_{grey}$ zeigte einen Zusammenhang zwischen *#36 Raumtemperatur* und axialer TCP-Verlagerung. Das Berücksichtigen wird dennoch als notwendig erachtet, da die Raumtemperatur Ursachen thermischer Verlagerungen erfassen kann, die nicht durch die Spindel selbst entstehen.

Aus der Analyse bzw. Tabelle 11 geht hervor, dass einige zusätzlich applizierte Sensoren bessere Korrelationen aufweisen als die in der Spindel stets verbauten. Inwieweit ein datenbasiertes Ersatzmodell mit weiteren Sensoren als Grundlage zu besseren Ergebnissen führen würde, sollte demnach hinterfragt werden. Die Frage kann anhand exemplarischer datenbasierter Ersatzmodelle beantwortet werden. Dahingehend wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit 16 Neuronale Netze trainiert. Betrachtet werden die in Abbildung 9a auf S. 21 dargestellten Feed Forward Netze. Die Beurteilung der Vorhersage der datenbasierten Ersatzmodelle erfordert geeignete Metriken. Dazu wird der mittlere absolute Fehler (Mean Absolute Error, MAE in Gleichung 7-5) und die Wurzel der mittleren Fehlerquadratsumme (Root Mean Squared Error, $RMSE$ in Gleichung 7-6) berechnet [HOD22, S. 5481]:

$$MAE = \frac{1}{\mathscr{M}_{ges}} \sum_{\mathscr{M}} |z_{\mathscr{M}} - \hat{z}_{\mathscr{M}}| \tag{7-5}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{\mathscr{M}_{ges}} \sum_{\mathscr{M}} (z_{\mathscr{M}} - \hat{z}_{\mathscr{M}})^2} \tag{7-6}$$

Es gibt keinen generellen Konsens zur Determinierung des Traningsdatenanteiles. In der vorliegenden Arbeit wird das weit verbreitete $80\,\% \,/\, 20\,\%$ Verhältnis verwendet ($80\,\%$ Tranings- und $20\,\%$ Validierungsdaten), welches an das Pareto-Prinzip angelehnt ist [JOS22, S. 531]. Die 16 Neuronalen Netze werden dahingehend mit $80\,\%$ aller Messungen $\mathscr{M}_{ges}$ (s. Gleichung 7-5 und 7-6) der Läufe 1, 2, 3, 4 und 5 trainiert (vgl. Tabelle 10 auf S. 90). Darauf aufbauend wird in den Gleichungen die jeweils vorliegende, gemessene TCP- bzw. Z-Verlagerung $z_{\mathscr{M}}$ mit der durch das jeweilige datenbasierte Ersatzmodell ermittelten Z-Verlagerung $\hat{z}_{\mathscr{M}}$ verglichen. Beide Metriken werden in der Einheit der Messgrößen (μm) angegeben. Das Ergebnis der Analyse wird zusammenfassend anhand von Tabelle 12 und 13 erläutert. Um die Ergebnisse zusammenfassen zu können, werden die für die einzelnen Läufe $\mathscr{L}$ ermittelten Metriken $MAE_{\mathscr{L}}$ und $RMSE_{\mathscr{L}}$ mit den nachfolgenden Gleichungen (7-7) und (7-8) gemittelt:

$$\overline{MAE} = \frac{1}{\mathscr{L}_{ges}} \sum_{\mathscr{L}} MAE_{\mathscr{L}} \tag{7-7}$$

$$\overline{RMSE} = \frac{1}{\mathscr{L}_{ges}} \sum_{\mathscr{L}} RMSE_{\mathscr{L}} \tag{7-8}$$

Tab. 12: Metriken der acht Neuronalen Netze. Als Sensorgrundlage werden die stets verbauten (grau hinterlegt in Tabelle 11) verwendet.

Netzarchitektur	$\overline{MAE}$ in μm	$\overline{RMSE}$ in μm
64/128/256	$0,428$	$0,647$
128/64/32	$0,427$	$0,670$
32/64/32	$0,462$	$0,696$
64/64/64	$0,482$	$0,707$
32/64/128	$0,496$	$0,720$
64/32/64	$0,524$	$0,770$
16/32/64	$0,553$	$0,817$
32/32/32	$0,554$	$0,826$
Mittelwert	$0,491$	$0,732$

$\Rightarrow$

Tab. 13: Metriken der acht Neuronalen Netze. Als Grundlage werden die stets verbauten (grau in Tabelle 11) u. Temperatursensor 06 verwendet.

Netzarchitektur	$\overline{MAE}$ in μm	$\overline{RMSE}$ in μm
64/128/256	$0,260$	$0,388$
128/64/32	$0,275$	$0,408$
64/64/64	$0,300$	$0,427$
32/64/128	$0,296$	$0,433$
64/32/64	$0,321$	$0,466$
32/64/32	$0,364$	$0,517$
16/32/64	$0,375$	$0,550$
32/32/32	$0,401$	$0,591$
Mittelwert	$0,324$	$0,472$

Datengrundlage: Zum Training der datenbasierten Ersatzmodelle wurden $80\,\%$ der Läufe 1, 2, 3, 4 und 5 aus Tabelle 10 auf S. 90 verwendet. Die Metriken wurden nach Gleichung (7-5) bzw. (7-6) für die Läufe 1, 2, 3, 4 und 5 berechnet und nach Gleichung (7-7) bzw. (7-8) gemittelt ($\overline{MAE}$, $\overline{RMSE}$).

Die dargestellten Neuronalen Netze wurden in Tabelle 12 mit den stets verbauten Sensoren (grau hinterlegte Einträge in Tabelle 11) und in Tabelle 13 mit den stets verbauten Sensoren und dem Temperatursensor 06 trainiert.

Die Tabellen zeigen die Ergebnisse des $\overline{MAE}$ und $\overline{RMSE}$ (Gleichung 7-5 bzw. 7-6) mit acht unterschiedlichen Netzarchitekturen, um die Netzunabhängigkeit der Ergebnisse sicherstellen zu können. Die hier betrachteten Deep Learning Netze bestehen immer aus drei Hidden Layers (s. Abbildung 9a auf S. 21). Die erste Schicht des ersten Netzes (2. Zeile in Tabelle 12 – 13) besteht z. B. aus 64, die zweite aus 128 und die dritte aus 256 Neuronen. Die Vergleichsanalyse zeigt, dass die Metriken durch den zusätzlichen Temperatursensor 06 als Datengrundlage signifikant verbessert werden können. Im Mittel wurde bei den betrachteten acht Netzarchitekturen eine Verbesserung des $\overline{MAE}$ von $34\,\%$ erreicht. Das Verbauen zusätzlicher Sensoren ist immer mit Kostenaufwänden verbunden. Nach jetzigem Stand ist nicht ersichtlich, inwieweit die hier dargestellte Präzisionssteigerung tatsächlich die zusätzlichen Kosten rechtfertigt. Absolut betrachtet, bleibt der Zugewinn von $0{,}167\,\mu\mathrm{m}$ äußerst gering (Betrachtung des mittleren $\overline{MAE}$ in Tabelle 12 und 13).

Wie sich im Verlauf der weiteren Arbeit zeigen wird, ist die Betrachtung von unterschiedlichen Trainings- und Testläufen entscheidender. Bei untrainierten Bearbeitungs- bzw. Testläufen, die in der Praxis immer vorliegen werden, entstehen schnell Abweichungen $> 10\,\mu\mathrm{m}$ (s. Unterabschnitt 8.3.2 ab S. 124). Dieser Erkenntnis folgend, werden zunächst nur die bereits verbauten Sensoren für das Training der datenbasierten Ersatzmodelle betrachtet.

7.4 Datenbasierte Ersatzmodellierung

Die datenbasierte Ersatzmodellierung erfolgt durch maschinelles Lernen. Als Ergebnis wird eine sogenannte künstliche Intelligenz angestrebt, die den vorliegenden Eingabeparametern (Temperaturen, Drehzahl) entsprechende Ausgabeparameter (axiale TCP-Verlagerung) algorithmenbasiert, automatisiert zuordnen kann. Ein Überblick über Algorithmen, die bereits zur datenbasierten Modellbildung verwendet wurden, kann Unterabschnitt 2.3.3 ab S. 16 entnommen werden. Darauf aufbauend werden im Rahmen dieser Arbeit drei maschinelle Lernmethoden betrachtet (die Nummerierungen 4.7 – 5.4 entsprechen der Systematik in Tabelle 5 – 6 auf S. 18 – 19):

(1) **Künstliche Neuronale Netze** sind in der 5.1 Feed Forward Architektur sowohl in der Forschung bzgl. künstlicher Intelligenz im Allgemeinen [KNU21, S. 364] als auch bzgl. datenbasierter Ersatzmodelle zur Kompensation der TCP-Verlagerung im Besonderen der populärste Ansatz (vgl. Tabelle 5 – 6). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden entsprechende 5.4 Deep Learning Netze mit der Feed-Forward-Informationsverarbeitung als Referenz-Modelle trainiert. Untersucht werden dabei die drei Architekturen aus Tabelle 12 und 13, die zu den besten Ergebnissen geführt haben. Das Training der Neuronalen Netze erfolgt über 150 Epochen. Als Aktivierungsfunktion wurden Rectified Linear Units (ReLU) verwendet. Für die fachlichen Grundlagen Neuronaler Netze wird auf Unterabschnitt 2.3.3 ab S. 16 verwiesen.

(2) 4.7 **Entscheidungsbäume** fanden in der Fachliteratur bzgl. der Kompensation der TCP-Verlagerung bislang keinerlei Beachtung (Tabelle 5 – 6). Erstmals soll demnach im Rahmen der vorliegenden Arbeit das Potential eines lernenden Entscheidungsbaumes bzgl. thermoelastischer Problemstellungen hinterfragt werden. Das Verfahren wird im nachfolgenden Unterabschnitt 7.4.1 vorgestellt.

(3) 4.8 **Random Forest Regressionen** wurden bislang nur von Kaftan et al. [KAF23] im Bezug auf die thermische Verlagerung von Drehmaschinen untersucht. In der vorliegenden Arbeit wird das Verfahren auf Motorspindeln angewandt und die Datengrundlage, gegenüber dem Werk von Kaftan et al., um die steuerungsseitig erfasste Drehzahl erweitert. Der Ansatz wird in Unterabschnitt 7.4.2 erläutert.

7.4.1 Entscheidungsbaum

Künstliche Neuronale Netze gelten als Blackbox-Methode, die keine Interpretierbarkeit der Ergebnisse zulassen [KNU21, S. 364]. Gleichwohl wird der Interpretierbarkeit datenbasierter Ersatzmodelle eine immer weiter steigende Bedeutung beigemessen [RAI20]. Die Datenschutzgrundverordnung schafft inzwischen sogar das *Recht zur Erklärung* algorithmischer Entscheidungen [GOO17, S. 6].

Lernende Entscheidungsbäume sind von anderen maschinellen Lernmethoden durch ebenjene Erklärbarkeit abzugrenzen. Die intuitive Baumstruktur (vgl. Abbildung 44) ermöglicht insbesondere bei kleineren Entscheidungsbäumen das Nachvollziehen der Ergebnisse. Ein Entscheidungsbaum setzt sich aus mehreren Ebenen von Knotenpunkten zusammen, in denen *binäre* Entscheidungen (true, false) getroffen werden. Der Entscheidungsbaum beginnt dabei immer bei einem sogenannten Wurzelknoten [ROK05, S. 165]. Über eine oder mehrere Ebenen von inneren Knotenpunkten wird der Entscheidungsfindungsprozess fortgesetzt. Der

Prozess endet immer in einem Blattknoten. In einem der Blattknoten wäre hier beispielsweise die jeweils ermittelte TCP-Verlagerung $\hat{z}_{\mathcal{M}}$ zu finden. Die dorthin führende Entscheidungslogik über die inneren Knoten wird durch das maschinelle Lernen ermittelt. Entscheidungsbäume sind durch die einfache Logik breitflächig einsetzbar. In der Praxis werden sie für unterschiedliche Regressions- und Klassifikationsaufgaben genutzt [KNU21, S. 364].

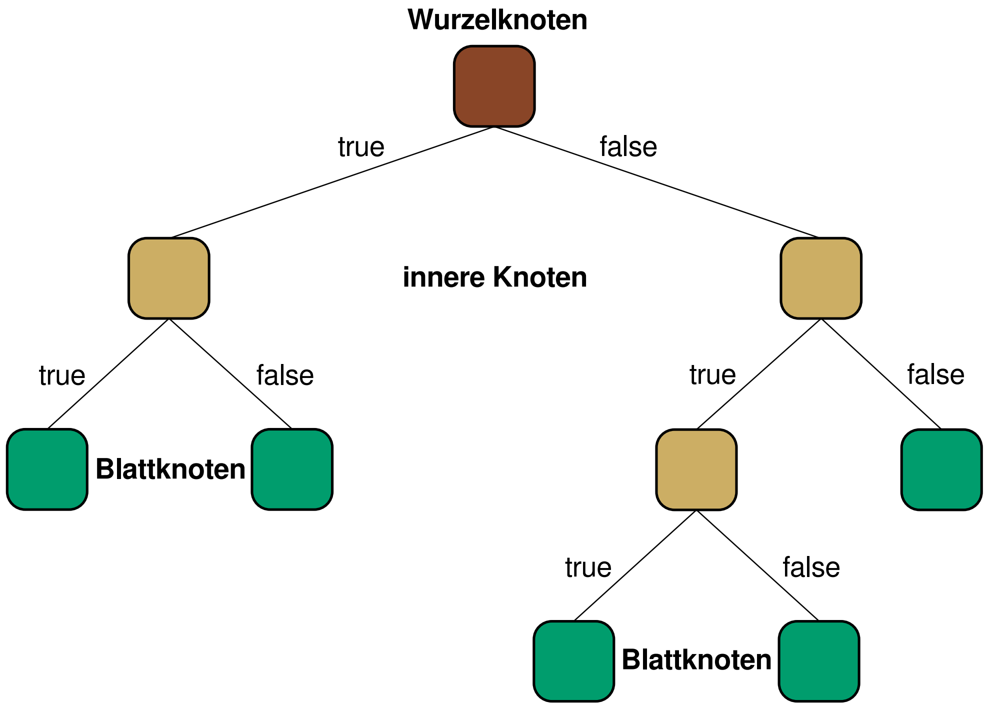


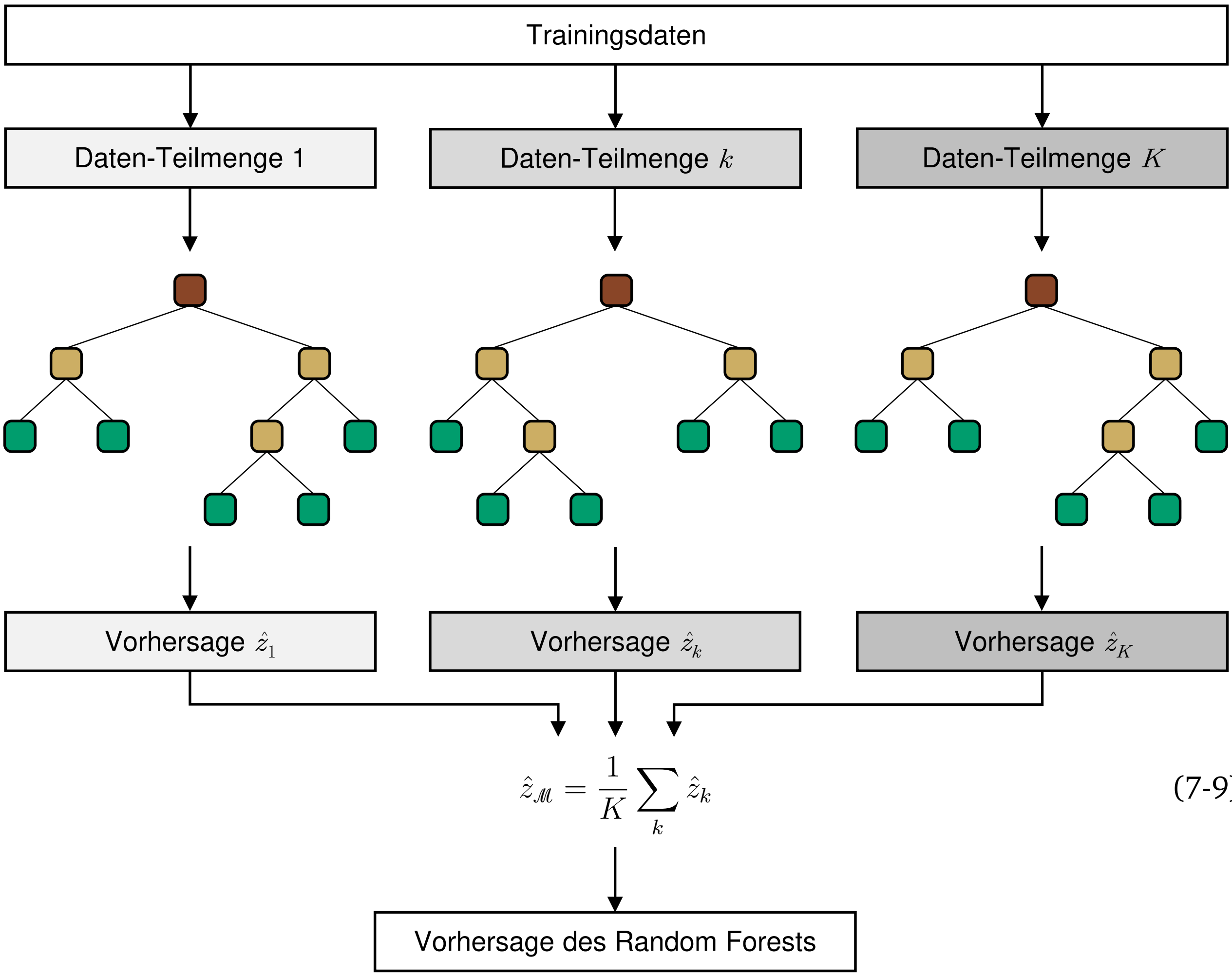
Abb. 44: Entscheidungsbaum nach KNUTH [KNU21, S. 365].

Die mit dem Entscheidungsbaum ermittelten Ergebnisse werden in Abschnitt 8.3 ab S. 119 im Rahmen der Modellvalidierung diskutiert. Die jeweils verwendeten Trainings- und Testläufe des Modells werden dort separiert ausgewiesen.

7.4.2 Random Forest Regression

Der Random Forest stellt eine Weiterentwicklung des Entscheidungsbaumes dar. Durch die vielschichtigere Betrachtung eignet sich der Random Forest zur Reproduktion komplexerer Problemstellungen. Struktur- bzw. funktionsbedingt weist er jedoch, gegenüber dem Entscheidungsbaum, eine verringerte Erklärbarkeit auf [KNU21, S. 368]. Das Funktionsprinzip des Random Forests soll anhand von Abbildung 45 erläutert werden.

Zunächst werden die Trainingsdaten in Abbildung 45 nach dem Bootstrapping Verfahren (vgl. die Arbeit von BREIMAN [BRE01]) in K Teilmengen aufgeteilt. Der Anzahl an Daten-Teilmengen entsprechend, werden K Entscheidungsbäume trainiert. In jedem Entscheidungsbaum wird auf Basis der jeweils individuellen Daten-Teilmenge und Baumstruktur eine Vorhersage $\hat{z}_k$ ermittelt. Mit Random Forests können sowohl Klassifizierungs- als auch Regressionsaufgaben gelöst werden. Die einzelnen Vorhersagen werden, je nach Aufgabentyp, durch entsprechende Aggregatsfunktionen zusammengefasst. Bei der hier vorliegenden Regressionsaufgabe wird, wie in Gleichung (7-9) dargestellt, der arithmetische Mittelwert der Vohersagen $\hat{z}_k$ gebildet. Der errechnete Mittelwert $\hat{z}_{\mathcal{M}}$ wird dann als Vorhersage des Random Forests ausgegeben.



$$\hat{z}_{\mathcal{M}} = \frac{1}{K} \sum_{k} \hat{z}_k \tag{7-9}$$

Abb. 45: Random Forest nach KAFTAN ET AL. [KAF23, S. 19].

Der im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachtete Random Forest wurde in Anlehnung an das Werk von KAFTAN ET AL. [KAF23] mit $K = 100$ Entscheidungsbäumen trainiert. Die damit ermittelten Ergebnisse werden in Abschnitt 8.3 ab S. 119 diskutiert.

8 Validierung

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingeführten Methoden (Kapitel 4 – 7) sollen abschließend validiert werden. Die Vorstellung der Ergebnisse erfolgt chronologisch in Analogie zur Struktur der Arbeit:

(1) Die Randbedingungen zur thermischen Modellierung von Motorspindeln und umliegenden Strukturen wurden in Kapitel 4 eingeführt. Das damit erstellte **Simulationsmodell** wurde in Kapitel 5 vorgestellt. Der messtechnische Abgleich des Modells erfolgt in Abschnitt 8.1.

(2) Die analytischen Grundlagen zur **Quantifizierung thermoasymmetrischer Temperaturfelder** wurden in Kapitel 6 hergeleitet. Abschnitt 8.2 ab S. 106 visualisiert die Funktionsweise des Ansatzes und den Nachweis des Zusammenhanges zwischen Asymmetrie und Radialverlagerung. Abschließend wird die damit erreichte Reduktion der Radialverlagerung von Motorspindeln vorgestellt.

(3) Die Ansätze zur **datenbasierten Kompensation der Axialverlagerung** wurden im Rahmen von Kapitel 7 dargelegt. Die damit erreichte Reduktion der Axialverlagerung von Motorspindeln wird in Abschnitt 8.3 ab S. 119 aufgezeigt.

8.1 Thermische Modellierung

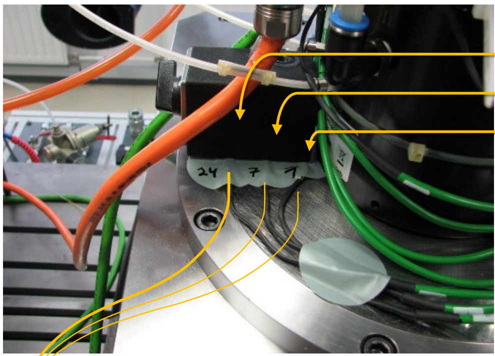
Im Hinblick auf eine akkurate Modellierung (Unterabschnitt 8.1.3) müssen zunächst die empirisch zu bestimmenden Randbedingungen ermittelt werden. Dies gelingt durch das Messen der Prüfstandstemperaturen (Unterabschnitt 8.1.1) und das Erfassen der Eingangsleistung der Motorspindel (Unterabschnitt 8.1.2).

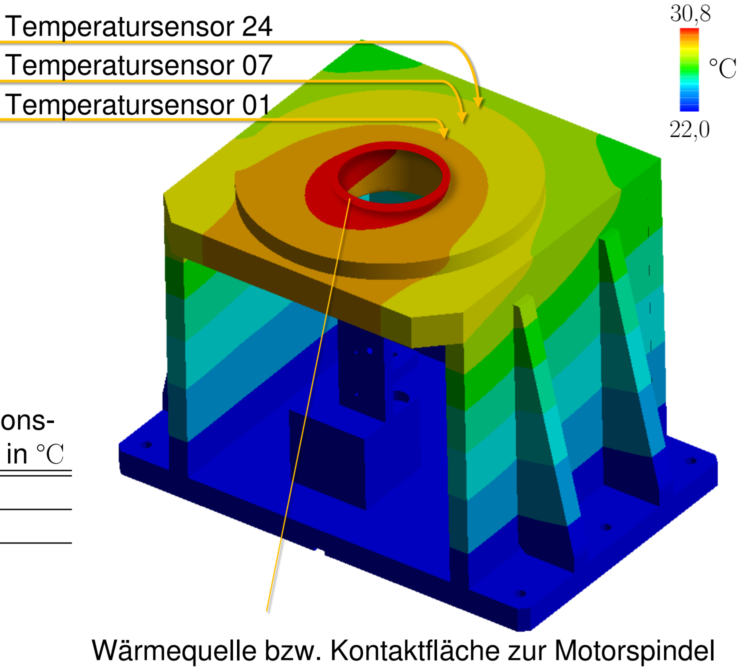
8.1.1 Erfassung der Kühlleistung des Prüfstandes

Um den (11) Spindelstock bzw. Prüfstand (s. Tabelle 8 auf S. 63) als Randbedingung berücksichtigen zu können, muss dieser entweder vollständig mitsimuliert werden oder durch einen geeigneten thermischen Körperkontakt an der Spindel ersetzt werden. Letzteres ist prinzipiell wegen des verringerten Modellierungsaufwandes und der besseren Übertragbarkeit zu bevorzugen. Der Einfluss des Körperkontaktes auf das Temperaturfeld der Motorspindel kann allerdings nur durch eine vorherige Modellierung des Prüfstandes quantifiziert werden.

Der Einfluss wird durch dessen abgeführte Wärme bzw. Kühlleistung charakterisiert. Die Kühlleistung soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit anhand einer Vergleichsanalyse aus Temperaturmessungen und Simulationsergebnissen iterativ ermittelt werden. Dahingehend wurde der Prüfstand, wie in Abbildung 46 links dargestellt, mit drei Temperatursensoren versehen. Die Randbedingungen des Simulationsmodells (rechts in der Abbildung) sind, bis auf die Wärmezufuhr über die Kontaktfläche zur Motorspindel, bekannt (s. Tabelle 8 auf S. 63).

Die Wärmequelle kann nun iterativ ermittelt werden, bis die Simulationsergebnisse an den Sensorpositionen zu vergleichbaren Ergebnissen führen wie in der Messung. Wenn die Spindel auf dem Prüfstand bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$ im thermisch stabilen Zustand betrachtet wird, kann das Temperaturfeld des Prüfstandes mit einer Wärmezufuhr von $35\,\mathrm{W}$ gut simulativ reproduziert werden. Die Absolutwerte der Temperaturdifferenzen werden in Abbildung 46 betrachtet. Die Berechnung des MAE erfolgt in Analogie zu Gleichung (7-5) auf S. 96 mit Gleichung (8-1).





Sensor	Messwert in °C	Differenz in °C	Simulationsergebnis in °C
01	27,8	-1,1	28,9
07	27,4	-0,8	28,2
24	27,2	-0,5	27,7
		MAE in °C	
		0,8	

Abb. 46: Mess- und Simulationsergebnisse der Temperaturen des Prüfstandes im thermischen Gleichgewicht bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$ zur Quantifizierung der an den Prüfstand abfließenden Wärme, Bild und Modelldarstellung mit freundlicher Genehmigung der Innomotics GmbH.

$$MAE = \frac{1}{\mathcal{M}_{ges}} \sum_{\mathcal{M}} \left| T_{\mathcal{M}} - \hat{T}_{\mathcal{M}} \right| \tag{8-1}$$

In Gleichung (8-1) sind die Temperaturmesswerte der Sensoren $T_{\mathcal{M}}$ und die Temperaturen des Simulationsmodells an den Sensorstellen $\hat{T}_{\mathcal{M}}$ einzusetzen. Die errechnete mittlere absolute Temperaturabweichung beträgt bei $35\,\mathrm{W}$ Wärmezufuhr noch $0{,}8\,°\mathrm{C}$. Es sei darauf verwiesen, dass die Flüssigkeitskühlung des Prüfstandes (s. Abbildung 31 auf S. 67) im Rahmen dieser Untersuchung nicht aktiviert war. Der Prüfstandsaufbau ist damit thermodynamisch vergleichbar mit dem Spindelstock bzw. mit der Einbausituation in Werkzeugmaschinen. Die hier erzielten Ergebnisse können damit als mit dem realen Umfeld vergleichbar betrachtet werden.

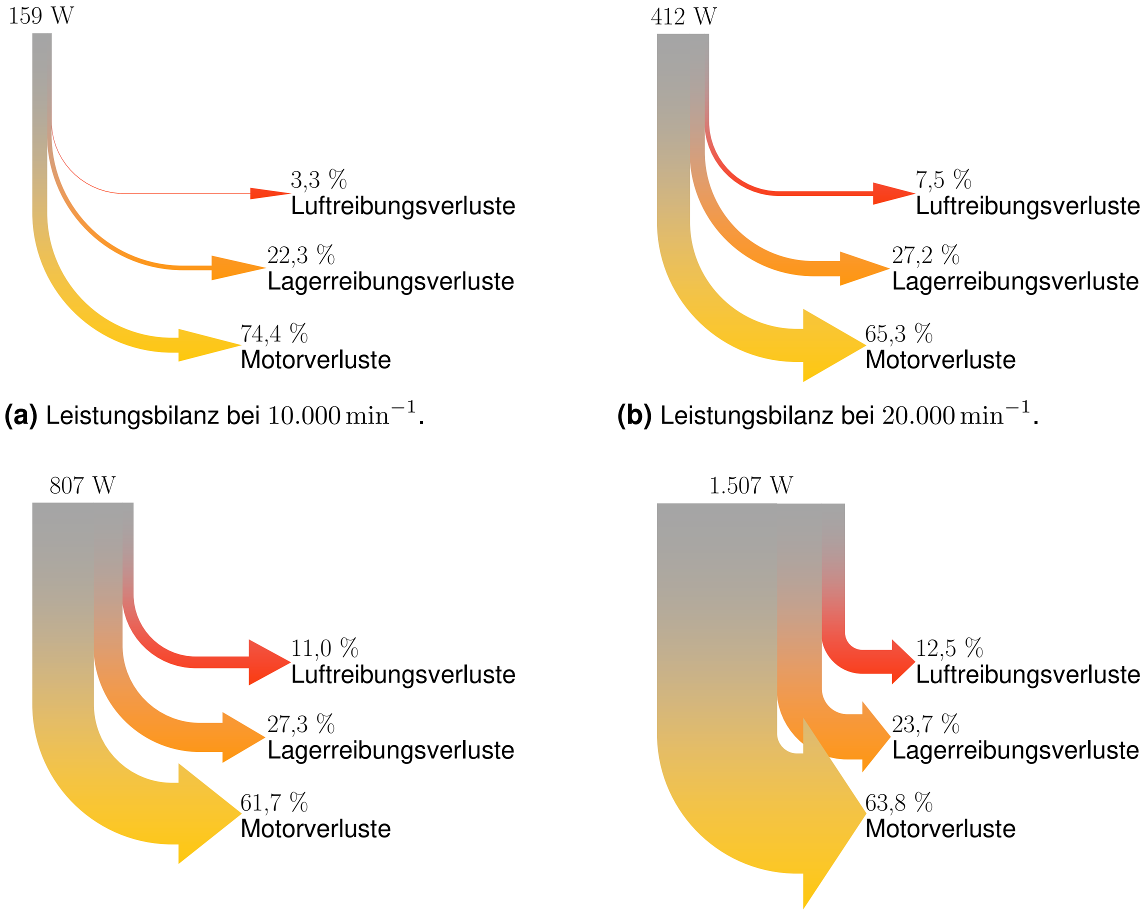
Absolut betrachtet sind $35\,\mathrm{W}$, mit denen der ungekühlte Prüfstand der Spindel Wärme entzieht, nahezu irrelevant. Der geringe Wert kann damit begründet werden, dass nahe des Prüfstandflansches auch die Kühlkanäle in der Motorspindel verlaufen (vgl. Abbildung 4 auf S. 9). Im gleichen Betriebspunkt kann über die Zu- und Rücklauftemperatur (Gleichung 4-20 auf S. 32) die Fluidkühlleistung auf $1.423\,\mathrm{W}$ beziffert werden, ein $40{,}7$-mal größerer Wert. Das im Rahmen von Unterabschnitt 8.1.3 ab S. 104 vorgestellte Motorspindelmodell berücksichtigt die Randbedingung nicht, um deren geringen Einfluss zu verdeutlichen.

Die äußerst aufwendig zu ermittelnde Randbedingung kann damit, unter vernachlässigbaren Genauigkeitsverlusten der Simulationsergebnisse, ignoriert werden. Generell wird dieses Vorgehen bei flüssig gekühlten Motorspindeln für sinnvoll erachtet, da dadurch keine Annahmen getroffen werden müssen (Prüfstandstemperatur) oder zusätzliche Simulationsmodelle (Prüfstand, Spindelstock) erforderlich sind. Die Übertragbarkeit des Modellierungsansatzes wird infolgedessen signifikant verbessert.

8.1.2 Leistungsbilanzbetrachtung und Bestimmung der Lagerverluste

Die halbempirische Ermittlung der (18) Lagerverluste (s. Tabelle 8 auf S. 63) erfordert das Erfassen der Eingangsleistung der Motorspindel (vgl. Unterabschnitt 4.3.2 ab S. 47). Die Spindel wurde dazu im Leerlauf betrachtet. Im Leerlauf entspricht die Eingangsleistung der Verlustleistung ($P_{in} = P_{V,ges}$). Die Verlustleistung der Motorspindel $P_{V,ges}$ konnte damit auf $159\,\mathrm{W}$ (bei $10.000\,\mathrm{min}^{-1}$), $412\,\mathrm{W}$ ($20.000\,\mathrm{min}^{-1}$), $807\,\mathrm{W}$ ($30.000\,\mathrm{min}^{-1}$) und $1.507\,\mathrm{W}$ bei der Höchstdrehzahl ($40.000\,\mathrm{min}^{-1}$) beziffert werden.

Nachfolgende Abbildung 47 gibt einen Überblick über die damit durchgeführten Leistungsbilanzen. Die Abbildung verdeutlicht die Nichtlinearität der Zusammenhänge. Insbesondere die Luftreibung steigt signifikant von $5{,}2\,\mathrm{W}$ bei $10.000\,\mathrm{min}^{-1}$ auf $188{,}4\,\mathrm{W}$ bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$. Die Luftreibung führt demnach, wie in Abbildung 47d verdeutlicht, bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$ schon zu $12{,}5\,\%$ der Gesamtverluste. Der Einfluss auf das Temperaturfeld ist allerdings noch bedeutend größer, da die Luftreibung auch an Stellen vorliegt, an denen die Spindel nicht aktiv gekühlt wird.



(a) Leistungsbilanz bei $10.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

(b) Leistungsbilanz bei $20.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

(c) Leistungsbilanz bei $30.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

(d) Leistungsbilanz bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$.

Abb. 47: Leistungsbilanzbetrachtungen der Motorspindel in vier Drehzahlstufen.

Anhand der analytisch errechneten Motorverluste $P_{V,Motor}$ und Luftreibungsverluste $P_{V,Luft}$ lassen sich nun mit Gleichung (4-69) auf S. 49 die Gesamtlagerverluste $P_{VL,ges}$ bestimmen. Bei der im nachfolgenden Unterabschnitt vorgestellten Validierungsbetrachtung werden die Simulationsergebnisse bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$ abgeglichen. In dieser Drehzahlstufe betragen die Gesamtlagerverluste $P_{VL,ges} = 356{,}6\,\mathrm{W}$ ($23{,}7\,\%$ in Abbildung 47d). Entsprechend dem Ansatz in

Gleichung (4-71) auf S. 49 lassen sich die Einzellagerverluste zu $134{,}2\,\mathrm{W}$ (Lager 1), $114{,}6\,\mathrm{W}$ (Lager 2) bzw. $102{,}8\,\mathrm{W}$ (Lager 3) bestimmen. Die Lagernummerierung bzw. -zuordnung erfolgt in Analogie zu Abbildung 26 auf S. 59.

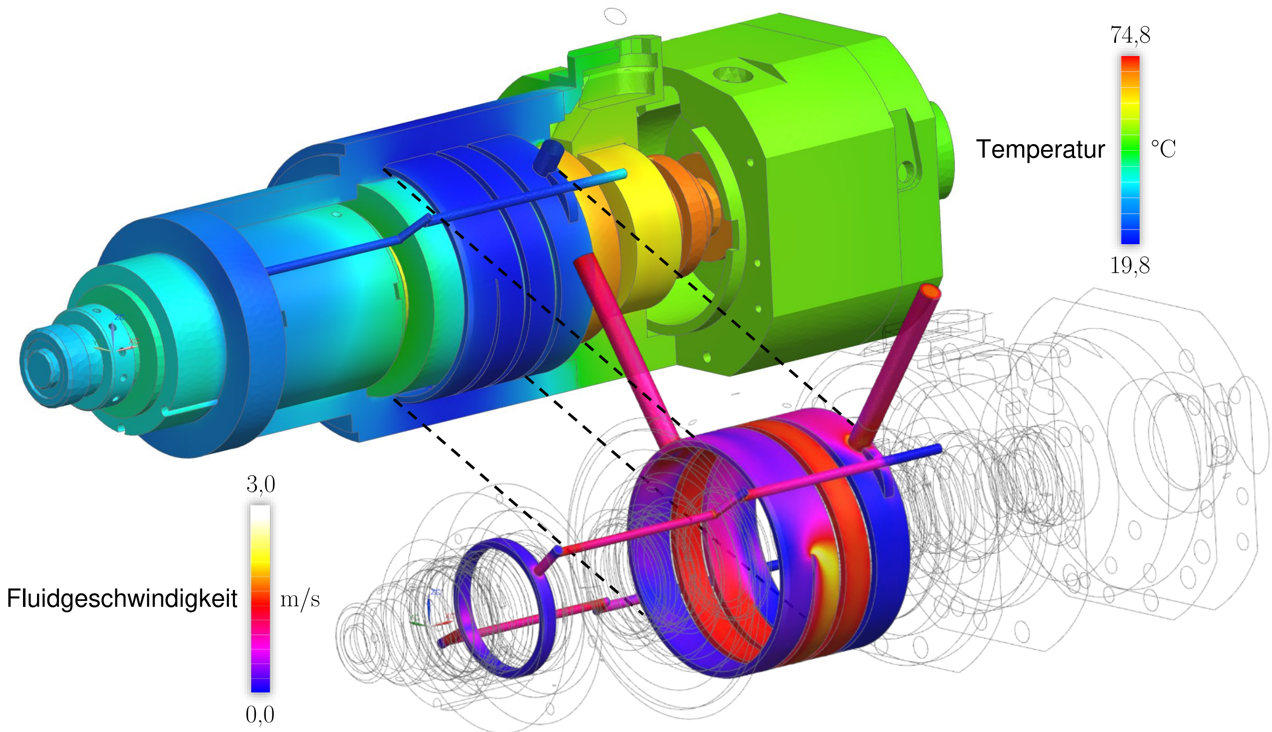
8.1.3 Modellabgleich der Motorspindel

Nachfolgende Abbildung 48 zeigt die Ergebnisse des Simulationsmodells der Motorspindel im thermischen Gleichgewicht bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$. Die Spindel wird im Leerlauf betrachtet. In Abbildung 48a wird das Temperaturfeld der Motorspindel und die Geschwindigkeit des Kühlmediums visualisiert. Die darunter dargestellte Abbildung 48b zeigt das Validierungskonzept bzw. den Abgleich mit den Temperaturen des Versuchsträgers auf dem Prüfstand.

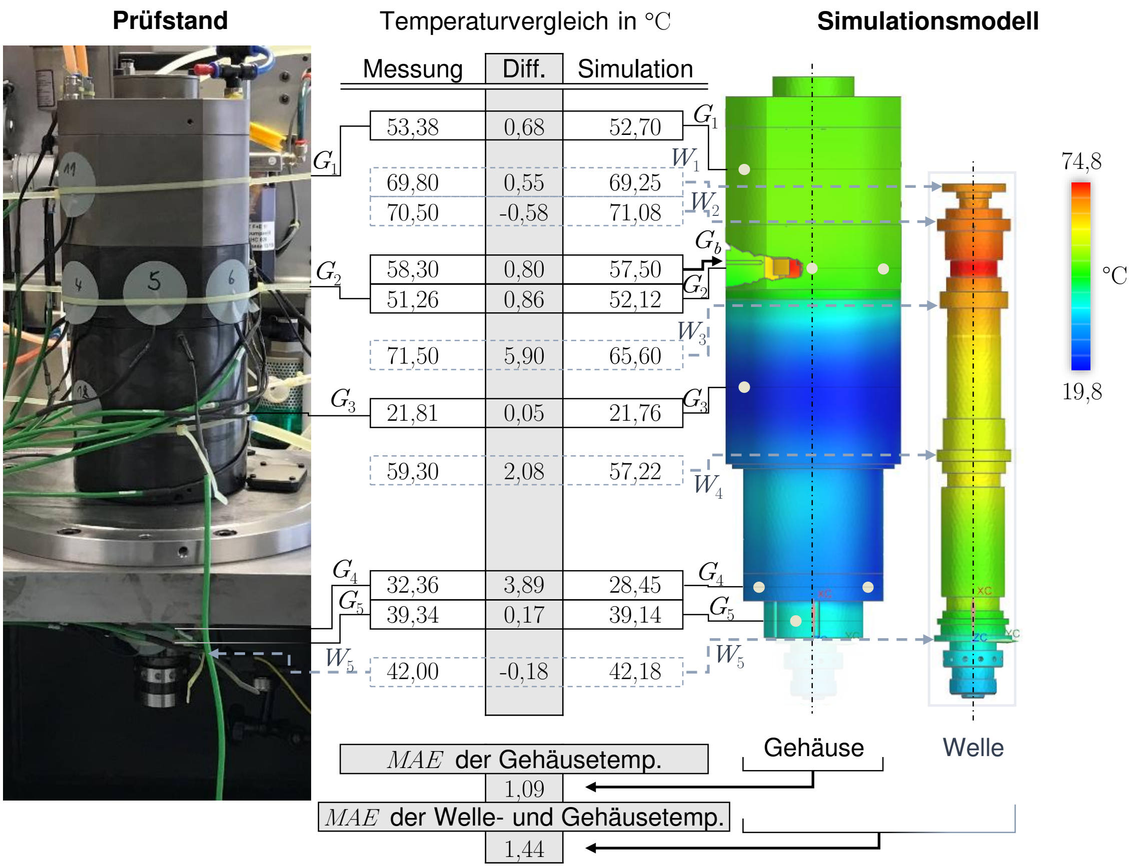
Abbildung 48a zeigt, wie signifikant der Flüssigkeitskühlkreislauf als CFD-Simulation das Temperaturfeld der Motorspindel beeinflusst. Primär wird dadurch der Bereich des Stators durch die spiralförmige Fluiddomäne gekühlt. Ein zur Statorkühlhülse parallel verlaufender Kanal kühlt zusätzlich das Festlager (Lager 1). Konstruktionsbedingt bleibt damit der vordere Teil des Spindelgehäuses zumeist unter $40\,°\mathrm{C}$. Der hintere Teil der Spindel wird nicht aktiv gekühlt. Obgleich dort nur Luft- und Lagerreibung (Lager 3) vorliegen, entstehen dort die höchsten Temperaturen. Die Gehäusetemperatur beträgt im hinteren Teil über $50\,°\mathrm{C}$ an der Oberfläche. Am Lager 3 liegen wellenseitig im Leerlauf bereits $74{,}8\,°\mathrm{C}$ an.

In der tabellarischen Betrachtung von Abbildung 48b sind links die Sensorwerte des Prüfstandes verdeutlicht. Insgesamt wurden die Temperaturen mit 21 Pt100 Sensoren aufgenommen. Die Messung wurde fünf mal wiederholt, um die Vertrauenswürdigkeit der Messergebnisse sicherzustellen. Die in der Abbildung dargelegten Werte sind arithmetische Mittelwerte der Einzelmessungen. Die Sensoren wurden größtenteils auf die Oberfläche der Motorspindel appliziert. Das Anbringen an das Gehäuse erfolgte an fünf axialen Messpositionen ($G_1 ... G_5$), die in Abbildung 48b entsprechend visualisiert sind. Die Oberflächentemperaturen variieren in tangentialer Richtung an einzelnen axialen Messpositionen signifikant. Diese Beobachtung kann auf die internen Bohrungskanäle (Sperrluft, Lagerkühlung etc.) und die asymmetrische Fluidkühlung zurückgeführt werden. Je nach Komplexität des lokalen Temperaturfeldes, wurde eine variierende Anzahl von Sensoren an den axialen Messpositionen angebracht. An Messposition G_1 beispielsweise wurden zwei Sensoren ($180°$ versetzt zueinander) angebracht, von denen einer in der Abbildung ersichtlich ist. Die Messwerte jeder axialen Messposition werden gemittelt in der linken Spalte der tabellarischen Darstellung ausgewiesen. Am Simulationsmodell werden die Temperaturen an den identischen Positionen erfasst. Deren Mittelwerte sind in der rechten Spalte der tabellarischen Darstellung dargelegt. Zusätzlich zu den Oberflächenbetrachtungen ist noch ein Temperatursensor in einer Bohrung am Lager 3 (G_b) Teil der Vergleichsanalyse.

Darüber hinaus wurde auch die Temperatur der Welle an fünf axialen Messpositionen erfasst ($W_1 ... W_5$). Da das Temperaturfeld der Welle thermosymmetrisch ausgeprägt ist, ist die tangentiale Position der Messungen nicht relevant (vgl. Unterabschnitt 4.4 ab S. 55). Die Messwerte sind dennoch weniger wiederholgenau, da die Wellentemperaturen gegenüber den Gehäusetemperaturen *nicht* im Betrieb messtechnisch erfasst werden können. Die Motorspindel muss stets gestoppt werden, um die Wellentemperatur mit einem Taster ablesen zu können. Dadurch entstehen immer Verzögerungen bzw. zusätzliche Messunsicherheiten.



(a) Betrachtung des Temperaturfeldes und der Fluidgeschwindigkeit der Motorspindel.



(b) Vergleichsbetrachtung der Temperaturen des Prüfstandes und des Simulationsmodells.

Abb. 48: Darstellung der Simulationsergebnisse (48a) und des Validierungskonzeptes (48b) im thermischen Gleichgewicht bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$, Modelldarstellungen (48a, 48b) und Bild (48b, links) mit freundlicher Genehmigung der Innomotics GmbH.

Generell erhöht die wellenseitige Temperaturerfassung dennoch die Validität der Vergleichsbetrachtung, obgleich die Messungen als weniger vertrauenswürdig betrachtet werden müssen. Die Differenz der Mess- und Simulationsergebnisse wird in der mittleren Spalte der tabellarischen Betrachtung in Abbildung 48b ausgewiesen. Das Gehäuse weist nur an der Stelle G_4 eine Temperaturabweichung $> 1\,°\mathrm{C}$ auf. Das kann damit begründet werden, dass die Temperaturdifferenzen in tangentialer Richtung in diesem Bereich äußerst hoch sind. Nur geringfügig versetzte Temperatursensoren führen dort zu Temperaturabweichungen von $> 5\,°\mathrm{C}$. Messfehler durch geringfügig versetzte Temperatursensoren sind deshalb an dieser Stelle äußerst wahrscheinlich.

Seitens der Welle stellt die Temperatur an der Position W_3 den größten Ausreißer dar. Die Wellentemperaturmessung ist durch die weiter oben beschriebene Messung im Stillstand immer mit signifikanten Unsicherheiten behaftet. Das ist insbesondere an den Positionen W_3 und W_4 problematisch, die nur durch Bohrungen im Gehäuse erreicht werden können. Die Messwerte der fünf Einzelmessungen wiesen hier, insbesondere gegenüber den Gehäusemessungen, einen größeren Streubereich auf. Weiterhin ist die Luftströmung im Bereich W_3 äußerst komplex. Wie in Abbildung 26 auf S. 59 ersichtlich, geht hier der große Welle-Gehäuse-Abstand des Motorinnenraumes in den wesentlich schmaleren Bereich von Lager 3 über. Außerdem liegen die Anschlüsse des Elektromotors in diesem Bereich, was zu zusätzlichen Verwirbelungen der Luft führt. Die idealisierten analytischen Betrachtungen des Wärmeüberganges über den Luftspalt (Unterabschnitt 4.1.2 ab S. 28) können die real vorliegende Strömungskomplexität in diesem Bereich nicht hinreichend genau abbilden.

Zuletzt werden die nach Gleichung (8-1) auf S. 102 berechneten mittleren absoluten Temperaturabweichungen am unteren Ende der tabellarischen Darstellung visualisiert. Werden nur die vertrauenswürdigeren Gehäusetemperaturen betrachtet, ergibt sich eine mittlere absolute Temperaturabweichung von $1{,}09\,°\mathrm{C}$. Wird die Datengrundlage um die Wellentemperatur erweitert, errechnet sich eine mittlere Temperaturabweichung von $1{,}44\,°\mathrm{C}$. Durch die im Rahmen der vorliegenden Arbeit dargelegten innovativen Neuerungen bei der Quantifizierung der Randbedingungen (Kapitel 4 ab S. 27), konnte der MAE der Gehäusetemperaturen gegenüber einer früheren Arbeit des Autors [KOC23, S. 256] um $22{,}7\,\%$ gesenkt werden.

8.2 Ansatz zur Quantifizierung thermoasymmetrischer Temperaturfelder

Da die in Kapitel 6 eingeführte Methode zur Quantifizierung thermischer Asymmetrie im Rahmen der vorliegenden Arbeit erstmals vorgestellt wurde, muss zunächst deren generelle Gültigkeit nachgewiesen werden. Dahingehend wird in Unterabschnitt 8.2.1 das Prinzip anhand einfacher, zweidimensionaler Scheibenbetrachtungen erläutert. Die praktische Verwertbarkeit des Ansatzes wird dadurch ersichtlich, dass ein Zusammenhang zwischen thermischer Asymmetrie und Radialverlagerung simulativ (Unterabschnitt 8.2.2) und messtechnisch (Unterabschnitt 8.2.3) nachgewiesen wird. Zuletzt wird der Ansatz in Unterabschnitt 8.2.4 auf Motorspindeln angewandt und die damit erreichte Präzisionsverbesserung dargelegt.

8.2.1 Einfache Scheibenbetrachtung

Das Prinzip der Thermoasymmetriequantifizierung soll zunächst auf Basis der Betrachtung einer zweidimensionalen Scheibe $d_{(z)}$ in Z-Richtung (vgl. Abbildung 33b auf S. 70) erläutert werden. Die untersuchte Scheibe ist in Abbildung 49 dargestellt. Sie wird in 36 Volumenelemente V_i mit identischer Kantenlänge von jeweils $10\,\mathrm{mm}$ unterteilt. Maßgebend ist weiterhin die Position des Koordinatensystems, das in dieser Betrachtung in das linke untere Eck der Scheibe positioniert wird. Die Diskretisierung der Scheibe ist damit abgeschlossen (vgl. Unterabschnitt 6.1 ab S. 69).

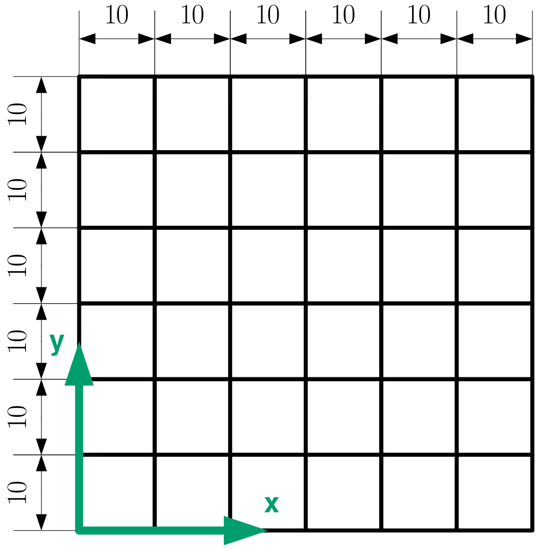


Abb. 49: Position des Koordinatensystems und die Abmaße in mm der in Abbildung 50 betrachteten Scheibe.

Für die in Abbildung 49 dargestellte Scheibe werden nun anhand von Abbildung 50 sechs Temperaturfeldausprägungen diskutiert. Für jedes Temperaturfeld wird sowohl der geometrische Schwerpunkt ($x^{[g]}_{d(z)}$, $y^{[g]}_{d(z)}$) nach den Gleichungen (6-8) – (6-9) auf S. 73 als auch der thermische Schwerpunkt ($x^{[t]}_{d(z)}$, $y^{[t]}_{d(z)}$) nach den Gleichungen (6-25) – (6-26) auf S. 77 in den tabellarischen Betrachtungen darunter berechnet. Darauf aufbauend wird die thermische Asymmetrie ($\vec{t}_{x,d(z)}$, $\vec{t}_{y,d(z)}$) jeder Scheibe nach den Gleichungen (6-32) – (6-33) auf S. 78 berechnet. Die Ausgangsbetrachtung in Abbildung 50a zeigt ein vollkommen symmetrisches Temperaturfeld. Dementsprechend berechnet sich die thermische Asymmetrie hier jeweils zu $0\,\mathrm{mm}$.

In Abbildung 50b wird die Temperatur eines Volumenelementes von $50\,°\mathrm{C}$ auf $55\,°\mathrm{C}$ erhöht, um den Effekt einer asymmetrisch angeordneten Wärmequelle zu simulieren. Die Position des thermischen Schwerpunktes verändert sich dementsprechend. In beiden Richtungen entsteht eine thermische Asymmetrie von $0{,}01\,\mathrm{mm}$. Die thermische Asymmetrie in X-Richtung $\vec{t}_{x,d(z)}$ ist, der Definition des Koordinatensystems in Abbildung 49 entsprechend, negativ ausgeprägt. In Abbildung 50c wird der Scheibe eine weitere identische Wärmequelle hinzugefügt. Dadurch kann die thermische Asymmetrie $\vec{t}_{y,d(z)}$ und die damit auch immer einhergehende Radialverlagerung in Y-Richtung auf $0\,\mathrm{mm}$ reduziert werden. Gleichwohl steigt durch diesen Ansatz die thermische Asymmetrie in X-Richtung $\vec{t}_{x,d(z)}$ auf $-0{,}03\,\mathrm{mm}$ und die damit einhergehende Radialverlagerung in X-Richtung.

50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50

geometrischer Schwerpunkt	thermischer Schwerpunkt	**thermische Asymmetrie**
$x^{[g]}_{d(z)} = 30,00$	$x^{[t]}_{d(z)} = 30,00$	$\vec{t}_{x,d(z)} = 0,00$
$y^{[g]}_{d(z)} = 30,00$	$y^{[t]}_{d(z)} = 30,00$	$\vec{t}_{y,d(z)} = 0,00$

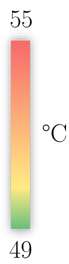
(a) Thermosymmetrisches Temperaturfeld.

50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50
50	50	55	50	50	50
50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50

geometrischer Schwerpunkt	thermischer Schwerpunkt	**thermische Asymmetrie**
$x^{[g]}_{d(z)} = 30,00$	$x^{[t]}_{d(z)} = 29,99$	$\vec{t}_{x,d(z)} = -0,01$
$y^{[g]}_{d(z)} = 30,00$	$y^{[t]}_{d(z)} = 30,01$	$\vec{t}_{y,d(z)} = 0,01$

(b) Thermoasymmetrisches Temperaturfeld.

50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50
50	50	55	50	50	50
50	50	55	50	50	50
50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50



50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50
49	50	55	50	50	50
49	50	55	50	50	50
50	50	50	50	50	50
50	50	50	50	50	50

geometrischer Schwerpunkt	thermischer Schwerpunkt	**thermische Asymmetrie**
$x^{[g]}_{d(z)} = 30,00$	$x^{[t]}_{d(z)} = 29,97$	$\vec{t}_{x,d(z)} = -0,03$
$y^{[g]}_{d(z)} = 30,00$	$y^{[t]}_{d(z)} = 30,00$	$\vec{t}_{y,d(z)} = 0,00$

(c) Modif. thermoasymmetrisches Temperaturfeld.

geometrischer Schwerpunkt	thermischer Schwerpunkt	**thermische Asymmetrie**
$x^{[g]}_{d(z)} = 30,00$	$x^{[t]}_{d(z)} = 30,00$	$\vec{t}_{x,d(z)} = 0,00$
$y^{[g]}_{d(z)} = 30,00$	$y^{[t]}_{d(z)} = 30,00$	$\vec{t}_{y,d(z)} = 0,00$

(d) Thermosymmetrie durch erzw. Konvektion.

50	50	50			
50	50	50	50	50	
50	50	55	50	50	50
50	50	55	50	50	50
50	50	50	50	50	
50	50	50			

49,7	49,8	49,8	50	50	50
49,8	49,9	49,9	50	50	50
49,8	49,9	55	50	50	50
49,8	49,9	55	50	50	50
49,8	49,9	49,9	50	50	50
49,7	49,8	49,8	50	50	50

geometrischer Schwerpunkt	thermischer Schwerpunkt	**thermische Asymmetrie**
$x^{[g]}_{d(z)} = 25,00$	$x^{[t]}_{d(z)} = 25,00$	$\vec{t}_{x,d(z)} = 0,00$
$y^{[g]}_{d(z)} = 30,00$	$y^{[t]}_{d(z)} = 30,00$	$\vec{t}_{y,d(z)} = 0,00$

(e) Symmetrie durch Konstruktionsoptimierung.

geometrischer Schwerpunkt	thermischer Schwerpunkt	**thermische Asymmetrie**
$x^{[g]}_{d(z)} = 30,00$	$x^{[t]}_{d(z)} = 30,00$	$\vec{t}_{x,d(z)} = 0,00$
$y^{[g]}_{d(z)} = 30,00$	$y^{[t]}_{d(z)} = 30,00$	$\vec{t}_{y,d(z)} = 0,00$

(f) Thermosymmetrie durch freie Konvektion.

Abb. 50: Betrachtung der thermischen Asymmetrie $\vec{t}_{x,d(z)}$ einer Scheibe $d_{(z)}$. Die Temperatur der Volumenelemente wird in $°\mathrm{C}$ und alle Schwerpunkte bzw. die thermische Asymmetrie in mm angegeben. Koordinatensystemposition und Abmaße der Scheibe können Abbildung 49 entnommen werden.

Ein praktikables Konzept des *thermischen Auswuchtens* wird in Abbildung 50d dargelegt. Durch zusätzliche Kühlkanäle nahe der Oberfläche, die in der Betrachtung anhand zweier Volumenelemente mit $49\,°\mathrm{C}$ visualisiert werden, kann die thermische Asymmetrie in beiden Raumrichtungen auf $0\,\mathrm{mm}$ reduziert werden. Der ausgleichende Effekt der Kühlung steigt mit dem Abstand des Kühlkanales zum geometrischen Schwerpunkt. Die Kühlkanalauslegung (Volumenstrom und Position) kann ausschließlich auf Basis der Zielgröße $\vec{t}_{x,d(z)} \rightarrow 0\,\mathrm{mm}$ erfolgen. Dieses Konzept wird im nachfolgenden Unterabschnitt 8.2.2 anhand simulativer Betrachtungen näher untersucht.

Ein alternatives Konzept zur Wiederherstellung thermischer Symmetrie wird in Abbildung 50e dargestellt. Ist das Temperaturfeld der betrachteten Geometrie nicht modifizierbar, wäre auch das Anpassen der Position des geometrischen Schwerpunktes denkbar. Thermische Symmetrie wird *immer* dann erreicht, wenn die Schwerpunkte überlagert werden. Als weitere Alternative wird in Abbildung 50f die einseitige Erhöhung der Konvektion an der Oberfläche, z. B. durch Kühlrippen, dargestellt. Die Temperaturen der Volumenelemente sinken entsprechend geringfügig. Da eine größere Anzahl Volumenelemente betroffen ist, kann der thermoasymmetrieinduzierende Effekt der Wärmequellen ausgeglichen werden.

8.2.2 Simulativer Nachweis des Zusammenhanges zwischen thermischer Asymmetrie und Radialverlagerung

Das Quantifizieren der thermischen Asymmetrie komplexerer Bauteile erfordert eine automatisierte Herangehensweise. Dahingehend wurde die Auswertungssoftware *TherQuan* für die vorliegende Arbeit entwickelt. Als Eingangsdaten werden der Software die Ergebnisse von FE-Simulationen übergeben. Diese Daten müssen die Raumkoordinaten und Temperaturen der Knotenpunkte enthalten. Der Knotendichte entsprechend, wird zunächst ein Diskretisierungsprozess durchgeführt (vgl. Abschnitt 6.1 ab S. 69). Darauf aufbauend erfolgt die geometrische und thermische Schwerpunktbestimmung. Die Software ermöglicht dabei sowohl das Quantifizieren der Thermoasymmetrien entlang der einzelnen Achsen (Abschnitt 6.2 ab S. 71) als auch die dreidimensionale Berechnung (Abschnitt 6.3 ab S. 81).

Anhand der Software sollen nun beispielhafte Betrachtungen von Simulationsergebnissen verschiedener Probekörper durchgeführt werden, mit dem Ziel, den Zusammenhang zwischen Thermoasymmetrie und Radial- bzw. Winkelverlagerung nachweisen zu können. Alle Simulationsmodelle der Probekörper sind vergleichbar aufgebaut. Beispielhaft ist in Abbildung 51 der erste untersuchte Probekörper dargestellt. Der Probekörper ist in Anlehnung an Motorspindeln zylinderförmig ausgeprägt und weist dabei eine Länge von $500\,\mathrm{mm}$ bzw. einen Durchmesser von $100\,\mathrm{mm}$ auf. Er wird am rechten Ende fest eingespannt. Das thermomechanische Simulationsmodell wird dann mit dem jeweiligen Temperaturfeld beaufschlagt, welches durch eine vorgeschaltete thermische FE-Simulation ermittelt wurde. Zur Anbringung der thermischen Randbedingungen weist der Probekörper Bohrungen auf, um an definierten Positionen Wärmequellen und -senken variieren zu können.

Das so erstellte Simulationsmodell stellt demnach einen thermomechanischen Biegebalken dar, mit dem der Zusammenhang von Thermoasymmetrie und Durchbiegung (Radialverlagerung) untersucht werden kann. Die Simulationsergebnisse von Radial- und Winkelverlagerung werden an einer Zwischenebene erfasst, um weniger thermische Dehnungseffekte miteinzubeziehen.

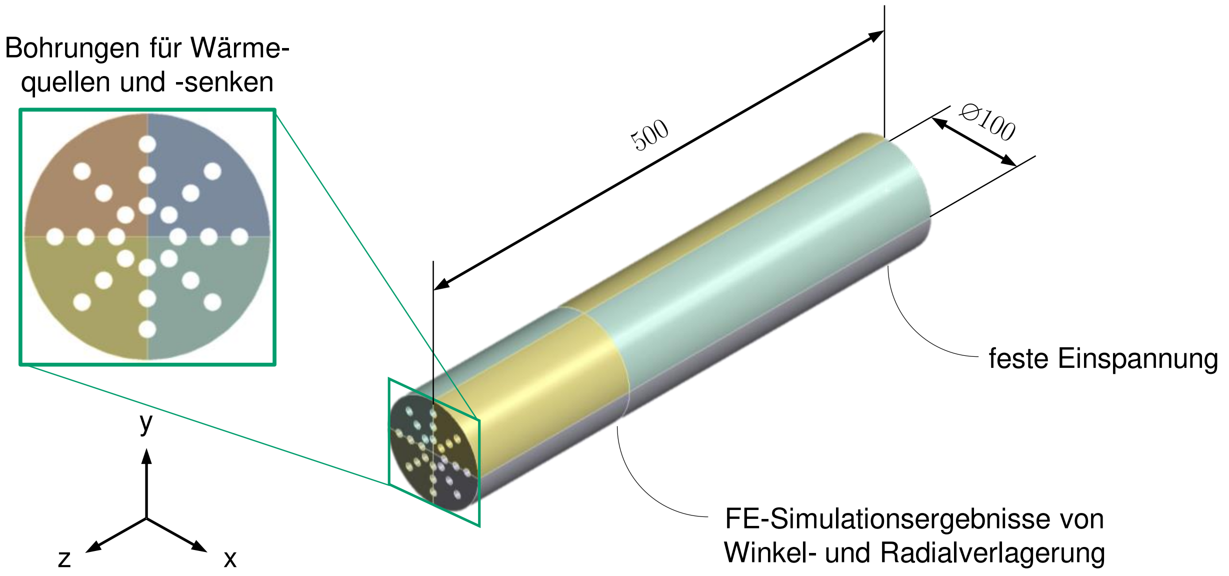


Abb. 51: Exemplarische Betrachtung des thermomechanischen FE-Simulationsmodells eines zylinderförmigen Probekörpers (Angabe der Abmaße in mm).

Wie in Abbildung 52 (oben) dargelegt, wird das Simulationsmodell immer mit einer identischen Wärmequelle, die hier mit konstant $50\,°C$ simuliert wird, beaufschlagt. Die Wärmesenke im Bohrungskanal darüber mit $< 50\,°C$ wird so lange variiert, bis die Kennlinie $0\,mm$ Verlagerung unterschreitet. Jeder Punkt der Kennlinie stellt demnach ein separates Simulationsergebnis dar. Drei der so ermittelten Temperaturfelder sind oberhalb der Abbildung visualisiert.

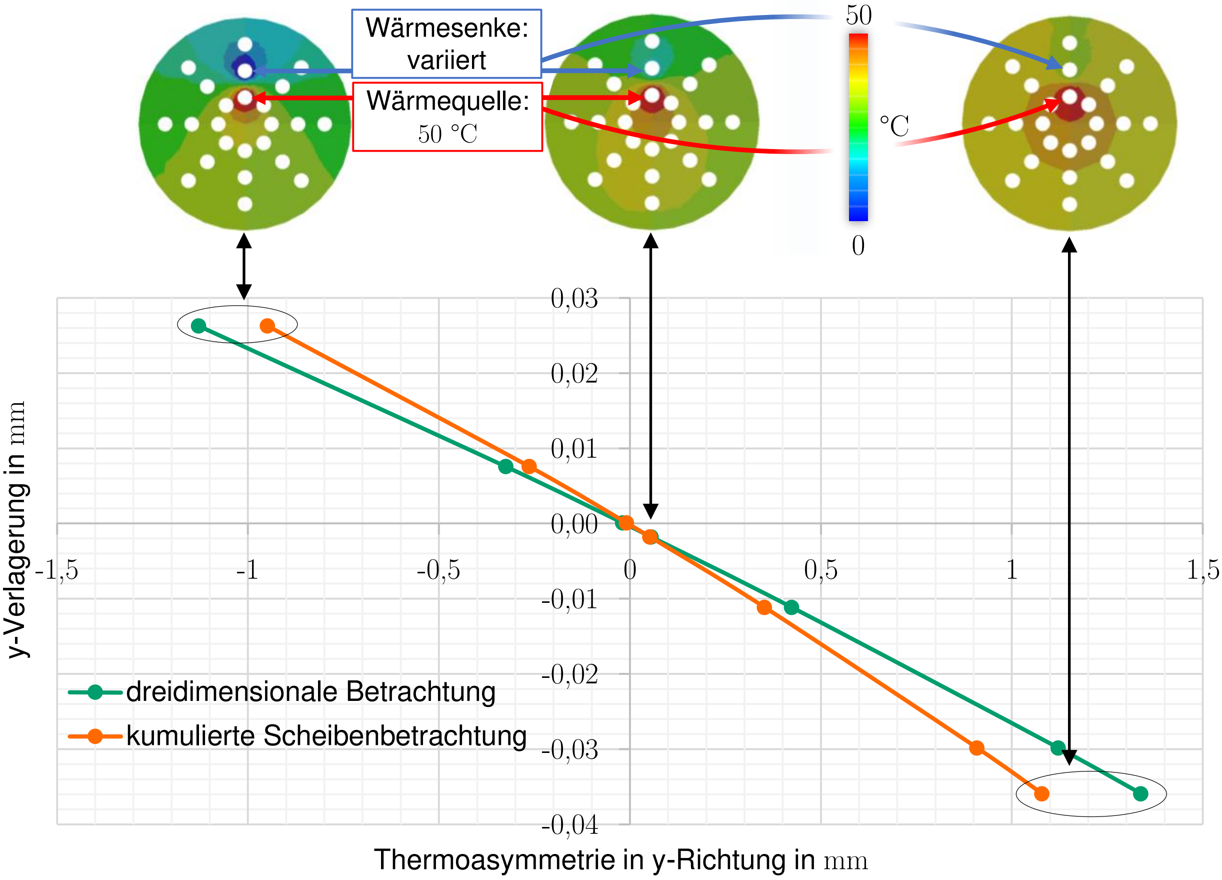


Abb. 52: Betrachtung des Zusammenhanges von thermischer Asymmetrie und Radialverlagerung (zylinderförmiger Probekörper, Untersuchung 1).

In Abbildung 52 wurde die thermische Asymmetrie über die einzelnen Scheiben kumuliert $\vec{t}_{y,d(z)}$ (Gleichung 6-39 auf S. 79) und dreidimensional $\vec{t}_y$ (Gleichung 6-63 auf S. 85) betrachtet. Beide Kenngrößen weisen einen vergleichbaren Verlauf auf, obgleich der dreidimensional ermittelte Term generell zu bevorzugen ist, da unterschiedlich große Scheiben so nicht gemittelt, sondern korrekt verrechnet werden. Dieser Umstand ist hier jedoch nicht relevant, da der betrachtete Körper, entlang der Z-Achse, Scheiben $d_{(z)}$ mit identischer Größe bzw. Volumenelementanzahl aufweist. Die Darstellung zeigt weiterhin, dass die thermische Asymmetrie an der gleichen Stelle $0\,\mathrm{mm}$ unterschreitet. Dieser Umstand impliziert das Vorhandensein eines *Kausalzusammenhanges* zwischen der Rechengröße der thermischen Asymmetrie und der Radialverlagerung.

In Abbildung 53 wird zusätzlich der Zusammenhang zwischen der thermischen Asymmetrie und der Winkelverlagerung dargestellt. Generell zeigt sich ein vergleichbares Bild wie bei der Radialverlagerung in Abbildung 52. Die Graphen in Abbildung 53 sind geringfügig nach rechts verschoben. Das kann damit begründet werden, dass ein im Verhältnis zum Durchmesser betrachtet, relativ kurzer Zylinder untersucht wurde. Der Effekt der Wärmedehnung ist dadurch, insbesondere am jeweils höchsten und niedrigsten Punkt des Zylinders, mit dem die Winkelverlagerung berechnet wird, sichtbar. Das Mitaufnehmen der thermischen Dehnung kann durch das Betrachten längerer Probekörper relativiert bzw. durch schmalere Körper minimiert werden.

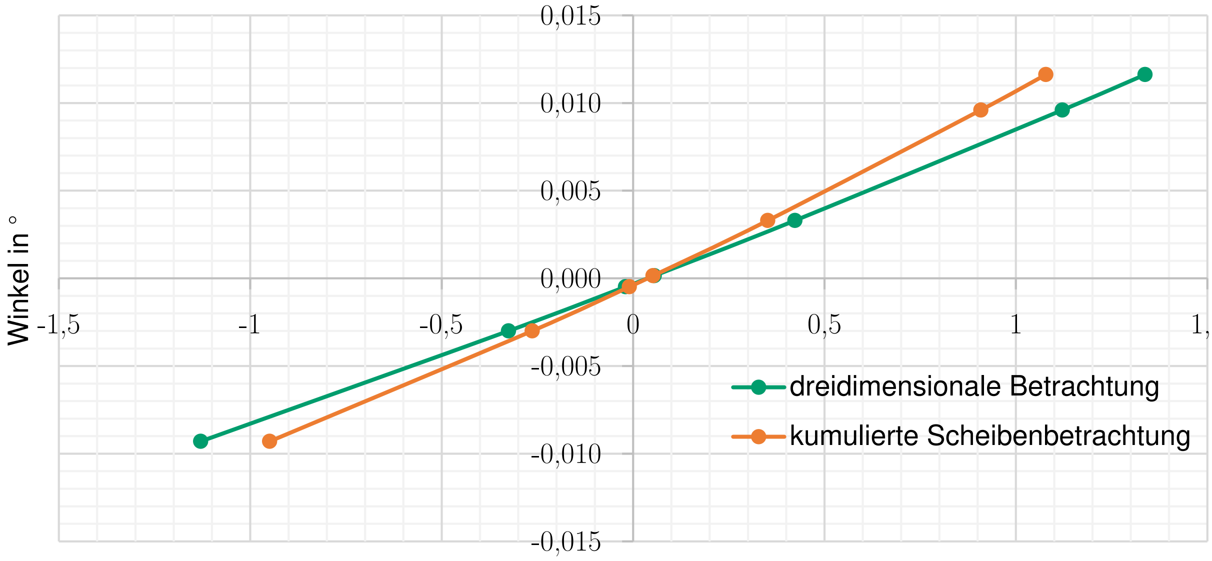


Abb. 53: Betrachtung des Zusammenhanges von thermischer Asymmetrie und Winkelverlagerung (zylinderförmiger Probekörper, Untersuchung 1).

Der gleiche Probekörper wird in Abbildung 54 mit modifizierten Randbedingungen untersucht. Nun werden die im $45°$ Winkel zur Untersuchung in Abbildung 52 versetzten Bohrungen mit Randbedingungen beaufschlagt. Die Wärmequelle wird weiterhin mit $50\,°\mathrm{C}$ fixiert betrachtet. Die Wärmesenke wird jetzt jedoch, durch Wärmeübergangskoeffizienten α in einem realitätsnahen Wertebereich zwischen 1.000 und $4.000\,\mathrm{W/(m^2\,K)}$, variiert simuliert. Für die Ermittlung der Wärmeübergangskoeffizienten von Rohrströmungen sei auf Unterabschnitt 4.2.4 ab S. 43 verwiesen.

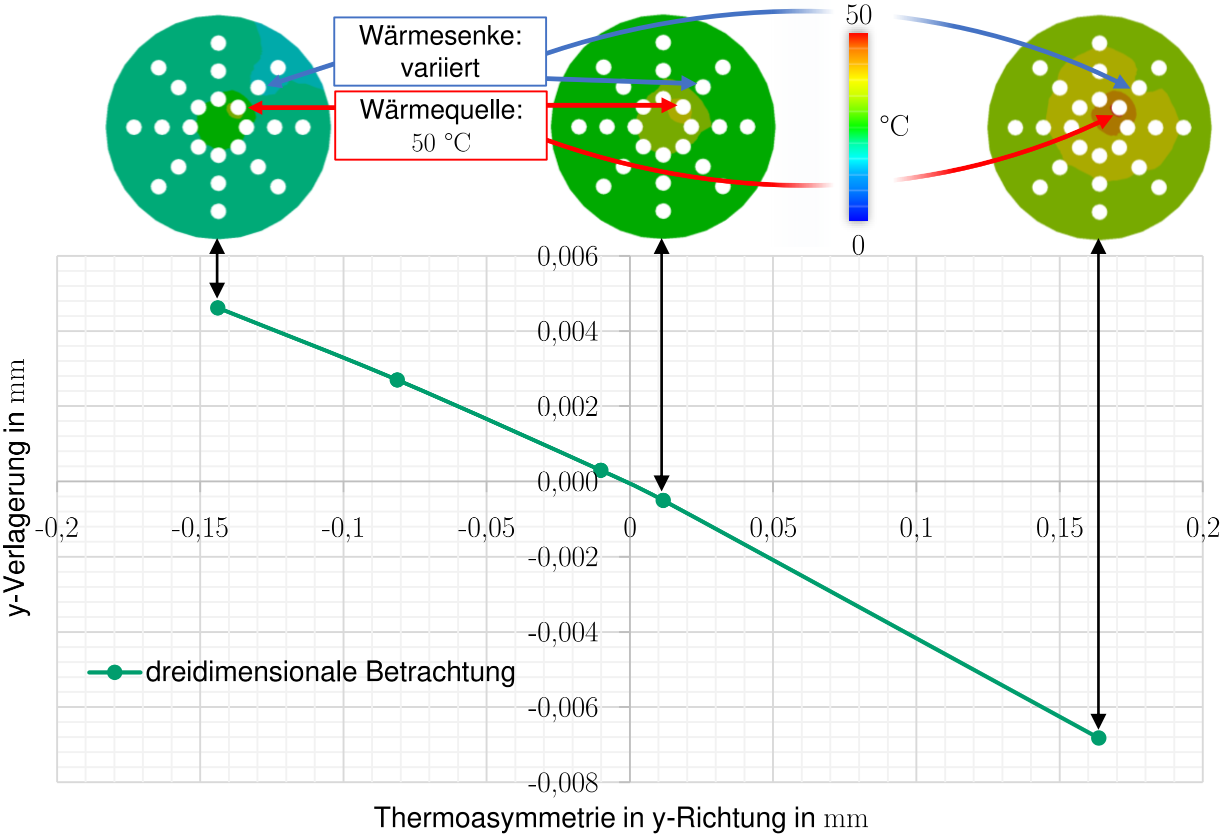


Abb. 54: Betrachtung des Zusammenhanges von thermischer Asymmetrie und Radialverlagerung (zylinderförmiger Probekörper, Untersuchung 2).

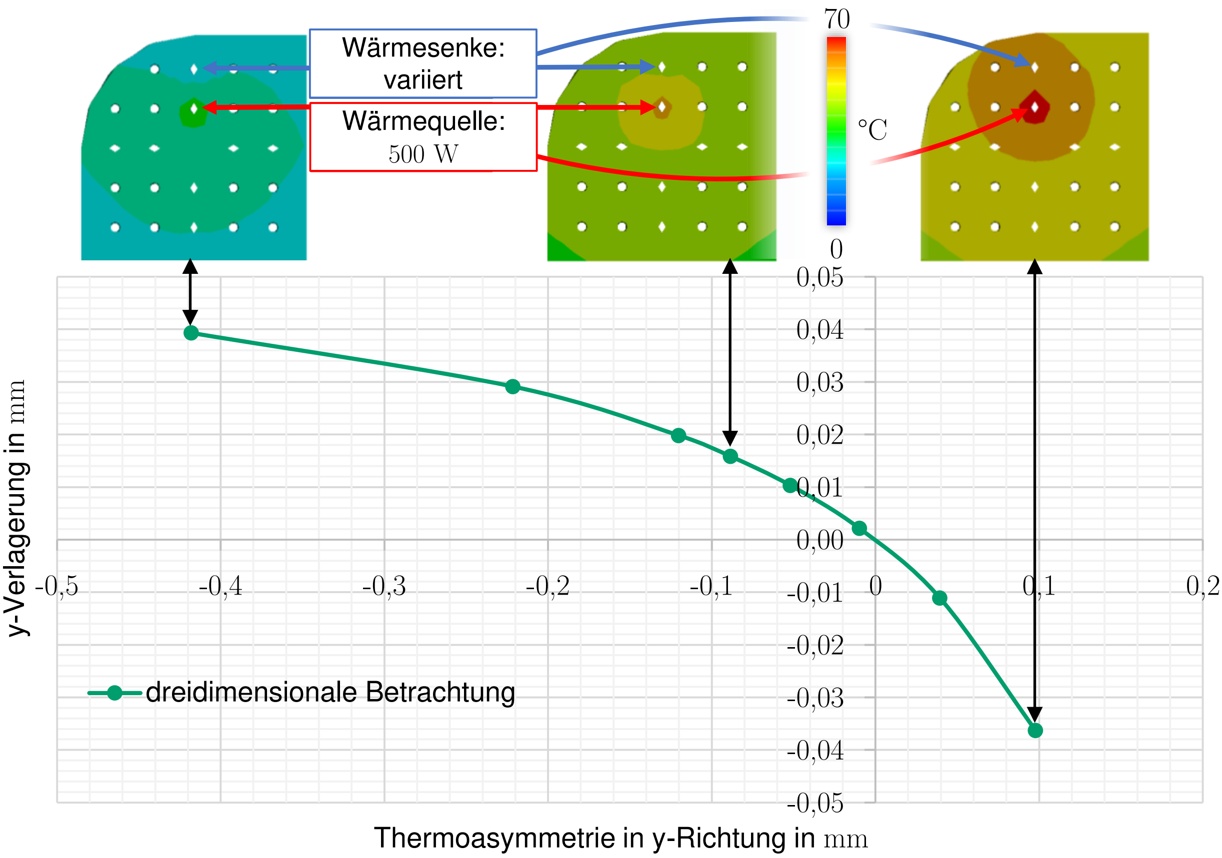


Abb. 55: Betrachtung des Zusammenhanges von thermischer Asymmetrie und Winkelverlagerung (asymmetrischer Probekörper, Untersuchung 3).

Aus der Untersuchung geht hervor, dass der Zusammenhang zwischen thermischer Asymmetrie $\vec{t}_y$ und Radialverlagerung in Y-Richtung auch bei diesen Randbedingungen nachgewiesen werden kann ($\vec{t}_y = 0\,\mathrm{mm} \Rightarrow \;\; y = 0\,\mathrm{mm}$). Entgegen der Darstellung in Abbildung 52 ist hier jedoch ein weniger linearer Verlauf zu beobachten.

Anhand von Vergleichssimulationen konnte die Nichtlinearität auf die realistischere Formulierung der Randbedingungen eingegrenzt werden. Dieser Umstand ist auch anhand anderer Geometrien sichtbar und soll abschließend anhand von Abbildung 55 diskutiert werden. Der darin betrachtete asymmetrische Probekörper ist $1.000\,\mathrm{mm}$ lang und $100\,\mathrm{mm}$ hoch bzw. breit. Er wird mit einer Wärmequelle in Höhe von $500\,\mathrm{W}$ beaufschlagt. Die Wärmesenke muss entsprechend angepasst werden und wird nun im Bereich von 100 bis $850\,\mathrm{W/(m^2\,K)}$ variiert. Die damit ermittelte Kennlinie zeigt einen noch nichtlineareren Verlauf. Gleichwohl bleibt auch hier der grundsätzliche Zusammenhang bestehen, dass das Vermeiden von thermischer Asymmetrie auch die Radialverlagerung verhindert ($\vec{t}_y = 0\,\mathrm{mm} \Rightarrow \;\; y = 0\,\mathrm{mm}$).

Diese Erkenntnis ist bedeutend, da dadurch mit relativ einfachen Auslegungsrechnungen, komplexe Bauteile thermosymmetrisch gestaltet werden können. Über die hier beschriebenen Zusammenhänge kann anhand von Simulationen oder Messungen (vgl. den nachfolgenden Unterabschnitt) der lineare bzw. nichtlineare Zusammenhang zwischen Volumenstrom des Kühlmediums ($\rightarrow$ Wärmeübergangskoeffizient α) und der Radialverlagerung festgehalten werden. Somit kann durch Anpassung des Volumenstromes die radiale Verlagerung, durch das Verschieben des Betriebspunktes der Kennlinie (Abbildung 52 – 55), mit wenig Auslegungsaufwand vermieden werden.

Die Ergebnisse dieses Unterabschnitts werden zusammenfassend in Tabelle 14 dargestellt. Darin wird der Pearson Korrelationskoeffizient r_{pear} nach Gleichung (8-2) aus thermischer Asymmetrie $\vec{t}_y$ und Y-Verlagerung y berechnet (vgl. Gleichung 7-1 auf S. 93). Betrachtet werden dabei die einzelnen Simulationsläufe $\mathcal{S}$ bzw. die damit berechneten thermischen Asymmetrien $\vec{t}_{y\mathcal{S}}$ und Verlagerungen $y_\mathcal{S}$ in Y-Richtung. $\bar{\vec{t}}_y$ und $\bar{y}$ sind in Gleichung (8-2) jeweils deren arithmetische Mittelwerte. Zur Ermittlung des Korrelationskoeffizienten der Winkelverlagerung wird die Gleichung in Analogie dazu parametriert.

Tab. 14: Korrelationsanalyse der thermischen Asymmetrie $\vec{t}_{y\mathcal{S}}$ mit der Verlagerung in Y-Richtung $y_\mathcal{S}$.

Untersuchung	r_{pear}	
	Winkelverlagerung	Radialverlagerung
1	$0,999$	$-0,999$
2	$0,997$	$-0,997$
3	$0,974$	$-0,973$
Mittelwert	$0,990$	$-0,990$

$$r_{pear} = \frac{\sum\limits_{\mathcal{S}} \left(\vec{t}_{y\mathcal{S}} - \bar{\vec{t}}_y\right) \cdot \left(y_\mathcal{S} - \bar{y}\right)}{\sqrt{\sum\limits_{\mathcal{S}} \left(\vec{t}_{y\mathcal{S}} - \bar{\vec{t}}_y\right)^2} \cdot \sqrt{\sum\limits_{\mathcal{S}} \left(y_\mathcal{S} - \bar{y}\right)^2}} \tag{8-2}$$

Tabelle 14 weist die Korrelationskoeffizienten der Analysen von Winkel- und Radialverlagerung separiert aus. Die Korrelationskoeffizienten $|r_{pear}|$ sind alle nahe 1. Die Ergebnisse implizieren demnach einen Kausalzusammenhang zwischen thermischer Asymmetrie und Radialverlagerung, der jedoch noch weiterer Untersuchungen bedarf.

8.2.3 Messtechnischer Nachweis des Zusammenhanges zwischen thermischer Asymmetrie und Radialverlagerung

Um den Zusammenhang zwischen thermischer Asymmetrie und radialer TCP-Verlagerung von Motorspindeln empirisch nachweisen zu können, muss die thermische Asymmetrie messtechnisch erfasst werden. Das im Rahmen von Unterabschnitt 8.1.3 auf S. 104 vorgestellte Messkonzept ist als Datengrundlage ungeeignet. Im Vergleich zu FE-Simulationsergebnissen sind wesentlich weniger Datenpunkte vorhanden (21 Temperatursensoren, fast ausschließlich an der Oberfläche) und deren Abstände zueinander sind uneinheitlich. Die im Rahmen von Kapitel 6 aufgestellten Gleichungen zur Thermoasymmetriequantifizierung können damit nicht gelöst werden.

Messtechnisch erfassbar ist hingegen die thermische Asymmetrie an der Oberfläche der Motorspindel an einzelnen Axialpositionen. Um bestimmen zu können, an welcher Axialposition eine derartige empirische Untersuchung sinnvoll erscheint, wurde zunächst eine Thermoasymmetrieanalyse des Temperaturfeldes des Gehäuses des Motorspindelsimulationsmodells durchgeführt (s. Abbildung 56).

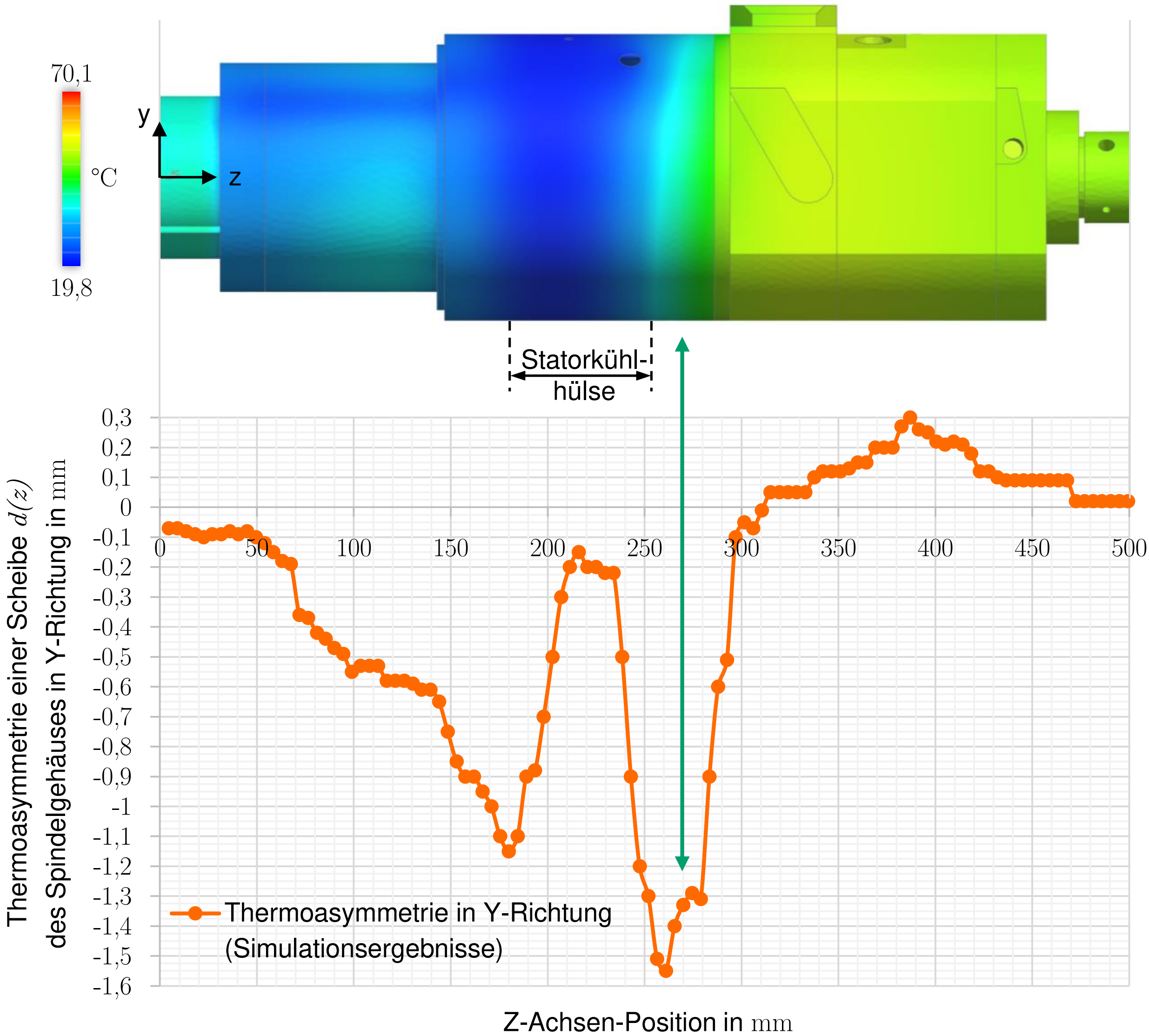


Abb. 56: Betrachtung der thermischen Asymmetrie in Y-Richtung $\vec{t}_{y,d(z)}$ von Scheiben $d_{(z)}$ entlang der Z-Achse anhand der Simulationsergebnisse des Gehäuses der Motorspindel bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$, Modelldarstellung mit freundlicher Genehmigung der Innomotics GmbH.

In Abbildung 56 wird der Verlauf der thermischen Asymmetrie in Y-Richtung $\vec{t}_{y,d(z)}$ von Scheiben $d_{(z)}$ entlang der Z-Achse betrachtet (vgl. Gleichung 6-33 auf S. 78). Die Maximaltemperaturen sind niedriger als in Abbildung 48a auf S. 105, da hier nur das Gehäuse der Spindel betrachtet wird. Diese Einschränkung ist auf die Erkenntnis zurückzuführen, dass das thermoasymmetrische Spindelgehäuse die radiale TCP-Verlagerung direkt verursacht (vgl. Kapitel 3 ab S. 23 und [KOC21b]). Der Verlauf der thermischen Asymmetrie in Abbildung 56 zeigt zwei Minima. Ein Minima befindet sich vor der Statorkühlung und ein weiteres hinter der Statorkühlung. Deren Position kann durch die Bohrungsnetzwerke der Lagerkühlung und die Totbereiche der Statorkühlung begründet werden (vgl. Abbildung 48a auf S. 105). Die thermische Asymmetrie müsste demnach am einfachsten im Bereich zwischen $250\,\mathrm{mm}$ und $280\,\mathrm{mm}$ an der Oberfläche auch messtechnisch erfassbar sein.

Dieser Erkenntnis folgend, wurden im betreffenden Teilbereich zwischen $250\,\mathrm{mm}$ und $280\,\mathrm{mm}$ Pt100 Temperatursensoren in identischen Abständen an der Spindel angebracht. Mit den Sensorwerten kann dann an dieser Stelle die thermische Asymmetrie in Y-Richtung $\vec{t}_{y,d(z)}$ einer Scheibe $d_{(z)}$ entlang der Z-Achse berechnet werden (Gleichung 6-33 auf S. 78). Wobei anstelle der mittleren Volumenelementtemperaturen $\bar{T}_i$ nun die Sensortemperaturen der einzelnen Messungen $T_{\mathscr{M}}$ in die Gleichung des thermischen Schwerpunktes einzusetzen sind. Der geometrische Schwerpunkt wird mit den Abständen zu den einzelnen Sensoren berechnet und bestimmt sich bei gleichmäßiger Sensorverteilung stets zu $0\,\mathrm{mm}$.

Die mit diesem Ansatz ermittelte thermische Asymmetrie in Y-Richtung kann nun entlang ganzer Messläufe berechnet werden. Ein Vergleich der thermischen Asymmetrie $\vec{t}_{y,d(z)}$ und der radialen TCP-Verlagerung in Y-Richtung kann Abbildung 57 entnommen werden. Dahingehend wurde ein Zyklus mit geringer Dynamik betrachtet, um etwaige Störeffekte, die nur auf die kinematisch induzierte Verlagerung zurückzuführen sind, gering zu halten. Die Motorspindel wird dazu $3\,\mathrm{h}$ mit $10.000\,\mathrm{min}^{-1}$, $3\,\mathrm{h}$ mit $20.000\,\mathrm{min}^{-1}$ und jeweils $4\,\mathrm{h}$ mit $30.000\,\mathrm{min}^{-1}$ bzw. $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$ betrieben.

Bei $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$ wird so eine thermische Asymmetrie von ca. $\vec{t}_{y,d(z)} = 1{,}75\,\mathrm{mm}$ ermittelt, die direkt mit den Ergebnissen der simulativen Analyse in Abbbilung 56 ($\vec{t}_{y,d(z)} = 1{,}55\,\mathrm{mm}$) verglichen werden kann. Die Ergebnisse weichen um $14{,}3\,\%$ voneinander ab, was auf die notwendigerweise differierende Datengrundlage (Oberflächenmessung) zurückzuführen ist. Die Betrachtung soll mit einer Korrelationsanalyse der ermittelten Thermoasymmetrien und der gemessenen TCP-Verlagerung nach Gleichung (8-2) auf S. 113 abgeschlossen werden. Wobei hier anstelle der Simulationsläufe $\mathscr{S}$ die Werte der einzelnen Messungen $\mathscr{M}$ einzusetzen sind (vgl. Gleichung 7-1 auf S. 93). Der so für den Zyklus in Abbildung 57 ermittelte Korrelationskoeffizient beträgt $r_{pear} = 0,92$.

Der Korrelationskoeffizient ist niedriger als jener der simulativen Analyse des vorherigen Unterabschnitts. Das kann damit begründet werden, dass empirisch niemals das gesamte Temperaturfeld als Datengrundlage erfasst bzw. für die Berechnung genutzt werden kann. Weiterhin ist das Temperaturfeld der Spindel in axialer Richtung (entlang der Z-Achse in Abbildung 56), entgegen der Probekörper im vorherigen Unterabschnitt, heterogen. Die Analyse wird dadurch erschwert, dass die thermischen Asymmetrien nahe des Prüfstandflansches einen stärkeren Einfluss auf die Radialverlagerung haben als jene im hinteren Teil der Spindel. Dennoch deutet ein Korrelationskoeffizient von $r_{pear} = 0,92$ auf einen starken Zusammenhang zwischen thermischer Asymmetrie und Radialverlagerung hin.

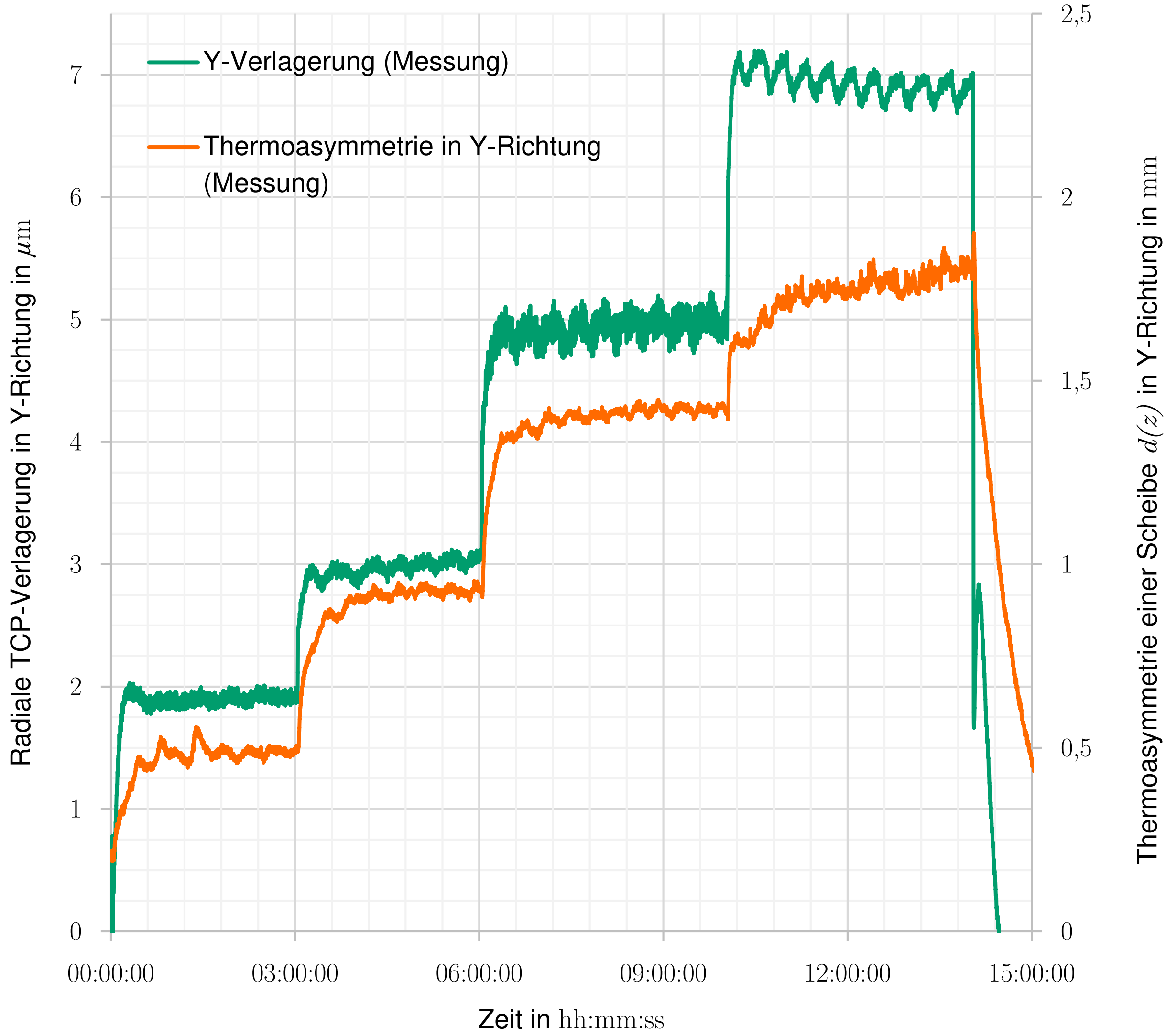


Abb. 57: Betrachtung des Verhaltens der thermischen Asymmetrie im Bereich hinter der Statorkühlung (Bereich zwischen $250\,\mathrm{mm}$ und $280\,\mathrm{mm}$ in Abbildung 56) und der Radialverlagerung der Motorspindel.

8.2.4 Reduktion der thermischen Asymmetrie und Radialverlagerung von Motorspindeln

Analysen wie jene in Abbildung 56 auf S. 114 ermöglichen, wie im vorherigen Unterabschnitt dargelegt, das Lokalisieren der Ursachen der TCP-Verlagerungen. Das darauf aufbauende Potential der Thermoasymmetriequantifizierung als Optimierungstool soll anhand von Motorspindeln dargestellt werden. Die thermische Asymmetrie und die damit einhergehende radiale TCP-Verlagerung wird durch das Fluidkühlsystem im Motorspindelgehäuse verursacht (Kapitel 3 ab S. 23). Wird das so ermittelte Temperaturfeld, der im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten thermischen FE-Modelle (mit CFD-Kopplung), an ein thermomechanisches FE-Modell der Spindel übertragen, kann dessen TCP-Verlagerung ermittelt werden. Als mechanische Randbedingungen müssen dahingehend nur die Lager- und Buchsensitzsteifigkeiten definiert werden. Das erarbeitete Modell wurde in einer früheren Arbeit des Autors vorgestellt [KOC21b, S. 4616 – 4617].

Abbildung 58 zeigt darauf aufbauend eine Analyse der radialen TCP-Verlagerung und der radialen thermischen Asymmetrie unterschiedlicher Fluiddomänen. Da die radiale TCP-Verlagerung in X- und Y-Richtung gemessen wird, muss in Analogie dazu der Betrag des Thermoasymmetrievektors $|\vec{t}_{d(z)}|$ nach Gleichung (6-47) auf S. 81 betrachtet werden, der die thermischen Asymmetrien beider Richtungen $(t_{x,d(z)}, t_{y,d(z)})$ beinhaltet. Der Betrag des radialen Thermoasymmetrievektors $|\vec{t}_{d(z)}|$ wurde dahingehend für unterschiedliche Fluiddomänen ermittelt, um ihn mit der radialen TCP-Verlagerung vergleichen zu können.

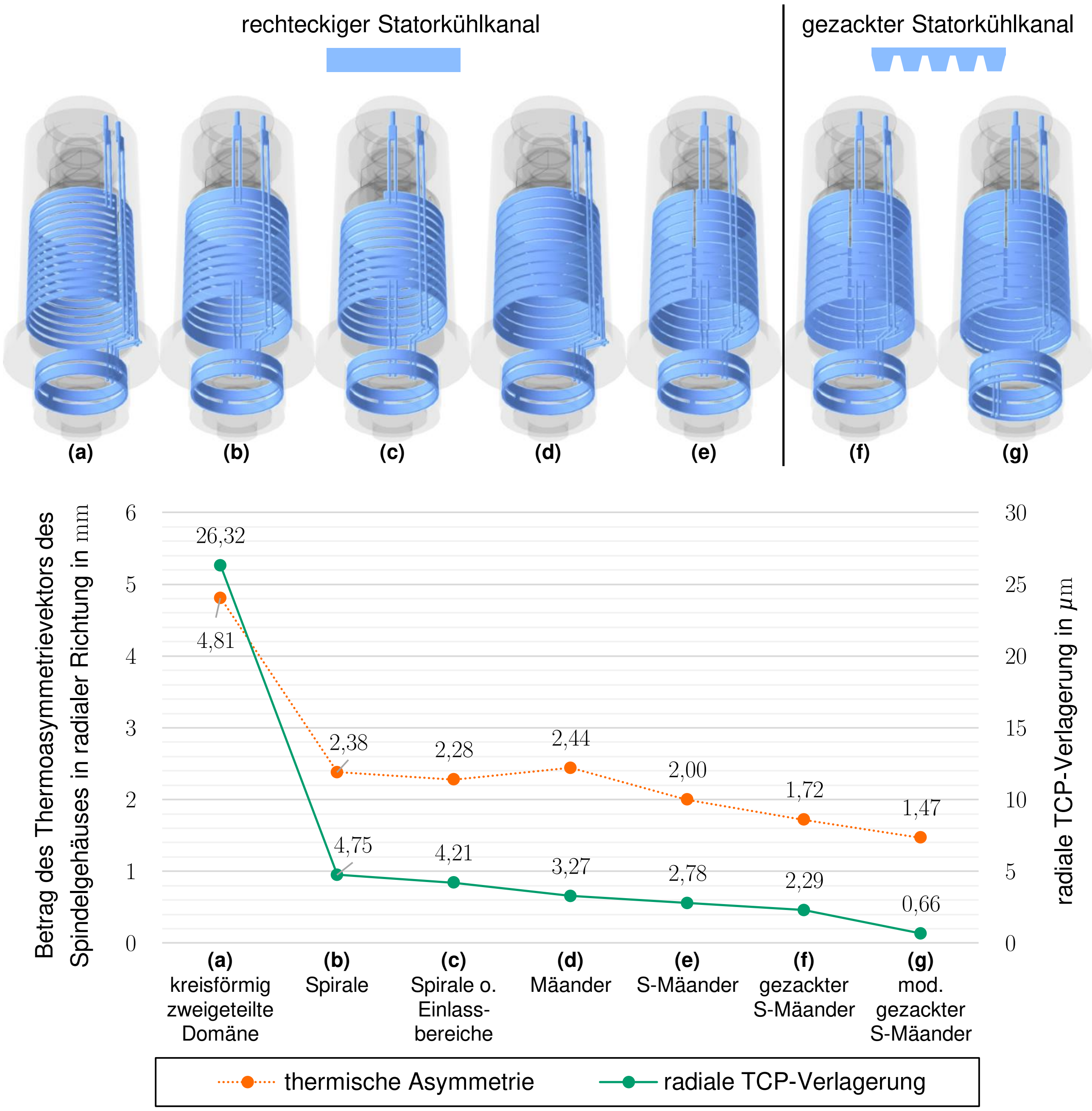


Abb. 58: Betrachtung des Zusammenhanges von thermischer Asymmetrie und Radialverlagerung unterschiedlich gekühlter Motorspindelgehäuse. Die Fluiddomänen werden in früheren Arbeiten des Autors [KOC21a; KOC21b] detaillierter beschrieben.

Als Referenz wird ganz links in Abbildung 58 die (a) kreisförmig zweigeteilte Domäne nach WEBER & WEBER [WEB13, S. 133] betrachtet. Diese Domäne führt sowohl zu der höchsten Asymmetrie $|\vec{t}_{d(z)}| = 4{,}81\,\mathrm{mm}$ als auch zur höchsten radialen TCP-Verlagerung von $26{,}32\,\mu\mathrm{m}$. Die (b) konventionelle Spirale, die in Motorspindeln weit verbereitet ist, führt zu signifikant niedrigeren Radialverlagerung von $4{,}75\,\mu\mathrm{m}$ bei der betrachteten Spindel. Die darauf aufbauend konzipierte (c) Spirale ohne Ein- und Auslassbereiche (vgl. die Totbereiche in Abbildung 48a auf S. 105) verringert die Radialverlagerung weiter.

Ein ebenfalls in der Industrie weit verbereitetes Konzept stellt die (d) mäanderförmige Kühlhülse dar. Diese Fluidführung weist zwar eine höhere Asymmetrie auf als die Spirale, gleichwohl wird eine niedrigere Radialverlagerung erzielt. Das ist darauf zurückzuführen, dass die thermische Asymmetrie nicht durch die Totbereiche (wie bei der Spirale) in der Nähe des Spindelstocks verursacht wird. Die thermische Asymmetrie ist dadurch thermomechanisch weniger wirksam (vgl. Abbildung 11d auf S. 24).

Der (e) S-Mäander wurde als neues Kühlkonzept in einer früheren Arbeit des Autors vorgestellt [KOC21a, S. 4623]. Die Kombination aus hoher Fluidgeschwindigkeit und thermosymmetrischer Kühlkanalanordnung verringert die radiale TCP-Verlagerung auf $2{,}78\,\mu\mathrm{m}$. Darauf aufbauend konnte weiterhin festgestellt werden, dass die thermische Asymmetrie, durch Verbesserung der Kühlwirkung der Statorkühlhülse durch den S-Mäander, weiter reduziert werden kann. Durch (f) gezackte Kühlkanäle, d. h. eine größere wärmeabgebende Oberfläche, kann die thermische Asymmetrie $|\vec{t}_{d(z)}|$ auf $1{,}72\,\mathrm{mm}$ gesenkt und die Radialverlagerung auf $2{,}29\,\mu\mathrm{m}$ reduziert werden. Zuletzt wurde ebenjene Konstruktion durch (g) zusätzliche Kühlringe erweitert. Damit konnte eine minimale Radialverlageurng von $0{,}66\,\mu\mathrm{m}$ erreicht werden.

Abschließend wurde nach Gleichung (8-2) auf S. 113 auch für diese Betrachtung eine Korrelationsanalyse durchgeführt. Für die thermischen Asymmetrien und radialen TCP-Verlagerungen in Abbildung 58 konnte ein Korrelationskoeffizient von $r_{pear} = 0,98$ ermittelt werden. Die Verringerung der radialen TCP-Verlagerung beläuft sich im Vergleich zur kreisförmig zweigeteilten Domäne auf $25{,}66\,\mu\mathrm{m}$ bzw. $97{,}5\,\%$. Im Vergleich zu der in der Praxis bei Motorspindeln üblichen spiralförmigen Kühlhülse wird eine Verbesserung um $4{,}09\,\mu\mathrm{m}$ bzw. $86{,}1\,\%$ erreicht. Es sei darauf hingewiesen, dass die Absolutwerte der Radialverlagerung direkt durch die Werkzeuglänge beeinflusst werden. Eine Verdopplung der Werkzeuglänge bewirkt nahezu auch eine Verdopplung der Radialverlagerung.

8.3 Steuerungsseitige Kompensation mittels künstlicher Intelligenz

Nachdem im vorherigen Abschnitt die Ergebnisse der Radialverlagerungsreduktion vorgestellt wurden, sollen nachfolgend die Ergebnisse der datenbasierten Ersatzmodelle zur Axialverlagerungsreduktion vorgestellt werden. Den Erkenntnissen aus Kapitel 7 ab S. 87 folgend, soll eine zweistufige Validierung der datenbasierten Ersatzmodelle erfolgen. Zunächst wird das Potential der maschinellen Lernmethode prinzipiell bewertet und im Anschluss deren praktische Verwertbarkeit beurteilt:

1. Stufe	**Untersuchung der Trainingsläufe** (Unterabschnitt 8.3.1)
	Um das theoretische Potential der maschinellen Lernmethoden (s. Unterabschnitt 7.4 ab S. 98) im Bezug auf die TCP-Verlagerungs-Kompensation erfassen zu können, werden die Modelle mit $80\,\%$ der Messungen der Trainingsläufe trainiert (vgl. die dahingehenden Ausführungen auf S. 96). Die Validierungsmetriken werden anhand ebenjener Trainingsläufe ermittelt.

2. Stufe	**Betrachtung der Testläufe** (Unterabschnitt 8.3.2)
	Aufbauend auf den Ergebnissen der 1. Stufe stellte sich die Frage, inwieweit diese Resultate tatsächlich praxisrelevant sind. Bei den Kunden werden stets Betriebsabläufe (bzw. Testläufe) auf den Maschinen gefahren, die nicht Teil der Trainingsdaten des Spindelherstellers sind. Dahingehend erfolgt in der 2. Stufe das Quantifizieren der Validierungsmetriken anhand separater Testläufe (s. Tabelle 10 auf S. 90). Die Validierung erfolgt demnach auf Basis von Daten, die den datenbasierten Ersatzmodellen nicht bekannt sind.

8.3.1 Untersuchung der Trainingsläufe

Um determinieren zu können, welche maschinelle Lernmethode (s. Unterabschnitt 7.4 ab S. 98) das thermomechanische Verlagerungsproblem am besten reproduzieren kann, wurde zunächst die Vergleichsanalyse in Tabelle 15 erstellt. Wie in Abschnitt 7.3 wird dabei der mittlere $\overline{MAE}$ und $\overline{RMSE}$ (Gleichung 7-7 – 7-8 auf S. 97) zwischen der Messung der axialen TCP-Verlagerung und der Vorhersage durch das datenbasierte Ersatzmodell von fünf Läufen verglichen (vgl. die Datengrundlage unter Tabelle 15).

Tab. 15: Vergleich der Metriken $\overline{MAE}$ und $\overline{RMSE}$ zwischen Neuronalen Netzwerken, Entscheidungsbaum und Random Forest. Die Tabelle ist nach dem $\overline{MAE}$ sortiert.

Rang	maschinelle Lernmethode	Architektur	$\overline{MAE}$ in $\mu\mathrm{m}$	$\overline{RMSE}$ in $\mu\mathrm{m}$
1	Random Forest	100 Entscheidungsbäume	$0,107$	$0,233$
2	Entscheidungsbaum	-	$0,135$	$0,317$
4	Neuronales Netzwerk	128/64/32 Neuronen	$0,427$	$0,670$
3	Neuronales Netzwerk	64/128/256 Neuronen	$0,428$	$0,647$
5	Neuronales Netzwerk	32/64/32 Neuronen	$0,462$	$0,696$

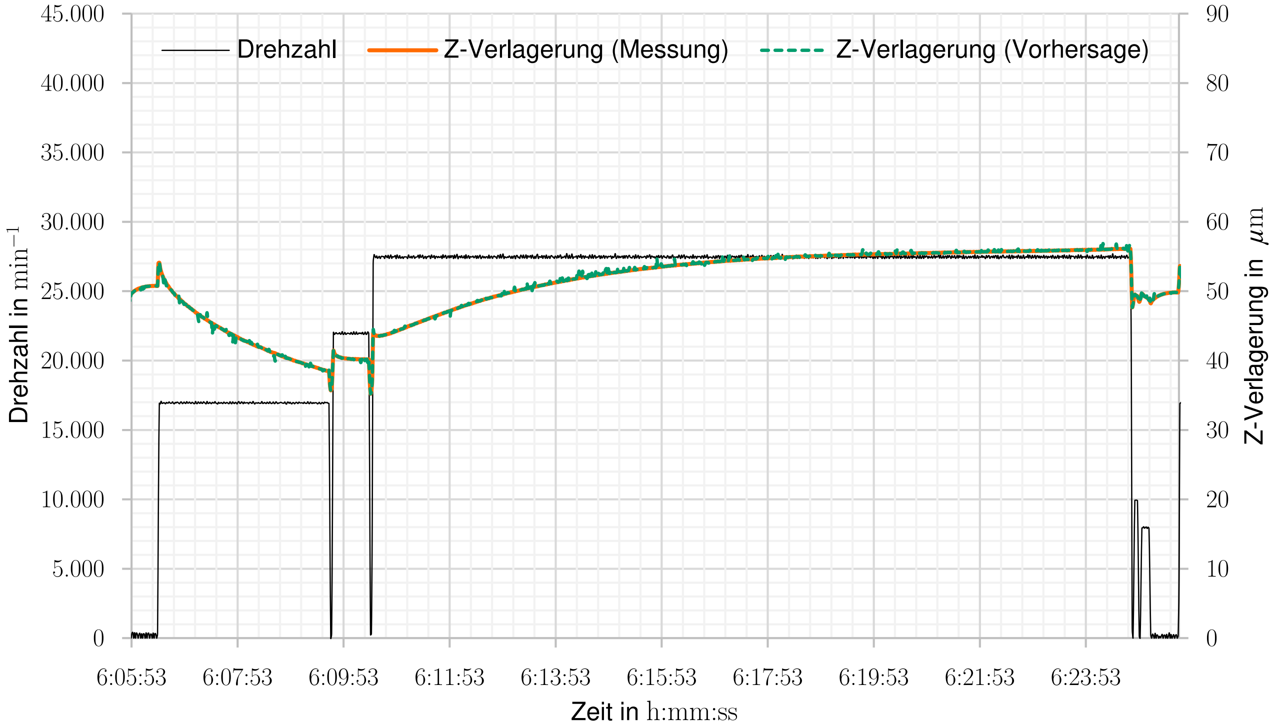
Datengrundlage: Zum Training der datenbasierten Ersatzmodelle wurden $80\,\%$ der Läufe 1, 2, 3, 4 und 5 aus Tabelle 10 auf S. 90 verwendet. Die Metriken wurden nach Gleichung (7-5) bzw. (7-6) für die Läufe 1, 2, 3, 4 und 5 berechnet und nach Gleichung (7-7) bzw. (7-8) gemittelt ($\overline{MAE}$, $\overline{RMSE}$).

Aus Tabelle 15 geht hervor, dass sowohl der Entscheidungsbaum als auch der Random Forest zu signifikanten Ergebnisverbesserungen führen. Gegenüber dem Neuronalen Netzwerk mit dem besten Ergebnis (128/64/32 Neuronen, vgl. die Erläuterung auf S. 97), konnte der MAE um $70{,}8\,\%$ (Entscheidungsbaum) bzw. sogar um $75{,}0\,\%$ (Random Forest) gesenkt werden.

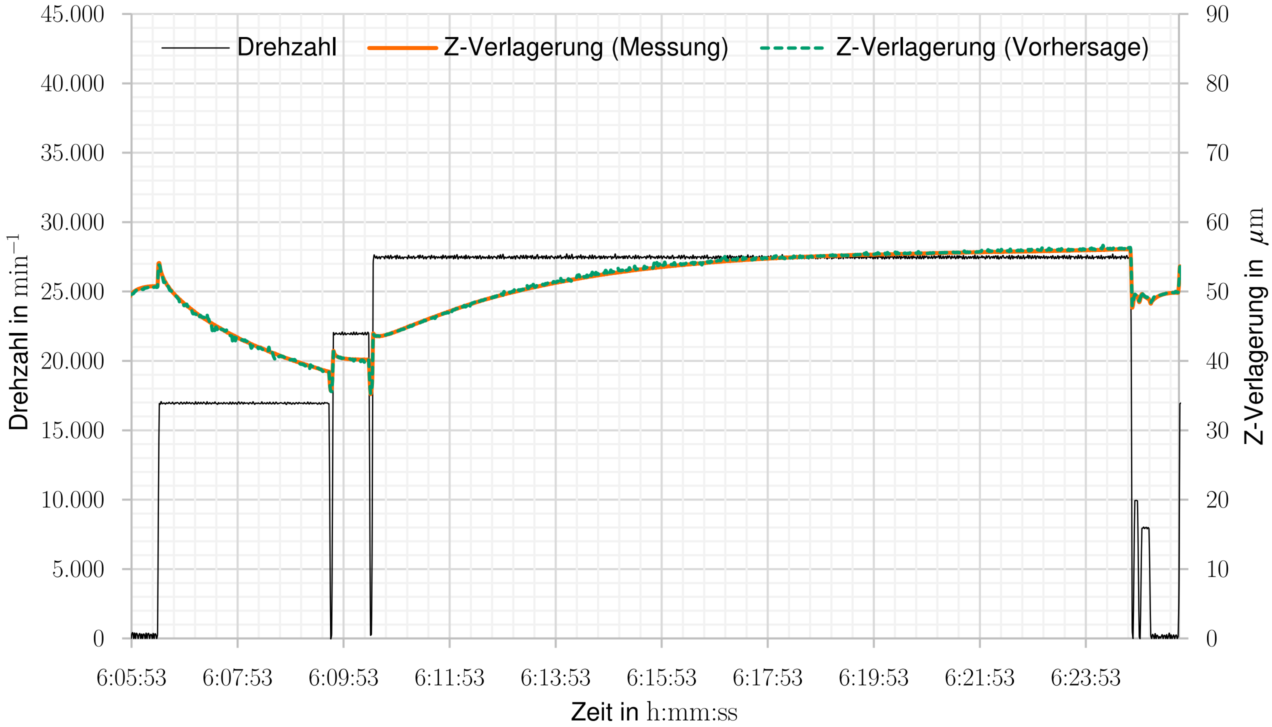
Auf Basis von Tabelle 15 wird die weitere Analyse der Ergebnisse im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf den Entscheidungsbaum und den Random Forest eingegrenzt. Die Ergebnisse sollen anhand einer graphischen Auswertung auf Basis der Läufe aus Tabelle 10 auf S. 90 visualisiert und diskutiert werden. Dahingehend zeigt Abbildung 59 eine Vergleichsanalyse der Vorhersagen von Lauf 7 (Bearbeitungslauf 3). Da derselbe Zyklus immer wiederholt durchlaufen wird, ist die Leistung des Modells nach der Warmlaufphase repräsentativ für die ermittelten Kennwerte. Dahingehend wird stets der jeweils 20. Zyklus betrachtet. Abbildung 59a zeigt die Vorhersage des Entscheidungsbaumes und die darunter dargestellte Abbildung 59b jene des Random Forests. Gegenüber der Vergleichsanalyse in Tabelle 15 wurden die Trainingsdaten um $80\,\%$ der Läufe 6 – 9 erweitert (vgl. die Datengrundlage der Abbildung). Die Leistungsfähigkeit der datenbasierten Ersatzmodelle konnte so, insbesondere im Hinblick auf hochdynamische Bearbeitungsläufe, verbessert werden.

Nach einer kurzen Werkzeugwechselzeit beginnt in Abbildung 59a der Zyklus mit einem Bearbeitungsschritt bei $17.000\,\mathrm{min}^{-1}$. Lagerungsbedingt ensteht bei dieser Drehzahl eine kinematische Verlagerung von $3{,}88\,\mu\mathrm{m}$, was die Spitze zu Beginn erklärt (vgl. Kapitel 7.1 ab S. 88). Die übrigen $50{,}2\,\mu\mathrm{m}$ der Verlagerung sind thermomechanisch induziert. Danach erfolgt ein Abkühlprozess, bei der die TCP-Verlagerung sukzessive von $54\,\mu\mathrm{m}$ auf $38\,\mu\mathrm{m}$ sinkt. Die Spindeltemperatur verringert sich, da die Spindel, gegenüber dem größten Teil des vorherigen Zyklus, mit verringerter Drehzahl betrieben wird. Danach erfolgt ein Bearbeitungsschritt bei $22.000\,\mathrm{min}^{-1}$ mit vergleichbarem, obgleich verkürztem Verlauf. Die Spitzen in negativer bzw. positiver Richtung werden durch Zu- und Wegnahme der Drehzahl, infolge der kinematischen Verlagerung, verursacht. Beim darauf folgenden längsten Bearbeitungsschritt mit $27.500\,\mathrm{min}^{-1}$ erwärmt sich die Spindel kontinuierlich mit entsprechend steigender thermischer Dehnung. Die Verlagerung der letzten beiden Bearbeitungsschritte kann ebenso gut reproduziert werden.

Der Vergleich zwischen den Vorhersagen des Entscheidungsbaumes (Abbildung 59a) und des Random Forests (Abbildung 59b) zeigt bei Lauf 7 (Bearbeitungslauf 3) nur geringfügige Unterschiede. Beide Ansätze führen zu hochakkuraten Vorhersagen, wenn die Validierungsdaten Teil der Trainingsdaten sind. Obgleich in der Abbildung im 20. Zyklus der Random Forest weniger Ausreißer aufweist, führt der Entscheidungsbaum zu einer geringeren mittleren absoluten Abweichung ($MAE = 0,059\,\mu\mathrm{m}$, s. Abbildungsunterschriften).



(a) Vorhersage der Z-Verlagerung des Entscheidungsbaumes ($MAE = 0,059\,\mu\mathrm{m}$; $AE_{max} = 11,058\,\mu\mathrm{m}$).



(b) Vorhersage der Z-Verlagerung des Random Forests ($MAE = 0,106\,\mu\mathrm{m}$; $AE_{max} = 8,731\,\mu\mathrm{m}$).

Datengrundlage: Zum Training der datenbasierten Ersatzmodelle wurden $80\,\%$ der Läufe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 aus Tabelle 10 auf S. 90 verwendet. Die graphische Validierung in Abbildung 59a und 59b erfolgt anhand des 20. Zyklus von Lauf 7 (Bearbeitungslauf 3). Die Metriken MAE und AE_{max} wurden nach Gleichung (7-5) bzw. (8-3) für den gesamten Lauf 7 berechnet.

Abb. 59: Vergleich der Vorhersagen des Entscheidungsbaumes und des Random Forest am Beispiel von Lauf 7 (Bearbeitungslauf 3).

Zusätzlich zum MAE wird in den Abbildungsunterschriften noch der maximale absolute Fehler AE_{max} ausgewiesen, der mit nachfolgender Gleichung (8-3) berechnet wird:

$$AE_{max} = \max|z_{\mathscr{M}} - \hat{z}_{\mathscr{M}}| \quad (8\text{-}3)$$

Der maximale absolute Fehler AE_{max} wird insbesondere im Hinblick auf Kollisionen zwischen Werkzeug und Werkstück als weitere essentielle Bewertungsmetrik betrachtet. Wie aus der Vergleichsanalyse hervorgeht, führt der Random Forest zu einem niedrigeren maximalen absoluten Fehler ($AE_{max} = 8,731\ \mu\text{m}$), obgleich dessen MAE höher ist als der des Entscheidungsbaumes. Die maximalen absoluten Fehler entstehen in den ersten Zyklen bzw. der Warmlaufphase und sind deshalb in Abbildung 59 (20. Zyklus) nicht sichtbar.

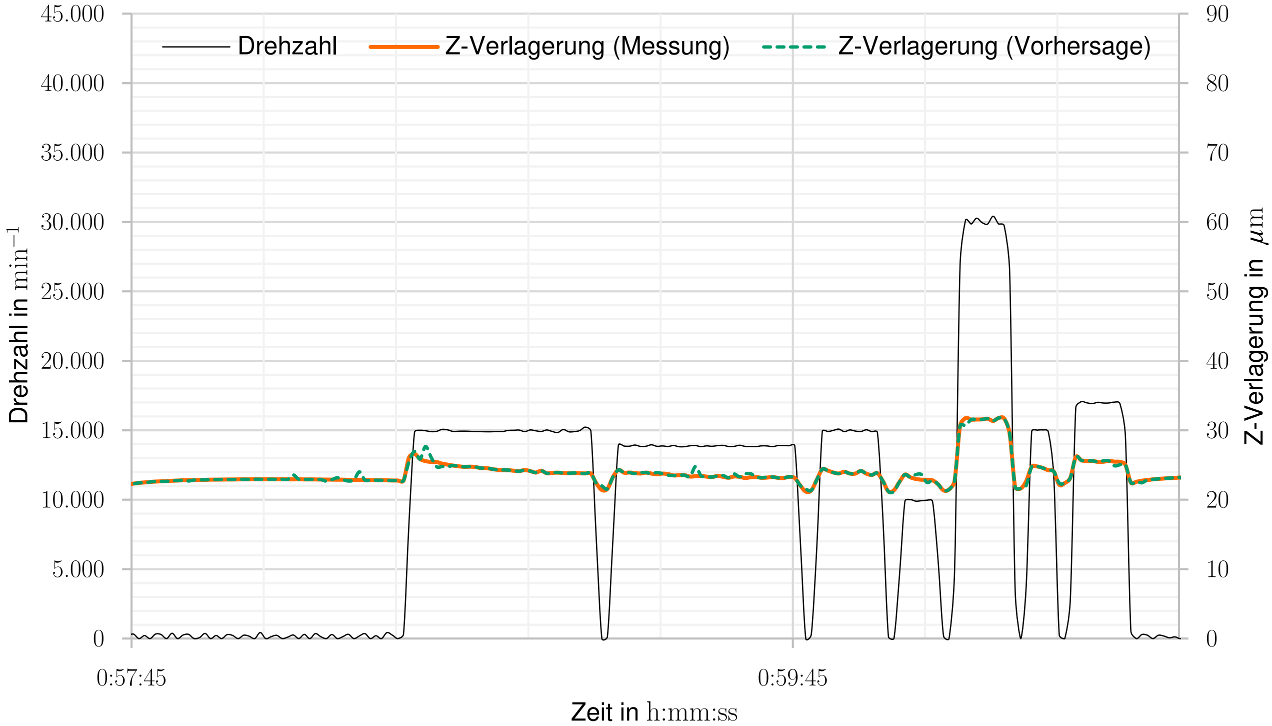
Die Ergebnisanalyse soll anhand von Lauf 8 (Bearbeitungslauf 4) in Abbildung 60 fortgeführt werden. Die Skalierung der Abszisse wurde im Vergleich zu Abbildung 59 angepasst, um die Dynamik dieses wesentlich kürzeren Zyklus besser darstellen zu können. Der Zyklus ist durch sieben Bearbeitungsschritte mit unterschiedlichen Drehzahlen gekennzeichnet. Die Stufen werden jedoch nur so kurz angefahren, dass auch bei den maximal $30.000\,\text{min}^{-1}$ keine wesentliche Änderung der thermisch induzierten Dehnung dokumentiert wird. Die Dynamik der Verlagerung wird demnach primär durch die Kinematik verursacht (ca. $2\,\mu\text{m}$ bis $10\,\mu\text{m}$). Die Spindeltemperatur variiert über den Zyklus offenkundig nicht signifikant, da die thermisch induzierte Dehnung durchweg bei ca. $22\,\mu\text{m}$ liegt. Wie zuvor bei Lauf 7 in Abbildung 59 führt der Entscheidungsbaum zu einem geringeren MAE und der Random Forest zum niedrigeren AE_{max}.

Die Betrachtung der 1. Validierungsstufe im Rahmen dieses Unterabschnitts wird anhand der Ergebniszusammenfassung in Tabelle 16 abgeschlossen. In der vierten Zeile wird der arithmetische Mittelwert der Verlagerung ausgegeben, insofern keine Kompensation stattfindet ($\hat{z}_{\mathscr{M}} = 0\,\text{mm}$ in Gleichung 7-5 auf S. 96). Die damit berechnete relative Verringerung $\Delta\overline{MAE}$ wird in der vierten Tabellenspalte ausgewiesen. Sowohl der Entscheidungsbaum als auch der Random Forest führen zu hochpräzisen Ergebnissen, wenn die Validierungsdaten Teil der Trainingsdaten sind. In diesem Vergleich führt der Entscheidungsbaum mit einer relativen Verbesserung bzw. Reduktion der TCP-Verlagerung in Höhe von $\Delta\overline{MAE} = 99,8\ \%$ zu den besten Ergebnissen.

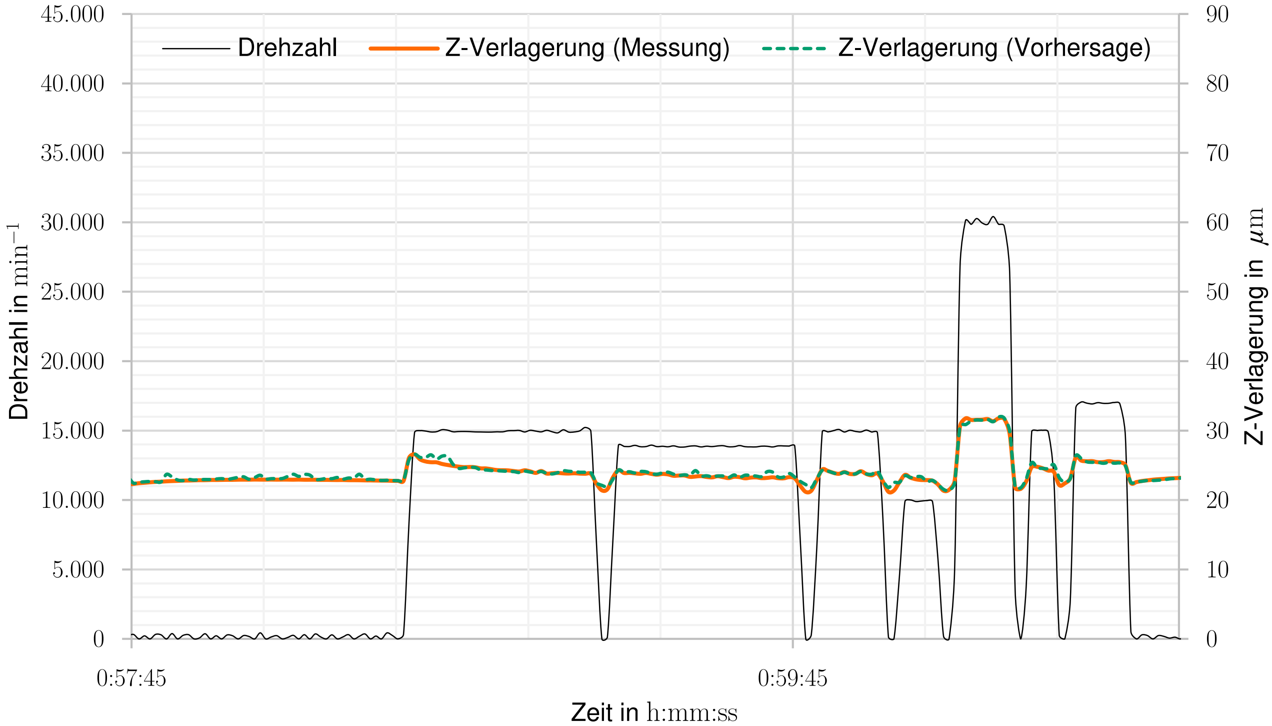
Tab. 16: Ergebnisanalyse der 1. Stufe der Validierung.

Rang	maschinelle Lernmethode	$\overline{MAE}$ in μm	$\Delta\overline{MAE}$ in %
1	Entscheidungsbaum	$0,080$	$99,8$
2	Random Forest	$0,153$	$99,6$
-	*keine*	$37,081$	0

Datengrundlage: Zum Training der datenbasierten Ersatzmodelle wurden $80\,\%$ der Läufe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 aus Tabelle 10 auf S. 90 verwendet. Die Metriken wurden nach Gleichung (7-5) bzw. (7-6) für die Läufe 7 und 8 berechnet und nach Gleichung (7-7) bzw. (7-8) gemittelt ($\overline{MAE}$).



(a) Vorhersage der Z-Verlagerung des Entscheidungsbaumes ($MAE = 0,102$ µm; $AE_{max} = 15,377$ µm).



(b) Vorhersage der Z-Verlagerung des Random Forests ($MAE = 0,200$ µm; $AE_{max} = 8,451$ µm).

Datengrundlage: Zum Training der datenbasierten Ersatzmodelle wurden $80\,\%$ der Läufe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 aus Tabelle 10 auf S. 90 verwendet. Die graphische Validierung in Abbildung 60a und 60b erfolgt anhand des 20. Zyklus von Lauf 8 (Bearbeitungslauf 4). Die Metriken MAE und AE_{max} wurden nach Gleichung (7-5) bzw. (8-3) für den gesamten Lauf 8 berechnet.

Abb. 60: Vergleich der Vorhersagen des Entscheidungsbaumes und des Random Forests am Beispiel von Lauf 8 (Bearbeitungslauf 4).

8.3.2 Betrachtung der Testläufe

In realen Produktionsumgebungen werden bei den Kunden auch Läufe gefahren, die im Voraus nicht als Trainingsdaten betrachtet werden können (vgl. Unterabschnitt 8.3 ab S. 119). Die Ergebnisauswertung wird dahingehend in Analogie zum vorherigen Unterabschnitt 8.3.1 durchgeführt. Die graphische Vergleichsanalyse erfolgt nun auf Basis von Läufen (vgl. Tabelle 10 auf S. 90), die nicht Teil der Trainingsdaten waren. Dahingehend zeigt Abbildung 61 den Vergleich der Vorhersagen von Lauf 14 (Bearbeitungslauf 7). Abbildung 61a zeigt die Ergebnisse des Entscheidungsbaumes. Abbildung 61b jene des Random Forests.

Der Zyklus ist ebenso hochdynamisch wie jener in Abbildung 60 aus der 1. Stufe der Validierung. Aus der Darstellung geht klar hervor, wie viel herausfordernder die Vorhersage unbekannter Läufe ist, obgleich das datenbasierte Ersatzmodell mit vergleichbaren Läufen trainiert wurde. Die errechneten MAEs sind signifikant höher als jene in Abbildung 60. Dahingegen erscheint die Variation des maximalen absoluten Fehlers AE_{max} insignifikant. Im Falle des Entscheidungsbaumes kommt es sogar zu einer geringeren maximalen Abweichung. Der trainierte Random Forest (Abbildung 61b) führt insgesamt zu besseren Ergebnissen. Mit $1{,}520\,\mu\mathrm{m}$ ist der MAE des Random Forests um $33{,}3\,\%$ niedriger als jener des Entscheidungsbaumes.

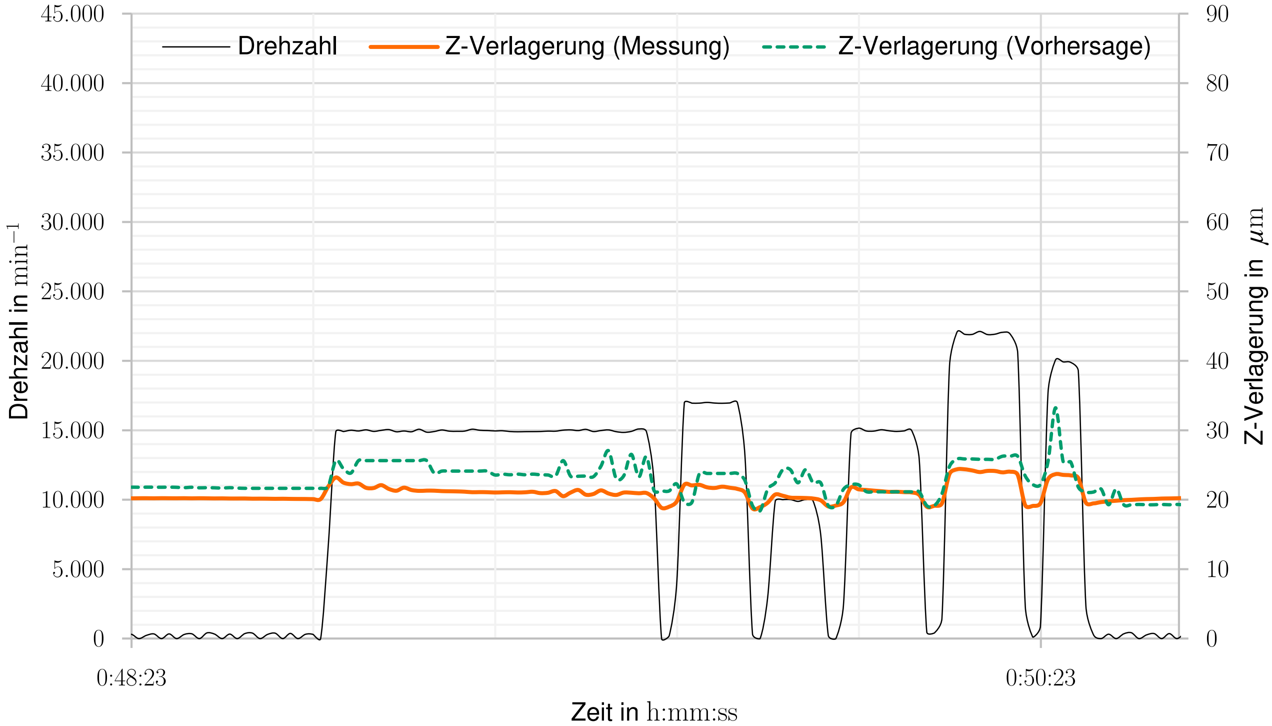
Zuletzt soll die Vorhersage der Z-Verlagerung von Lauf 15 anhand von Abbildung 62 diskutiert werden. Die Dynamik von Lauf 15 ist vergleichbar mit jener von Lauf 7 in Abbildung 59 auf S. 121. Lauf 15 weist jedoch ein noch größeres Drehzahlband ($0\,\mathrm{min}^{-1}$ bis $35.000\,\mathrm{min}^{-1}$) mit weiteren Zwischenstufen auf. Dadurch entsteht sowohl eine hohe kinematische als auch eine hohe thermomechanische Verlagerung (in Summe bis zu $71\,\mu\mathrm{m}$). Dieses komplexe, überlagerte nichtlineare Zusammenspiel scheint die derzeitige Datenbasis (vgl. Kaptitel 7 ab S. 87) nur unzureichend reproduzieren zu können. Der MAE des Random Forests ist mit $6{,}256\,\mu\mathrm{m}$ $4{,}1$-mal so groß wie jener von Lauf 14 in Abbildung 61b. Er führt nur noch zu $9\,\%$ niedrigeren Ergebnissen als der Entscheidungsbaum. Der relativ hohe maximale absolute Fehler AE_{max} beider Modelle zeigt, dass einige Betriebsbedingungen nur unzureichend reproduziert werden können.

Die Betrachtung der 2. Validierungsstufe wird anhand von Tabelle 17 zusammengefasst. Entgegen der Vergleichsbetrachtung der 1. Validierungsstufe (Tabelle 16 auf S. 122) führt der Random Forest hier zu besseren Ergebnissen. Die relative Verbesserung bzw. Reduktion der TCP-Verlagerung ist jedoch mit $89{,}8\,\%$ signifikant niedriger als bei den bekannten Validierungsdaten im vorherigen Unterabschnitt. Die Präzisionssteigerung bleibt dennoch, absolut betrachtet, signifikant.

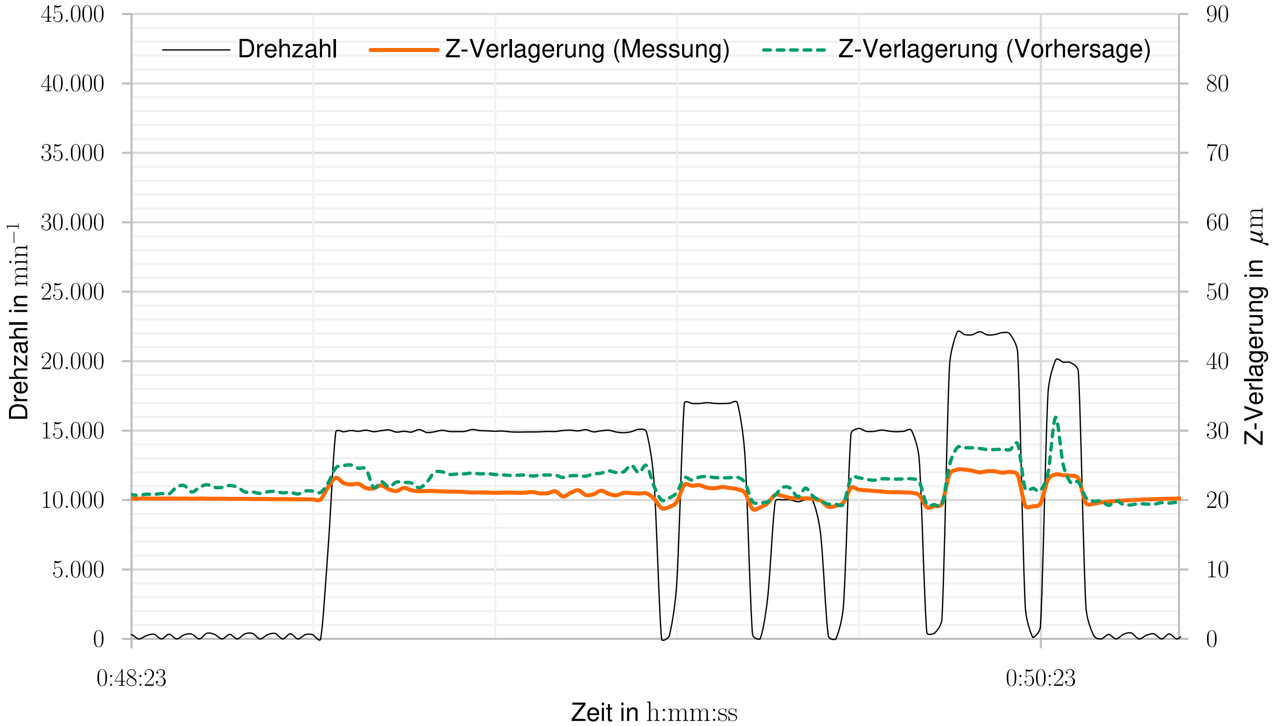
Tab. 17: Ergebnisanalyse der 2. Stufe der Validierung.

Rang	maschinelle Lernmethode	$\overline{MAE}$ in $\mu\mathrm{m}$	$\Delta\overline{MAE}$ in %
1	Random Forest	$3,888$	$89,8$
2	Entscheidungsbaum	$4,579$	$88,0$
-	*keine*	$38,247$	0

Datengrundlage: Zum Training der datenbasierten Ersatzmodelle wurden $80\,\%$ der Läufe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 aus Tabelle 10 auf S. 90 verwendet. Die Metriken wurden nach Gleichung (7-5) bzw. (7-6) für die Läufe 14 und 15 berechnet und nach Gleichung (7-7) bzw. (7-8) gemittelt ($\overline{MAE}$).



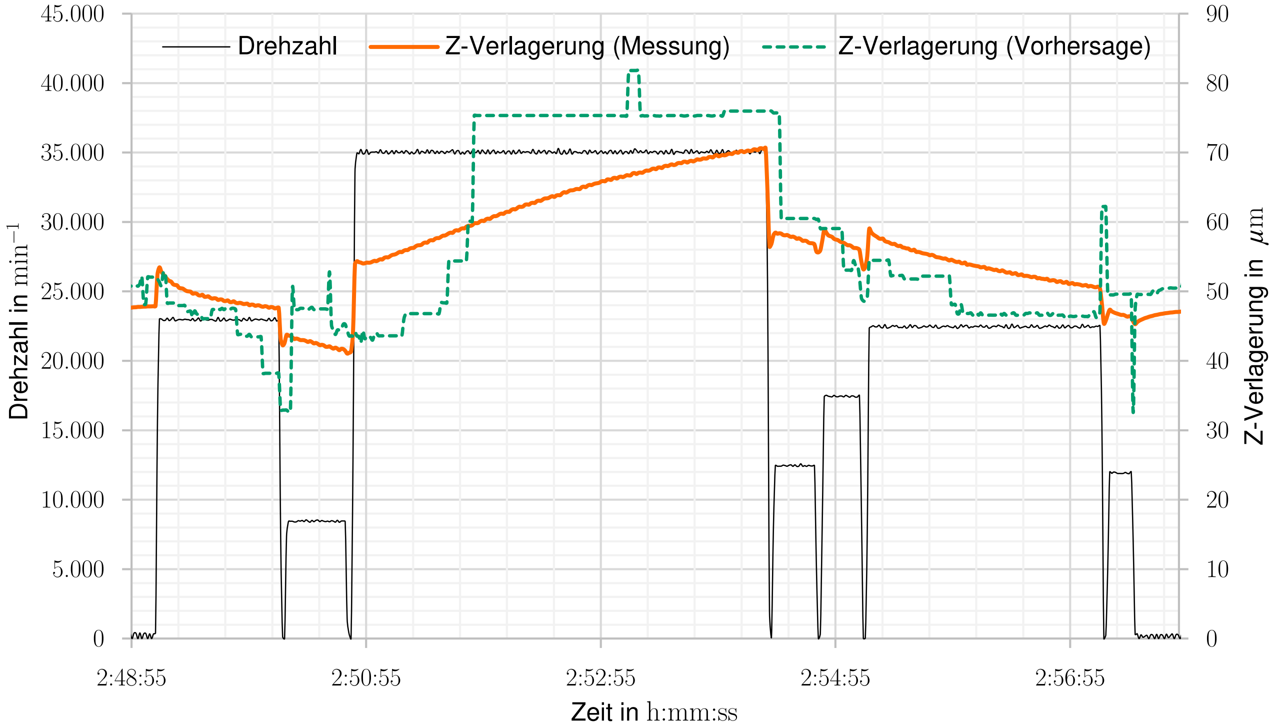
(a) Vorhersage der Z-Verlagerung des Entscheidungsbaumes ($MAE = 2,280\,\mu\text{m}$; $AE_{max} = 13,470\,\mu\text{m}$).



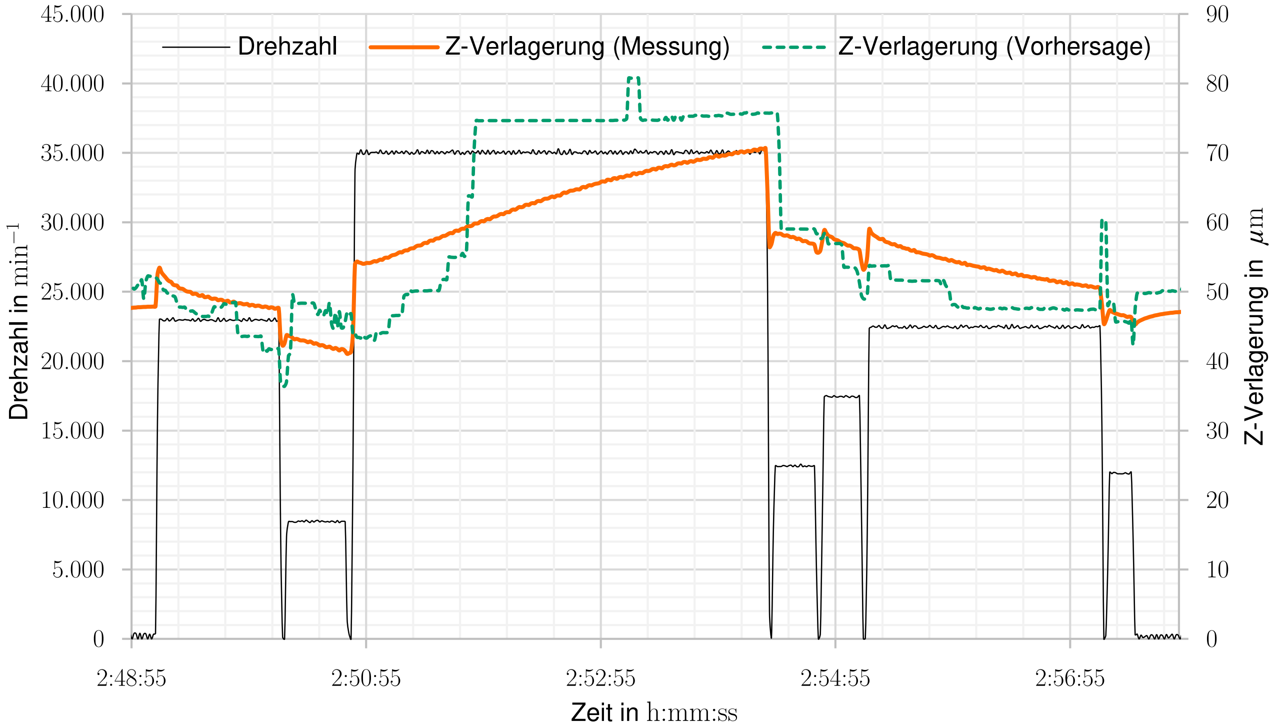
(b) Vorhersage der Z-Verlagerung des Random Forests ($MAE = 1,520\,\mu\text{m}$; $AE_{max} = 11,536\,\mu\text{m}$).

Datengrundlage: Zum Training der datenbasierten Ersatzmodelle wurden $80\,\%$ der Läufe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 aus Tabelle 10 auf S. 90 verwendet. Die graphische Validierung in Abbildung 61a und 61b erfolgt anhand des 20. Zyklus von Lauf 14 (Bearbeitungslauf 7). Die Metriken MAE und AE_{max} wurden nach Gleichung (7-5) bzw. (8-3) für den gesamten Lauf 14 berechnet.

Abb. 61: Vergleich der Vorhersagen des Entscheidungsbaumes und des Random Forests am Beispiel von Lauf 14 (Bearbeitungslauf 7).



(a) Vorhersage der Z-Verlagerung des Entscheidungsbaumes ($MAE = 6,878\ \mu\text{m}$; $AE_{max} = 34,313\ \mu\text{m}$).



(b) Vorhersage der Z-Verlagerung des Random Forests ($MAE = 6,256\ \mu\text{m}$; $AE_{max} = 33,656\ \mu\text{m}$).

Datengrundlage: Zum Training der datenbasierten Ersatzmodelle wurden $80\,\%$ der Läufe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 aus Tabelle 10 auf S. 90 verwendet. Die graphische Validierung in Abbildung 62a und 62b erfolgt anhand des 20. Zyklus von Lauf 15 (Bearbeitungslauf 8). Die Metriken MAE und AE_{max} wurden nach Gleichung (7-5) bzw. (8-3) für den gesamten Lauf 15 berechnet.

Abb. 62: Vergleich der Vorhersagen des Entscheidungsbaumes und des Random Forests am Beispiel von Lauf 15 (Bearbeitungslauf 8).

Die konzipierten datenbasierten Modelle können die Axialverlagerung von Motorspindeln erfolgreich kompensieren. Das gelingt insbesondere dann, wenn die Trainingsdaten mit den Validierungsdaten übereinstimmen. Unbekannte Validierungsdaten bzw. Testläufe werden weniger präzise reproduziert. Abhilfe könnten hier in Zukunft das Physics-Informed Machine Learning schaffen (vgl. den Ausblick im nachfolgenden 9. Kapitel auf S. 131).

9 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden Ansätze zur Reduktion der thermisch induzierten TCP-Verlagerung von schnelldrehenden Motorspindeln vorgestellt. Dahingehend wurde ein hybrider Ansatz verfolgt, mit dem Ziel, die einzelnen Verlagerungsanteile effektiv und ursachenspezifisch zu reduzieren. Die Radial- und Winkelverlagerung kann durch geeignete konstruktive Maßnahmen *vermieden* werden. Die Axialverlagerung wird auf Basis von datenbasierten Ersatzmodellen *kompensiert*.

Im **2. Kapitel** wird zunächst ein Überblick der vorliegenden thermischen Spindelmodelle dargelegt. Die Vergleichsbetrachtungen zeigten, dass bislang nur ein Autor eine Spindel mit mehr als $30.000\,\mathrm{min}^{-1}$ betrachtete. Infolgedessen war das Modellieren der Spindel in dieser Arbeit mit $40.000\,\mathrm{min}^{-1}$ besonders herausfordernd, da die Randbedingungen in diesem Drehzahlbereich nicht abgeglichen sind. Zudem werden bislang untersuchte Ansätze zur Vermeidung, Verminderung und Kompensation der TCP-Verlagerung dargestellt.

Auf Basis der zuvor erarbeiteten Erkenntnisse wurde im **3. Kapitel** der hybride Lösungsansatz vorgestellt. Soweit möglich, sollen Radial- und Winkelverlagerung durch thermosymmetrische Konstruktion vermieden werden. Da die Wärmedehnung prinzipiell nicht verhindert werden kann, muss die infolgedessen entstehende axiale Verlagerung, mit den Methoden des maschinellen Lernens kompensiert werden. Die entwickelten Ansätze wurden modellbasiert untersucht und versuchsbasiert abgeglichen.

Für die modellbasierte Untersuchung von schnelldrehenden Motorspindeln wurden im **4. Kapitel** die erforderlichen Randbedingungen eingeführt. Als Wärmetransfersysteme wurden die Lagergeometrien, der Spalt zwischen Welle und Gehäuse sowie die Festkörperkontaktstellen betrachtet. Die Fluidkühlung wurde strömungsmechanisch simuliert. Zudem wurden die Umgebungsluft, der Spindelstock bzw. der Prüfstand, die Fluidführungen in den Bohrungskanälen der Spindel und die Wärmestrahlung als Wärmesenke modelliert. Neu eingeführt wurde dabei ein Ansatz, der den nichtlinearen Abfall der Luftgeschwindigkeit in Nähe der rotierenden Welle auf Basis eines logarithmischen Interpolationsmodells berücksichtigt. Die primäre Wärmequelle stellte der verbaute permanentmagneterregte Synchronmotor dar. Die Wälzlagerreibung wurde durch die neu eingeführte halbempirische Herangehensweise quantifiziert. Die Luftreibungsquantifikation gelingt erstmals akkurat bei hohen Drehzahlen, da die verwendeten Ansätze zur Reibkoeffizientenberechnung das Auftreten von Taylor-Wirbeln bei turbulenter Strömung berücksichtigen. Entgegen aller Modelle in der Literatur, wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit erstmals der Effekt der Wellenrotation auf das Temperaturfeld der Motorspindel mit einer entsprechenden Randbedingung berücksichtigt.

Im darauf folgenden **5. Kapitel** wird das mit den Randbedingungen erstellte gekoppelte Simulationsmodell der Motorspindel diskutiert. Das Simulationsmodell basiert auf der thermischen FEM, wobei die Fluidkühlung durch eine angekoppelte CFD-Simulation möglichst akkurat abgebildet wurde. Neben Idealisierung und Diskretisierung liegt der Fokus dieses Kapitels auf der Anbringung der Randbedingungen. Insbesondere die Luftreibung kann nur durch eine geeignete Anbringung korrekt eingebunden werden. Mit einer zusätzlichen mechanisch/fluidmechanisch gekoppelten Simulation konnte nachgewiesen werden, dass das Anbringen zu jeweils gleichen Anteilen an Welle und Gehäuse die vorliegende Luftgeschwindigkeitsverteilung besser abbildet. Das Simulationsmodell wurde mit Messungen auf einem

Spindelprüfstand abgeglichen, der das präzise Messen von Temperaturen, elektrischer Eingangsleistung und Drehzahl ermöglichte. Für die Modellvalidierung wurde ein separates Simulationsmodell des Prüfstandes auf Basis der thermischen FEM konzipiert.

Das *Vermeiden* der Radial- und Winkelverlagerung des TCP gelingt mittels thermosymmetrischer Konstruktion. Im **6. Kapitel** der Arbeit wird erstmals eine Methode vorgestellt, die thermische Symmetrie bzw. Asymmetrie berechenbar macht. Darauf aufbauend wird thermische Asymmetrie als Verschiebung des thermischen Schwerpunktes relativ zum geometrischen Schwerpunkt definiert. Kann die thermische Asymmetrie auf $0\,\mathrm{mm}$ reduziert werden, ist der betrachtete Körper thermosymmetrisch, womit keine Radial- und Winkelverlagerung existiert.

Das *Kompensieren* der Axialverlagerung der Spindel gelingt mit maschinellen Lernmethoden, die im Rahmen des **7. Kapitels** vorgestellt wurden. Als Datengrundlage wurden dazu nur bereits verbaute Sensoren bzw. Messwerte verwendet, um die Übertragbarkeit zu verbessern. Neben dem thermischen Anteil soll, durch das Erfassen der Drehzahl, auch der kinematische Anteil der Axialverlagerung datenbasiert berücksichtigt werden. Für das Aufstellen der datenbasierten Modelle mit den Methoden der künstlichen Intelligenz wurde frühzeitig eine Trennung in separate Trainings- und Testläufe vorgenommen. Das Potential der Datengrundlage bzw. der verwendeten Sensoren wurde mit Korrelationsanalysen geprüft. Insbesondere Sensoren, die im direkten Kraftfluss zwischen Spindelstock und TCP verbaut sind, führen zu hohen Korrelationskoeffizienten. Als Referenzmodelle und zur Entscheidungsfindung wurden künstliche Neuronale Netze mit unterschiedlichen Netzarchitekturen trainiert. Darüber hinaus wurde ein Entscheidungsbaum und ein Random Forest trainiert, die zu besseren Ergebnissen führten als die Neuronalen Netze. Beide Ansätze kommen damit erstmals zur TCP-Verlagerungsreproduktion von Motorspindeln bzw. Fräsmaschinen im Allgemeinen zum Einsatz.

Die Validierung der eingeführten Methoden erfolgt im abschließenden **8. Kapitel**. Zunächst wird auf Basis eines Temperaturabgleichs zwischen Simulationsmodell und Prüfstand dargestellt, dass die Randbedingungen zu einer mittleren absoluten Temperaturabweichung von $1{,}09\,^{\circ}\mathrm{C}$ führen. Der Ansatz zur Quantifizierung thermosymmetrischer Temperaturfelder wurde zunächst prinzipiell bewertet. Auf Basis unterschiedlicher simulativer Untersuchungen konnte für den Zusammenhang zwischen Radialverlagerung und thermischer Asymmetrie ein betragsmäßiger Pearson-Korrelationskoeffizient von $0{,}99$ ermittelt werden. Ein anschließender analoger messtechnischer Nachweis führte zu einem Pearson-Korrelationskoeffizienten in Höhe von $0{,}92$. Auf Basis der Thermoasymmetrie-Quantifizierung wurde darauf aufbauend die Fluidführung von Motorspindeln verbessert. Verglichen mit einer konventionellen spiralförmigen Motorkühlhülse konnte die radiale TCP-Verlagerung der Spindel von $4{,}75\,\mu\mathrm{m}$ auf $0{,}66\,\mu\mathrm{m}$ reduziert werden, was eine Verbesserung von $86{,}1\,\%$ bedeutet. Abschließend wurden die datenbasierten Ersatzmodelle in einem zweistufigen System validiert. Werden die Ersatzmodelle anhand der bekannten Trainingsläufe abgeglichen (1. Stufe), kann eine mittlere Reduktion der axialen TCP-Verlagerung von $37{,}00\,\mu\mathrm{m}$ ($99{,}8\,\%$) erreicht werden. Bei der Betrachtung der Testläufe, die den Ersatzmodellen nicht bekannt waren (2. Stufe), sinkt das Verbesserungsvermögen auf $34{,}49\,\mu\mathrm{m}$ ($89{,}8\,\%$). Absolut betrachtet ist die Präzisionssteigerung dennoch signifikant.

Die neuartigen Ansätze in der vorliegenden Arbeit ermöglichen das effektive *Verhindern* von thermischer Radialverlagerung und das *Kompensieren* der thermischen Axialverlagerung. Gleichwohl zeigten insbesondere die Abgleiche mit den empirischen Untersuchungen Potentiale für weitere Forschungsarbeiten für den Motorspindelbau auf:

- Kernproblem der Spindelmodellierung bleibt die akkurate Bestimmung der Wärmequellen. Das gilt insbesondere für die Lagerreibmomente bei hohen Drehzahlen. Neue Grundlagenforschungen, die stets mit entsprechenden empirischen Untersuchungen auf Lagerprüfständen begleitet werden, sollten in Zukunft das Quantifizieren der Lagerreibung auf Basis analytischer Modelle möglich machen. Bis dahin bleibt der hier vorgestellte halbempirische Ansatz eine praktikable Lösung.
- Auf Basis der Untersuchungen von GEBERT [GEB97, S. 144 – 147] wird das Vernachlässigen der Prozesswärme infolge der Spanabnahme bei den hier untersuchten Hochgeschwindigkeitsbetrachtungen als zulässig erachtet. Die Prozesswärme wird aber auch bei Betrachtungen mit niedrigeren Drehzahlen ignoriert (vgl. die Arbeiten in Tabelle 5 – 6 auf S. 18 – 19). Die analytische Quantifizierung und die empirische Erfassung der Prozesswärme sind herausfordernd [HEL23; LIU23]. Gleichwohl ist deren nähere Betrachtung bei anderen Spindeltypen bzw. Betriebszuständen erforderlich.
- Die Erfassung der Wellentemperaturen für den Modellabgleich gelang bislang nur ohne Rotation. KAJIKAWA ET AL. konzipierten ein Messsystem, welches in die Hohlwelle der Spindel gesteckt wird und drei Wellentemperaturen über eine kontaktlose Schnittstelle an der Spindelnase überträgt [KAJ24]. In Zukunft sollte ein vergleichbarer Messaufbau für die hier untersuchten Hochgeschwindigkeitsspindeln konzipiert werden, um die Wellentemperaturen besser messtechnisch abgleichen zu können.
- Rein datenbasierte Ersatzmodelle zur Reproduktion der TCP-Verlagerung zeigen bei untrainierten Validierungsdaten vergleichsweise hohe Abweichungen. Ein bislang nur unzureichend untersuchtes Potential bietet hier das Physics-Informed Machine Learning [QIA20; KAR21], welches die Vorteile der physikalischen Modellierung mit jenen der datenbasierten Modellierung kombinieren soll.

Die entwickelten Methoden zur Thermoasymmetriequantifizierung und der KI-basierten Verlagerungskompensation können auch in anderen Fachbereichen Anwendung finden. Weitere denkbare Potentiale der Methoden sind nachfolgend dargestellt:

- Die Gesamtstruktur von Werkzeugmaschinen ist gegenüber den Motorspindeln noch thermoasymmetrischer ausgeprägt. Nach BRECHER & WECK entstehen durch die Gesamtstruktur mehr als $50\,\mu\text{m}$ Radialverlagerung. Das Konstruieren thermosymmetrischer Werkzeugmaschinen gelingt bislang nicht [BRE17, S. 56]. Mit dem im Rahmen von Kapitel 6 vorgestellten Ansatz kann das Auslegen thermosymmetrischer Werkzeugmaschinen, mit gezielt positionierten zusätzlichen Kühlkanälen oder Geometrieanpassungen, möglich werden.
- Inzwischen wird auch die Deformation des Werkstücks während der Bearbeitung betrachtet [WAS17]. Eine Thermoasymmetriebetrachtung des Werkstücks kann das gezielte Anpassen der Bearbeitungsreihenfolge bzw. des G-Codes ermöglichen, um thermisch-induzierte Fehler infolge der Werkstückverformung zu reduzieren.

- Thermische Asymmetrie wird auch im medizintechnischen Bereich als Analysegrundlage verwendet. Beispielsweise wird thermische Asymmetrie für Nervenverletzungen [UEM88a; UEM88b], Entwicklungsstörungen (Rett-Syndrom) [SYM15], Sportverletzungen [FER17] und dem Karpaltunnelsyndrom [GAR22] als Diagnosekriterium genutzt. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingeführte Definition des Begriffs und dessen Berechenbarkeit sollte die bislang subjektiv behafteten Auswerteprozesse effizienter gestalten können.

10 Summary and outlook

This work introduces approaches to reduce the thermally-induced TCP-displacement of high-speed motorized spindles. This aim was reached with an innovative hybrid appraoch, allowing the cause-specific reduction of individual displacement components. Radial and angular displacement can be *avoided* by suitable design measures. The axial displacement is *compensated* on the basis of data-based models.

Chapter 2 begins with an overview of the existing thermal spindle models. The comparison of the works showed that only one author observed a spindle with more than $30{,}000\,\mathrm{rpm}$. Therefore, modeling the spindle in this work at $40{,}000\,\mathrm{rpm}$ was particularly challenging, as the boundary conditions are not validated in this speed range. Additionally, approaches for avoiding, decreasing and compensating the TCP-displacement are presented.

Based on these findings, a hybrid approach to reduce the TCP-displacement was introduced in **chapter 3**. Radial and angular displacement should be avoided through thermosymmetrical design. Since thermal expansion cannot be prevented in principle the resulting axial displacement must be compensated through the use of models based on machine learning. The approaches developed were examined on the basis of models and validated on the basis of empirical observations.

The necessary boundary conditions for the model-based investigation of high-speed motorized spindles were introduced in **chapter 4**. The bearing geometries, the gap between the shaft and housing and the solid body contacts were considered as heat transfer systems. The fluid cooling was realized as fluid mechanical simulation. In addition, the ambient air, the headstock or the test bench, the fluid bore channels in the spindle housing and the heat radiation were modeled as heat sinks. A new approach was introduced that takes into account the non-linear drop in air speed near the rotating shaft on the basis of a logarithmic interpolation model. The primary heat source was the installed permanent magnet synchronous motor. The rolling bearing friction was quantified using a newly introduced semi-empirical approach. For the first time, air friction quantification is accurate at high speeds, as the approaches used to calculate the friction coefficient take into account the occurrence of Taylor vortices in turbulent flow. Contrary to all models in the literature, the effect of shaft rotation on the temperature field of the motor spindle is taken into account for the first time in this work with a corresponding boundary condition.

In the following **chapter 5**, the coupled simulation model of the motor spindle created with the boundary conditions is discussed. The simulation model is based on the thermal FEM, whereby the fluid cooling was modeled as accurately as possible using a coupled CFD-simulation. In addition to idealization and discretization, the focus of this chapter is on the application of boundary conditions. In particular, the air friction can only be correctly integrated through a suitable mounting of the boundary condition. With an additional mechanically/fluid mechanically coupled simulation model, it was possible to prove that mounting equal proportions to the shaft and housing better reproduces the present air velocity distribution. The simulation model is compared with measurements on a spindle test bench, which enabled the precise measurement of temperatures, electrical input power and rotational speed. A separate simulation model of the test bench based on thermal FEM was designed for model validation.

Avoiding radial and angular displacement of the TCP is achieved by means of thermosymmetrical design. In **chapter 6** of the thesis, a method is presented for the first time that makes thermal symmetry and asymmetry calculable. Thermal asymmetry is defined as a shift of the thermal centriod relative to the geometric centroid. If the thermal asymmetry can be reduced to $0\,\mathrm{mm}$, the body under consideration is thermosymmetrical, which means that there is no radial or angular displacement.

Compensating axial displacement of the spindle is achieved using machine learning methods, which were presented in **chapter 7**. Only sensors and measured values that were already part of the observed spindle were used as the data basis in order to improve transferability. In addition to the thermal component, the kinematic component of the axial displacement should also be taken into account. This is archieved by observing the rotational speed as additional data basis. To set up the data-based models using artificial intelligence methods, a separation into training and test runs was made at an early stage. The potential of the data basis was determined using correlation analyses. In particular, sensors that are installed in the direct force flow between the headstock and TCP lead to high correlation coefficients. Artificial neural networks with different network architectures were trained as reference models and for decision-making. In addition, a decision tree and a random forest were trained, which led to better results than the neural networks. Both approaches are thus being used for the first time for TCP displacement reproduction of motor spindles and milling machines in general.

The validation of the methods introduced is carried out in the concluding **chapter 8**. First, based on a temperature comparison between the simulation model and the test bench, it is shown that the simulation model leads to an average absolute temperature deviation of $1{,}09\,°\mathrm{C}$ compared to the measurements. The approach for quantifying thermosymmetrical temperature fields was first evaluated in principle. Based on various simulative investigations, a Pearson correlation coefficient of $0{,}99$ was determined for the relationship between radial displacement and thermal asymmetry. A subsequent analogous empirical verification led to a Pearson correlation coefficient of $0{,}92$. Based on the thermal asymmetry quantification, the fluid cooling systems of motor spindles were improved. Compared to the common spiral motor cooling sleeve, the radial TCP displacement of the spindle was reduced from $4{,}75\,\mu\mathrm{m}$ to $0{,}66\,\mu\mathrm{m}$, which represents an improvement of $86{,}1\,\%$. Finally, the data-based models were validated in a two-stage system. If the models are compared using the training runs (1st stage), an average improvement of $37{,}00\,\mu\mathrm{m}$ ($99{,}8\,\%$) can be achieved. For the models with unknown test runs (2nd stage), the average improvement drops to $34{,}49\,\mu\mathrm{m}$ ($89{,}8\,\%$). In absolute terms, the increase in precision is nevertheless significant.

The novel approaches introduced in this work enable to effectivly *avoid* the thermal radial displacement and to *compensate* the thermal axial displacement. Nevertheless, the comparisons with the empirical investigations in particular revealed potential for further research regarding motorized spindle design:

- The core problem of spindle modeling remains the accurate determination of heat sources. This applies in particular to bearing friction torques at high speeds. New fundamental research, which is accompanied by corresponding empirical investigations on bearing test rigs, should make it possible to quantify bearing friction on the basis of analytical models in the future. Until then, the semi-empirical approach presented here remains a practicable solution.

- Based on the investigations of Gebert [GEB97, pp. 144 – 147], it is considered permissible to neglect the process heat due to chip removal in the high-speed considerations investigated here. However, the process heat is also ignored in considerations with lower speeds (see the work in Tables 5 – 6 on pp. 18 – 19). The analytical quantification and empirical observation of process heat are challenging [HEL23; LIU23]. Nevertheless, a closer examination is required for other spindle types or operating conditions.
- Until now, it has only been possible to record the shaft temperatures for model calibration without rotation. Kajikawa et al. designed a measuring system that is inserted into the hollow shaft of the spindle and transmits three shaft temperatures via a contactless interface on the spindle nose [KAJ24]. In the future, a comparable measurement setup should be designed for the high-speed spindles investigated here in order to be able to better validate the shaft temperatures.
- Purely data-based models for reproducing the TCP-displacement show comparatively high deviations with untrained validation data. Physics-informed machine learning [QIA20; KAR21], which is intended to combine the advantages of physical modeling with those of data-based modeling, offers a potential that has not yet been sufficiently investigated.

The methods developed for thermal asymmetry quantification and artificial intelligence based displacement compensation can also be used in other areas. Further conceivable potentials of the methods are:

- The overall structure of machine tools is even more thermoasymmetrical compared to motorized spindles. According to Brecher & Weck, the overall machine structure causes more than $50\,\mu\mathrm{m}$ radial displacement. The design of thermosymmetrical machine tools has not yet been successful [BRE17, p. 56]. The approach presented in chapter 6 can be used to design thermosymmetrical machine tools with specifically positioned additional cooling channels or geometry adjustments.
- Meanwhile, the deformation of the workpiece during machining is also considered [WAS17]. A thermal asymmetry analysis of the workpiece can enable the adaptation of the G-code to reduce thermally induced errors due to workpiece deformation.
- Thermal asymmetry is also used in the field of medical technology as a basis for analysis. For example, thermal asymmetry is used as a diagnostic criterion for nerve injuries [UEM88a; UEM88b], developmental disorders (Rett syndrome) [SYM15], sports injuries [FER17] and carpal tunnel syndrome [GAR22]. The definition of the term and its calculability introduced in this study should make the previously subjective evaluation processes more efficient.

11 Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung	Begriff
CAD	Computer-Aided Design
CFD	Computational Fluid Dynamics
CRISP-DM	Cross Industry Standard Process for Data Mining
FE	Finite Elemente
FEM	Finite Elemente Methode
HSK	Hohlschaftkegel
LUP	Lehrstuhl Umweltgerechte Produktionstechnik
MAE	Mean Absolute Error
rms	root mean square
RMSE	Root Mean Squared Error
ReLU	Rectified Linear Units
TCP	Tool-Center-Point
THWS	Technische Hochschule Würzburg-Schweinfurt

12 Symbolverzeichnis

Symbol	Einheit	Beschreibung
A	m^2	Fläche
A_1	m^2	Oberfläche der Welle bei Wärmestrahlungsphänomenen
A_2	m^2	Oberfläche des Gehäuses bei Wärmestrahlungsphänomenen
A_L	m^2	Leiterquerschnittsfläche
A_{Mag}	m^2	Oberfläche der Magneten
A_O	m^2	Oberfläche bei Wärmestrahlungsphänomenen
A_W	m^2	Fläche der Wand
A_α	m^2	Fläche der überströmten Wand
AE_{max}	$\mu\mathrm{m}$	maximaler absoluter Fehler
b	m	Flächenbreite
$\mathscr{b}$	–	materialspezifischer, empirisch zu ermittelnder Verlustkoeffizient zur Bestimmung der Hystereseverluste
$\vec{B}$	T	magnetische Flussdichte
$\vec{B}_{max}$	T	Amplitude der magnetischen Flussdichte
c_p	$\mathrm{J/(g\,K)}$	spezifische Wärmekapazität
C_0	N	statische Tragzahl eines Lagers
C_{12}	$\mathrm{W/(m^2\,K^4)}$	Strahlungsaustauschzahl der grauen Körper
$C_{\mathscr{f}}$	–	dimensionsloser Reibkoeffizient
d	–	disc bzw. Scheibe
$d_{(x)}$	–	Scheibe in X-Richtung
$d_{(y)}$	–	Scheibe in Y-Richtung
$d_{(z)}$	–	Scheibe in Z-Richtung
$\mathscr{d}$	m	Durchmesser
$\mathscr{d}_a$	m	Außendurchmesser
$\mathscr{d}_i$	m	Innendurchmesser
$\mathscr{d}_b$	m	Lagerbohrungsdurchmesser
$\mathscr{d}_{b,0}$	mm	Lagerbohrungsdurchmesser in mm
$\mathscr{d}_h$	m	hydraulischer Durchmesser
$\mathscr{d}_{m,0}$	mm	mittlerer Lagerdurchmesser in mm
$\mathscr{d}_{Wälz}$	mm	Durchmesser des Wälzkörpers in mm
$D_{(x)}$	–	Anzahl der Scheiben in X-Richtung
$D_{(y)}$	–	Anzahl der Scheiben in Y-Richtung

Symbol	Einheit	Beschreibung
$D_{(z)}$	–	Anzahl der Scheiben in Z-Richtung
$\mathscr{D}_0$	mm	Lageraußendurchmesser in mm
e_a	m	Hauptachse der Druckellipse
e_b	m	Nebenachse der Druckellipse
$\vec{E}$	V/m	elektrische Feldstärke
f	1/s	Frequenz der Magnetisierung
f_0	–	Lagerbeiwertfaktor (lastunabhängiges Moment)
f_1	–	Lagerbeiwertfaktor (lastabhängiges Moment)
$f_{1\,\%}$	–	halbempirischer Faktor zur Bestimmung der Verluste von Lager 1
$f_{2\,\%}$	–	halbempirischer Faktor zur Bestimmung der Verluste von Lager 2
$f_{3\,\%}$	–	halbempirischer Faktor zur Bestimmung der Verluste von Lager 3
f_{axial}	–	Faktor zur Berücksichtigung axialer Teilbereiche zur Ersatzpositionsbestimmung konvektiver Übergangsbereiche
F_0	N	statische äquivalente Lagerbelastung
F_a	N	axiale Lagerlast
F_{Luft}	N	Luftwiderstandskraft an der Wellenoberfläche
F_{ma}	N	maßgebende Lagerbelastung
F_r	N	radiale Lagerlast
g	$\mathrm{m/s^2}$	Erdbeschleunigung
G	m	Gas-Oberflächenparameter
G_0	m	Gas-Oberflächenparameter bei Referenzdruck und -temperatur
G_1, G_2, G_3, G_4, G_5	–	Messstellen am Spindelgehäuse
G_b	–	Messstelle in einer Bohrung im Spindelgehäuse
Gr	–	Grashof-Zahl
Gr_d	–	Grashof-Zahl mit dem Durchmesser als Bezugsmaß
h	m	Flächenhöhe
H	$\mathrm{N/m^2}$	Mikrohärte
$\vec{H}^*$	A/m	konjugierte magnetische Feldstärke
i	–	Laufvariable der Volumenelemente
I	A	Strom
j	–	Laufvariable der Knotenpunkte der Finiten Elemente

Symbol	Einheit	Beschreibung
J	–	Gesamtanzahl der Knotenpunkte im jeweiligen Volumenelement
k	–	Laufvariable der Entscheidungsbäume
k_H	–	materialspezifischer, empirisch zu ermittelnder Verlustkoeffizient zur Bestimmung der Hystereseverluste
k_R	–	Faktor zur Berücksichtigung der Stromverdrängung
k_W	–	materialspezifischer, empirisch zu ermittelnder Verlustkoeffizient zur Bestimmung der Wirbelstromverluste
k_Z	–	materialspezifischer, empirisch zu ermittelnder Verlustkoeffizient zur Bestimmung der Zusatzverluste
$\Bbbk$	W/K	Gesamtwärmedurchgangskoeffizient eines Wälzlagers
$\Bbbk_{LG}$	W/K	Wärmedurchgangskoeffizient des Spaltes zwischen Wälzlageraußenring und Gehäuse
$\Bbbk_{Wälz}$	W/K	Wärmedurchgangskoeffizient eines Wälzkörpers
K	–	Anzahl der Entscheidungsbäume innerhalb eines Random Forests
l_{21}, l_{22}	m	axial ausgeprägte Längen im konvektiven Übergangsbereich
l_{31}, l_{32}	m	radial ausgeprägte Längen im konvektiven Übergangsbereich
l_{erz}	m	Abstand zum Bereich mit erzwungener Konvektion
l_{frei}	m	Abstand zum Bereich mit freier Konvektion
$l_{über}$	m	Position im konvektiven Übergangsbereich
ℓ_b	m	Länge des durchströmten Bohrungskanals
ℓ_W	m	Länge des Wickeldrahts
ℓ_Z	m	Zylinderlänge
L	m	charakteristische Länge bzw. Bezugsmaß des Konvektionsphänomens
L_{An}	m	Anströmlänge
$\mathscr{L}$	–	Laufvariable der Messläufe
$\mathscr{L}_{ges}$	–	Gesamtanzahl der Messläufe
m	–	Anzahl der Volumenelemente
$m^{(0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente
m_1	°	Flankenneigung des 1. Materials des Verbundes
m_2	°	Flankenneigung des 2. Materials des Verbundes
$m_{d(x)}$	–	Anzahl der Volumenelemente einer Scheibe in X-Richtung
$m_{d(x)}^{(0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente einer Scheibe in X-Richtung

Symbol	Einheit	Beschreibung
$m_{d(x)}^{(\gamma)}$	–	Anzahl der Volumenelemente einer Reihe in Y-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$m_{d(x)}^{(\gamma,0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente einer Reihe in Y-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$m_{d(x)}^{(\zeta)}$	–	Anzahl der Volumenelemente einer Reihe in Z-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$m_{d(x)}^{(\zeta,0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente einer Reihe in Z-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$m_{d(y)}$	–	Anzahl der Volumenelemente einer Scheibe in Y-Richtung
$m_{d(y)}^{(0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente einer Scheibe in Y-Richtung
$m_{d(y)}^{(\zeta)}$	–	Anzahl der Volumenelemente einer Reihe in Z-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$m_{d(y)}^{(\zeta,0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente einer Reihe in Z-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$m_{d(y)}^{(\chi)}$	–	Anzahl der Volumenelemente einer Reihe in X-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$m_{d(y)}^{(\chi,0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente einer Reihe in X-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$m_{d(z)}$	–	Anzahl der Volumenelemente einer Scheibe in Z-Richtung
$m_{d(z)}^{(0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente einer Scheibe in Z-Richtung
$m_{d(z)}^{(1)}$	–	Anzahl der Volumenelemente der 1. Reihe in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$m_{d(z)}^{(2)}$	–	Anzahl der Volumenelemente der 2. Reihe in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$m_{d(z)}^{(3)}$	–	Anzahl der Volumenelemente der 3. Reihe in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$m_{d(z)}^{(1,0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente der 1. Reihe in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$m_{d(z)}^{(2,0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente der 2. Reihe in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$m_{d(z)}^{(3,0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente der 3. Reihe in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$m_{d(z)}^{(\gamma)}$	–	Anzahl der Volumenelemente einer Reihe in Y-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$m_{d(z)}^{(\gamma,0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente einer Reihe in Y-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung

Symbol	Einheit	Beschreibung
$m_{d(z)}^{(\chi)}$	–	Anzahl der Volumenelemente einer Reihe in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$m_{d(z)}^{(\chi,0)}$	–	Anzahl der unbesetzten Volumenelemente einer Reihe in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$m_{K,F}$	$^\circ$	gemittelte absolute Neigung der Flanken des Verbundes
M_0	$\mathrm{N\,mm}$	lastunabhängiges Lagerreibmoment in $\mathrm{N\,mm}$
M_1	$\mathrm{N\,mm}$	lastabhängiges Lagerreibmoment in $\mathrm{N\,mm}$
M_{Luft}	$\mathrm{N\,m}$	Luftreibmoment
$M_{Luft,S}$	$\mathrm{N\,m}$	Luftreibmoment scheibenförmiger Teilbereiche
$M_{Luft,Z}$	$\mathrm{N\,m}$	Luftreibmoment zylinderförmiger Teilbereiche
$M_{VL,a}$	$\mathrm{N\,m}$	analytisch errechnetes Lagerreibmoment
$\mathscr{M}$	–	Laufvariable der Messungen
$\mathscr{M}_{ges}$	–	Gesamtanzahl der Messungen
$\Delta\overline{MAE}$	$\mu\mathrm{m}$	Veränderung des mittleren absoluten Fehlers (Mean Absolute Error)
MAE	$\mu\mathrm{m}$ oder K	mittlerer absoluter Fehler (Mean Absolute Error)
$MAE_{\mathscr{L}}$	$\mu\mathrm{m}$	mittlerer absoluter Fehler (Mean Absolute Error) der einzelnen Messläufe
$\overline{MAE}$	$\mu\mathrm{m}$	mittlerer absoluter Fehler (Mean Absolute Error) gemittelt über die Messläufe
n	$1/\mathrm{s}$	Drehzahl
n_0	min^{-1}	Drehzahl in min^{-1}
Nu	–	Nusselt-Zahl
Nu_d	–	Nusselt-Zahl mit dem Durchmesser als Bezugsmaß
Nu_{d_a}	–	Nusselt-Zahl mit dem Außendurchmesser als Bezugsmaß
Nu_{d_i}	–	Nusselt-Zahl mit dem Innendurchmesser als Bezugsmaß
$Nu_{L_{An}}$	–	Nusselt-Zahl mit der Anströmlänge als Bezugsmaß
Nu_{δ}	–	Nusselt-Zahl mit hydraulischem Durchmesser als Bezugsmaß
P	$\mathrm{N/m^2}$	Druck auf der Oberfläche
P_{Cu}	W	Kupferverluste des Elektromotors
P_{Fe}	W	Eisenverluste des Elektromotors
P_G	$\mathrm{N/m^2}$	Gasdruck
$P_{G,0}$	$\mathrm{N/m^2}$	Referenzdruck
P_H	W	Hystereseverluste
$P_H(t)$	W	augenblickliche Hystereseverluste

Symbol	Einheit	Beschreibung
P_{in}	W	elektrische Eingangsleistung
P_{VL1}	W	halbempirisch ermittelte Reibleistung des Lager 1
P_{VL2}	W	halbempirisch ermittelte Reibleistung des Lager 2
P_{VL3}	W	halbempirisch ermittelte Reibleistung des Lager 3
$P_{VL,a}$	W	analytisch errechnete Lagerreibleistung
$P_{VL1,a}$	W	analytisch errechnete Reibleistung des Lager 1
$P_{VL2,a}$	W	analytisch errechnete Reibleistung des Lager 2
$P_{VL3,a}$	W	analytisch errechnete Reibleistung des Lager 3
$P_{VL,ges,a}$	W	analytisch errechnete Gesamtlagerreibleistung
$P_{VL,ges}$	W	empirisch ermittelte Gesamtlagerreibleistung
$P_{V,Luft}$	W	Luftreibungsverlustleistung
$P_{V,Motor}$	W	Verlustleistung des Elektromotors
P_W	W	Wirbelstromverluste
$P_W(t)$	W	augenblickliche Wirbelstromverluste
$P_{W,Mag}$	W	Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten
P_Z	W	Zusatzverluste
$P_Z(t)$	W	augenblickliche Zusatzverluste
Pr	–	Prandtl-Zahl
$\dot{q}$	W/m^2	Wärmestromdichte
$\mathscr{q}_1$	–	1. Konstante zur Bestimmung freier Konvektion
$\mathscr{q}_2$	–	2. Konstante zur Bestimmung freier Konvektion
$\dot{Q}$	W	Wärmestrom
$\dot{Q}_\infty$	W	Wärmestrom zur Umgebungsluft
$\dot{Q}_{Stock}$	W	Wärmestrom an den Spindelstock/Spindelprüfstand
$\vec{\dot{Q}}$	W	Lastvektor der Wärmeströme
r	m	Radius
r_a	m	Außenradius
r_G	m	Gehäuseradius
r_{grey}	–	Grey-Relational-Grade
$r_{grey,\mathscr{L}}$	–	Grey-Relational-Grade der Messläufe
$\bar{r}_{grey}$	–	über die Messläufe arithmetisch gemittelter Grey-Relational-Grade
r_i	m	Innenradius

Symbol	Einheit	Beschreibung
r_{pear}	–	Pearson-Korrelationskoeffizient
$r_{pear,\mathscr{L}}$	–	Pearson-Korrelationskoeffizient der Messläufe
$\bar{r}_{pear}$	–	über die Messläufe arithmetisch gemittelter Pearson-Korrelationskoeffizient
r_W	m	Wellenradius
$\boldsymbol{r}_i$	m	Position des Schwerpunktes des jeweiligen Volumenelementes
$\boldsymbol{r}^{[g]}$	m	Position des geometrischen Schwerpunktes einer beliebigen Menge von Volumenelementen
$\boldsymbol{r}^{[t]}$	m	Position des thermischen Schwerpunktes einer beliebigen Menge von Volumenelementen
R_1	m	quadratische Rauheit des 1. Materials des Kontaktpaares
R_2	m	quadratische Rauheit des 2. Materials des Kontaktpaares
R_{el}	Ω	elektrischer Widerstand
R_q	m	quadratische Rauheit, engl. rms-roughness
$R_{K,F}$	m	quadratische Rauheit des Kontaktpaares
Ra	–	Rayleigh-Zahl
$Ra_{L_{An}}$	–	Rayleigh-Zahl mit der Anströmlänge als Bezugsmaß
Re	–	Reynolds-Zahl
$Re_{a\delta}$	–	Reynolds-Zahl eines axial durchströmten Ringspaltes mit dem Spaltmaß als Bezugsmaß
Re_d	–	Reynolds-Zahl mit dem Durchmesser als Bezugsmaß
Re_{d_a}	–	Reynolds-Zahl mit dem Außendurchmesser als Bezugsmaß
Re_{d_i}	–	Reynolds-Zahl mit dem Innendurchmesser als Bezugsmaß
Re_r	–	Reynolds-Zahl mit dem Radius als Bezugsmaß
Re_δ	–	Couette-Reynolds-Zahl mit dem Spaltmaß als Bezugsmaß
$RMSE$	μm	Wurzel der mittleren Fehlerquadratsumme (Root Mean Squared Error)
$RMSE_{\mathscr{L}}$	μm	Wurzel der mittleren Fehlerquadratsumme (Root Mean Squared Error) der einzelnen Messläufe
$\overline{RMSE}$	μm	Wurzel der mittleren Fehlerquadratsumme (Root Mean Squared Error) gemittelt über die Messläufe
s	m	Wandstärke
S	m	effekte Spaltbreite einer Kontaktstelle
$\mathcal{S}$	–	Laufvariable der Simulationsläufe

Symbol	Einheit	Beschreibung
$\vec{t}_x$	m	thermische Asymmetrie in X-Richtung
$\vec{t}_{x,d(y)}$	m	thermische Asymmetrie in X-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$\vec{t}_{x,d(z)}$	m	thermische Asymmetrie in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$\vec{t}_y$	m	thermische Asymmetrie in Y-Richtung
$\vec{t}_{y\mathcal{S}}$	m	simulierte thermische Asymmetrie in Y-Richtung
$\vec{t}_{y,d(x)}$	m	thermische Asymmetrie in Y-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$\vec{t}_{y,d(z)}$	m	thermische Asymmetrie in Y-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$\vec{t}_z$	m	thermische Asymmetrie in Z-Richtung
$\vec{t}_{z,d(x)}$	m	thermische Asymmetrie in Z-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$\vec{t}_{z,d(y)}$	m	thermische Asymmetrie in Z-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$\vec{\bar{t}}_y$	m	Mittelwert der simulierten thermischen Asymmetrie in Y-Richtung
$\vec{\bar{t}}_{d(x)}$	m	kumulierte thermische Asymmetrie von Scheiben in X-Richtung
$\vec{\bar{t}}_{d(y)}$	m	kumulierte thermische Asymmetrie von Scheiben in Y-Richtung
$\vec{\bar{t}}_{d(z)}$	m	kumulierte thermische Asymmetrie von Scheiben in Z-Richtung
$\vec{\bar{t}}_{x,d(y)}$	m	kumulierte thermische Asymmetrie in X-Richtung von Scheiben in Y-Richtung
$\vec{\bar{t}}_{x,d(z)}$	m	kumulierte thermische Asymmetrie in X-Richtung von Scheiben in Z-Richtung
$\vec{\bar{t}}_{y,d(x)}$	m	kumulierte thermische Asymmetrie in Y-Richtung von Scheiben in X-Richtung
$\vec{\bar{t}}_{y,d(z)}$	m	kumulierte thermische Asymmetrie in Y-Richtung von Scheiben in Z-Richtung
$\vec{\bar{t}}_{z,d(x)}$	m	kumulierte thermische Asymmetrie in Z-Richtung von Scheiben in X-Richtung
$\vec{\bar{t}}_{z,d(y)}$	m	kumulierte thermische Asymmetrie in Z-Richtung von Scheiben in Y-Richtung
$\vec{\mathcal{T}}$	m	Gesamtthermoasymmetrievektor

Symbol	Einheit	Beschreibung
$\frac{\partial T}{\partial x}$	K/m	Temperaturgradient
$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$	K/m	stationärer Temperaturgradient
ΔT	K	Temperaturdifferenz
T	K	Temperatur
$\bar{T}$	K	arithmetisch gemittelte Messwerte
T_0	K	Referenztemperatur
T_1	K	Oberflächentemperatur der Welle
T_2	K	Oberflächentemperatur des Gehäuses
$T_{außen}$	K	Wandtemperatur der Außenseite
T_B	K	Bezugstemperatur bei Konvektionsphänomenen
$\bar{T}_{d(x)}$	K	mittlere Temperatur einer Scheibe in X-Richtung
$\bar{T}_{d(y)}$	K	mittlere Temperatur einer Scheibe in Y-Richtung
$\bar{T}_{d(z)}$	K	mittlere Temperatur einer Scheibe in Z-Richtung
$\bar{T}^{(1)}_{d(z)}$	K	mittlere Temperatur der 1. Reihe von Volumenelementen in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$\bar{T}^{(2)}_{d(z)}$	K	mittlere Temperatur der 2. Reihe von Volumenelementen in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$\bar{T}^{(3)}_{d(z)}$	K	mittlere Temperatur der 3. Reihe von Volumenelementen in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$\bar{T}^{(\chi)}_{d(z)}$	K	mittlere Temperatur einer Reihe von Volumenelementen in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
T_{Fluid}	K	Temperatur des Fluids
$T_{Hülse}$	K	Wandtemperatur der Fluiddomäne bzw. Kühlhülse
$\bar{T}_i$	K	gemittelte Volumenelement Temperatur
$\bar{T}_{i,d(x)}$	K	mittlere Temperatur eines Volumenelementes einer Scheibe in X-Richtung
$\bar{T}^{(\gamma)}_{i,d(x)}$	K	mittlere Temperatur eines Volumenelementes in einer Reihe in Y-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$\bar{T}^{(\zeta)}_{i,d(x)}$	K	mittlere Temperatur eines Volumenelementes in einer Reihe in Z-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$\bar{T}_{i,d(y)}$	K	mittlere Temperatur eines Volumenelementes einer Scheibe in Y-Richtung
$\bar{T}^{(\zeta)}_{i,d(y)}$	K	mittlere Temperatur eines Volumenelementes in einer Reihe in Z-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$\bar{T}^{(\chi)}_{i,d(y)}$	K	mittlere Temperatur eines Volumenelementes in einer Reihe in X-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung

Symbol	Einheit	Beschreibung
$\bar{T}_{i,d(z)}$	K	mittlere Temperatur eines Volumenelementes einer Scheibe in Z-Richtung
$\bar{T}^{(\gamma)}_{i,d(z)}$	K	mittlere Temperatur eines Volumenelementes in einer Reihe in Y-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$\bar{T}^{(\chi)}_{i,d(z)}$	K	mittlere Temperatur eines Volumenelementes in einer Reihe in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
T_{innen}	K	Wandtemperatur der Innenseite
$\bar{T}_j$	K	Temperatur der Knotenpunkte
T_m	K	mittlere Temperatur des Fluids
$T_{\mathscr{M}}$	K	Temperatur einer Messung
T_O	K	Temperatur der Oberfläche
$T_{Rücklauf}$	K	Rücklauftemperatur des Flüssigkeitskühlkreislaufs
$T_{Spindel}$	K	Spindeloberflächentemperatur
T_{Stock}	K	Spindelstocktemperatur bzw. Spindelprüfstandstemperatur im Kontaktbereich
T_{Wand}	K	Temperatur der überströmten Wand
T_{Zulauf}	K	Zulauftemperatur des Flüssigkeitskühlkreislaufs
T_∞	K	Umgebungstemperatur der Luft
$\vec{T}$	K	Temperaturvektor
$\hat{T}_{\mathscr{M}}$	K	simulierte Temperatur an der Sensormessstelle
Ta	–	Taylor-Zahl
Ta_{d_h}	–	Taylor-Zahl mit dem hydraulischen Durchmesser als Bezugsmaß
v	m/s	Geschwindigkeit
v_{axial}	m/s	Axialgeschwindigkeit der Luft im Ringspalt
v_{erz}	m/s	Luftgeschwindigkeit bei erzwungener Konvektion
v_{Fluid}	m/s	Geschwindigkeit des Fluids
v_{frei}	m/s	Luftgeschwindigkeit bei freier Konvektion
v_r	m/s	Umfangsgeschwindigkeit an der Wellenoberfläche
v_u	m/s	Wälzkörperumfangsgeschwindigkeit
V_{11}, V_{21}, V_{31}	m^3	Volumenelemente der 1. Reihe in Y-Richtung
V_{12}, V_{22}, V_{32}	m^3	Volumenelemente der 2. Reihe in Y-Richtung
V_i	m^3	Volumenelement
$\dot{V}$	m^3/s	Volumenstrom

Symbol	Einheit	Beschreibung
W_1,W_2,W_3 W_4,W_5	–	Messstellen auf der Spindelwelle
$x^{[g]}$	m	Position des geometrischen Schwerpunktes in X-Richtung
$x^{[t]}$	m	Position des thermischen Schwerpunktes in X-Richtung
x_i	m	Position des Volumenelementes in X-Richtung
$x_{d(x)}$	m	Position einer Scheibe in X-Richtung
$x_{d(y)}^{[g]}$	m	Position des geometrischen Schwerpunktes in X-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$x_{d(y)}^{[t]}$	m	Position des thermischen Schwerpunktes in X-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$x_{d(y)}^{(\zeta)}$	m	Position einer Reihe von Volumenelementen in Z-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$x_{d(y)}^{(\chi)}$	m	Position einer Reihe von Volumenelementen in X-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$x_{d(z)}^{(1)}$	m	Position der 1. Reihe von Volumenelementen in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$x_{d(z)}^{(2)}$	m	Position der 2. Reihe von Volumenelementen in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$x_{d(z)}^{(3)}$	m	Position der 3. Reihe von Volumenelementen in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$x_{d(z)}^{[g]}$	m	Position des geometrischen Schwerpunktes in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$x_{d(z)}^{[t]}$	m	Position des thermischen Schwerpunktes in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$x_{d(z)}^{(\chi)}$	m	Position einer Reihe von Volumenelementen in X-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
y	m	Verlagerung in Y-Richtung
$y^{[g]}$	m	Position des geometrischen Schwerpunktes in Y-Richtung
$y^{[t]}$	m	Position des thermischen Schwerpunktes in Y-Richtung
y_i	m	Position des Volumenelementes in Y-Richtung
$y_{d(x)}^{[g]}$	m	Position des geometrischen Schwerpunktes in Y-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$y_{d(x)}^{[t]}$	m	Position des thermischen Schwerpunktes in Y-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$y_{d(x)}^{(\gamma)}$	m	Position einer Reihe von Volumenelementen in Y-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$y_{d(y)}$	m	Position einer Scheibe in Y-Richtung

Symbol	Einheit	Beschreibung
$y_{d(z)}^{[g]}$	m	Position des geometrischen Schwerpunktes in Y-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$y_{d(z)}^{[t]}$	m	Position des thermischen Schwerpunktes in Y-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$y_{d(z)}^{(\gamma)}$	m	Position einer Reihe von Volumenelementen in Y-Richtung einer Scheibe in Z-Richtung
$y_{\mathcal{S}}$	m	simulierte Verlagerung in Y-Richtung
$\bar{y}$	m	arithmetischer Mittelwert der simulierten Verlagerung in Y-Richtung
z	–	Wälzkörperanzahl eines Wälzlagers
$\bar{z}$	m	arithmetisch gemittelte gemessene axiale Z-Verlagerung
$z^{[g]}$	m	Position des geometrischen Schwerpunktes in Z-Richtung
$z^{[t]}$	m	Position des thermischen Schwerpunktes in Z-Richtung
$z_{d(x)}^{[g]}$	m	Position des geometrischen Schwerpunktes in Z-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$z_{d(x)}^{[t]}$	m	Position des thermischen Schwerpunktes in Z-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$z_{d(x)}^{(\zeta)}$	m	Position einer Reihe von Volumenelementen in Z-Richtung einer Scheibe in X-Richtung
$z_{d(y)}^{[g]}$	m	Position des geometrischen Schwerpunktes in Z-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$z_{d(y)}^{[t]}$	m	Position des thermischen Schwerpunktes in Z-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$z_{d(y)}^{(\zeta)}$	m	Position einer Reihe von Volumenelementen in Z-Richtung einer Scheibe in Y-Richtung
$z_{d(z)}$	m	Position einer Scheibe in Z-Richtung
$z_{\mathcal{M}}$	m	gemessene axiale Z-Verlagerung
$\hat{z}_k$	m	Vorhersage der axialen Z-Verlagerung bei den jeweiligen Eingangsgrößen bzw. Messwerten eines Entscheidungsbaumes
$\hat{z}_{\mathcal{M}}$	m	Vorhersage der axialen Z-Verlagerung bei den jeweiligen Eingangsgrößen bzw. Messwerten

Griechische Symbole

Symbol	Einheit	Beschreibung
α	$\mathrm{W/(m^2\,K)}$	Wärmeübergangskoeffizient
α_{frei}	$\mathrm{W/(m^2\,K)}$	Wärmeübergangskoeffizient bei freier Konvektion
α_{erz}	$\mathrm{W/(m^2\,K)}$	Wärmeübergangskoeffizient bei erzwungener Konvektion
$\alpha_{erz,S}$	$\mathrm{W/(m^2\,K)}$	Wärmeübergangskoeffizient bei erzwungener Konvektion (scheibenförmige Teilbereiche)
$\alpha_{erz,Z}$	$\mathrm{W/(m^2\,K)}$	Wärmeübergangskoeffizient bei erzwungener Konvektion (zylinderförmige Teilbereiche)
α_K	$\mathrm{W/(m^2\,K)}$	Wärmeübergangskoeffizient einer Kontaktstelle
$\alpha_{K,F}$	$\mathrm{W/(m^2\,K)}$	Wärmeübergangskoeffizient der Festörperkontakte
$\alpha_{K,G}$	$\mathrm{W/(m^2\,K)}$	Wärmeübergangskoeffizient des Gases im Kontaktspalt
$\alpha_{über,S}$	$\mathrm{W/(m^2\,K)}$	Wärmeübergangskoeffizient im konvektiven Übergangsbereich (scheibenförmige Teilbereiche)
$\alpha_{über,Z}$	$\mathrm{W/(m^2\,K)}$	Wärmeübergangskoeffizient im konvektiven Übergangsbereich (zylinderförmige Teilbereiche)
α_∞	$\mathrm{W/(m^2\,K)}$	Wärmeübergangskoeffizient zur Umgebungsluft
β	1/K	räumlicher Wärmeausdehnungskoeffizient
δ	m	Spaltmaß
δ_G	m	thermische bzw. strömungsmechanische Grenzschicht
δ_x	m	Radialverlagerung am Tool-Center-Point in X-Richtung
δ_y	m	Radialverlagerung am Tool-Center-Point in Y-Richtung
δ_z	m	Axialverlagerung am Tool-Center-Point in Z-Richtung
ϵ	–	Emissionsgrad bei Wärmestrahlungsphänomenen
ϵ_1	–	Emissionsgrad der Welle (Wärmestrahlung)
ϵ_2	–	Emissionsgrad des Gehäuses (Wärmestrahlung)
ε_x	°	Winkelverlagerung am Tool-Center-Point in X-Richtung
ε_y	°	Winkelverlagerung am Tool-Center-Point in Y-Richtung
ζ	–	Reihe von Volumenelementen in Z-Richtung
κ_∞	$\mathrm{m^2/s}$	Temperaturleitfähigkeit der Umgebungsluft
θ	°	Winkel der Hystereseschleife
$\varkappa$	$1/(\Omega\,\mathrm{m})$	elektrische Leitfähigkeit
λ	$\mathrm{W/(m\,K)}$	Wärmeleitfähigkeit
λ_1	$\mathrm{W/(m\,K)}$	Wärmeleitfähigkeit des 1. Materials des Kontaktpaares

Symbol	Einheit	Beschreibung
λ_2	$\mathrm{W/(m\,K)}$	Wärmeleitfähigkeit des 2. Materials des Kontaktpaares
λ_G	$\mathrm{W/(m\,K)}$	Wärmeleitfähigkeit des Gases im Spalt
$\lambda_{K,F}$	$\mathrm{W/(m\,K)}$	mittlere harmonische Wärmeleitfähigkeit des Kontaktpaares
λ_∞	$\mathrm{W/(m\,K)}$	Wärmeleitfähigkeit der Umgebungsluft
$\boldsymbol{\lambda}$	$\mathrm{W/(m\,K)}$	Gesamtleitfähigkeitsmatrix
μ	$\mathrm{N\,s/m^2}$	dynamische Viskosität
ξ	–	Faktor zur Bestimmung des Wärmeüberganges von rotierenden Scheiben in Gehäusen
$\xi_{\mathscr{M}}$	–	Grey-Relational-Koeffizient
Ξ_W	$\mathrm{m^2/s}$	Wirbeldiffusion
ρ	$\mathrm{g/m^3}$	Dichte
ν	$\mathrm{m^2/s}$	kinematische Viskosität
ν_0	$\mathrm{mm^2/s}$	kinematische Viskosität in $\mathrm{mm^2/s}$
ν_∞	$\mathrm{m^2/s}$	kinematische Viskosität der Umgebungsluft
σ	$\mathrm{W/(m^2\,K^4)}$	Stefan-Boltzmann-Konstante
τ_{Luft}	$\mathrm{N/m^2}$	Schubspannung der Luft
τ_r	$\mathrm{N/m^2}$	Schubspannung an der Oberfläche eines rotierenden Körpers
χ	–	Reihe von Volumenelementen in X-Richtung
ω	$\mathrm{1/s}$	Winkelgeschwindigkeit

13 Abbildungsverzeichnis

14 Tabellenverzeichnis

15 Literaturverzeichnis

[ABE10] ABELE, E.; ALTINTAS, Y. & BRECHER, C. 2010. Machine tool spindle units. In: Hrsg. Bd. 59.-., S. 781–802. ISSN: 0007-8506.

[AND14] ANDERL, R. & BINDE, P. 2014. *Simulationen mit NX - Kinematik, FEM, CFD, EM und Datenmanagement mit zahlreichen Beispielen für NX 9*. München: Carl Hanser Verlag.

[ANT05] ANTOULAS, A. C. 2005. *Approximation of Large-Scale Dynamical Systems*. Society for Industrial und Applied Mathematics. DOI: 10.1137/1.9780898718713.

[ANT84] ANTONETTI, V. W. & YOVANOVICH, M. M. 1984. Thermal Contact Resistance in Microelectronic Equipment. *Thermal Management Concepts in Microelectronic Packaging From Component to System, ISHM Technical Monograph Series 6984-003*, (0), S. 135–151.

[ANT93] ANTONETTI, V. W.; WHITTLE, T. D. & SIMONS, R. E. 1993. An Approximate Thermal Contact Conductance Correlation. *Journal of Electronic Packaging*, **115**(1), S. 131–134. ISSN: 1043-7398. DOI: 10.1115/1.2909293.

[ATT79] ATTIA, M. H. & KOPS, L. 1979. Computer Simulation of Nonlinear Thermoelastic Behavior of a Joint in Machine Tool Structure and its Effect on Thermal Deformation. *Journal of Engineering for Industry*, **101**(3), S. 355–361. ISSN: 0022-0817. DOI: 10.1115/1.3439518.

[AUM23] AUMANN, Q.; BENNER, P.; SAAK, J. & VETTERMANN, J. 2023. Model Order Reduction Strategies for the Computation of Compact Machine Tool Models. In: IHLENFELDT, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer International Publishing, S. 132–145. ISBN: 978-3-031-34486-2.

[BAC16] BACKHAUS, K.; ERICHSON, B.; PLINKE, W. & WEIBER, R. 2016. *Multivariate Analysemethoden: Eine anwendungsorientierte Einführung*. 14. Aufl., Berlin Heidelberg: Springer Gabler. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-662-46076-4.

[BAE06] BAEHR, D. & STEPHAN, K. 2006. *Heat and Mass Transfer*. Berlin Heidelberg: Springer.

[BAE22] BAE, W.; KIM, J.; CHO, S.; KIM, Y. & LEE, S.-K. 2022. Suppression of thermal deformation of machine tool spindle using TiC-Fe composite. *Journal of Mechanical Science and Technology*, **36**(5), S. 2511–2520. ISSN: 1976-3824. DOI: 10.1007/s12206-022-0433-y.

[BAR21] BARD, S. 2021. *Kohlenstofffaser-Epoxydharz-Verbunde mit erhöhter Wärmeleitfähigkeit*. Bayreuth, Lehrstuhl für Polymere Werkstoffe, Dissertation.

[BAU09] BAUR, U. & BENNER, P. 2009. *at - Automatisierungstechnik*, **57**(8), S. 411–419. DOI: doi:10.1524/auto.2009.0787.

[BEC09] BECKERT, U.; SCHULZE, R. & INTERNATIONALES WISSENSCHAFTLICHES KOLLOQUIUM (IWK). TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU ; 51 (ILMENAU) : 2006.09.11-15. 2009. Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten von hochtourigen PM-Synchronmaschinen., **51, 2006**(0), Session 6.4. ISBN: 3-938843-15-2.

[BEE92] BEER, H. 1992. *Thermodynamik III*. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt.

[BER14] BERNHARD, F. 2014. *Handbuch der Technischen Temperaturmessung*. ISBN: 978-3-642-24505-3. DOI: 10.1007/978-3-642-24506-0.

[BER88] BERTOTTI, G. 1988. General properties of power losses in soft ferromagnetic materials. *IEEE Transactions on Magnetics*, **24**(1), S. 621–630. DOI: 10.1109/20.43994.

[BIL73] BILGEN, E. & BOULOS, R. 1973. Functional Dependence of Torque Coefficient of Coaxial Cylinders on Gap Width and Reynolds Numbers. *Journal of Fluids Engineering*, **95**(1), S. 122–126. ISSN: 0098-2202. DOI: 10.1115/1.3446944.

[BIN17] BINDER, A. »Permanentmagneterregte Synchronmaschinen«. In: *Elektrische Maschinen und Antriebe: Grundlagen, Betriebsverhalten*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2017, S. 617–749. ISBN: 978-3-662-53241-6. DOI: 10.1007/978-3-662-53241-6_9. https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_9.

[BIR91] BIRKHOFER, M. 1991. *Maschinenelemente II*. Darmstadt: Technische Universität Darmstadt.

[BLA17] BLASER, P.; PAVLIČEK, F.; MORI, K.; MAYR, J.; WEIKERT, S. & WEGENER, K. 2017. Adaptive learning control for thermal error compensation of 5-axis machine tools. *Journal of Manufacturing Systems*, **44**(0), S. 302–309. ISSN: 0278-6125. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2017.04.011.

[BOS00] BOSSMANNS, B. & TU, J. F. 2000. A Power Flow Model for High Speed Motorized Spindles—Heat Generation Characterization. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **123**(3), S. 494–505. ISSN: 1087-1357. DOI: 10.1115/1.1349555.

[BOS99] BOSSMANNS, B. & TU, J. F. 1999. A thermal model for high speed motorized spindles. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **39**(9), S. 1345–1366. ISSN: 0890-6955. DOI: https://doi.org/10.1016/S0890-6955(99)00005-X.

[BÖT94] BÖTTGER, U. 1994. *Hydrostatisch gelagerte Präzisionsspindeln : Möglichkeiten zur thermischen Stabilisierung*. 1. Aufl., RWTH Aachen, Dissertation. Aachen: Shaker Verlag. ISBN: 978-3-8265-0010-7.

[BOU19] BOUBAKER, N.; MATT, D.; ENRICI, P.; NIERLICH, F. & DURAND, G. 2019. Measurements of Iron Loss in PMSM Stator Cores Based on CoFe and SiFe Lamination Sheets and Stemmed From Different Manufacturing Processes. *IEEE Transactions on Magnetics*, **55**(1), S. 1–9. DOI: 10.1109/TMAG.2018.2877995.

[BRE01] BREIMAN, L. 2001. Random Forests. *Machine Learning*, **45**(1), S. 5–32. ISSN: 1573-0565. DOI: 10.1023/A:1010933404324.

[BRE04] BRECHER, C.; HIRSCH, P. & WECK, M. 2004. Compensation of Thermoelastic Machine Tool Deformation Based on Control internal Data. *Cirp Annals-manufacturing Technology - CIRP ANN-MANUF TECHNOL*, **53**(1), S. 299–304. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60702-1.

[BRE09] BRECHER, C. & WISSMANN, A. 2009. Optimierung des thermischen Verhaltens von Fräsmaschinen. *Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb*, **104**(6), S. 437–441. DOI: doi:10.3139/104.110102.

[BRE14] BRECHER, C.; WENNEMER, M. & FEY, M. 2014. Temperaturstabile Werkzeugmaschinen : Messverfahren zur volumetrischen Korrektur thermoelastischer Verlagerungen. *wt Werkstattstechnik online*, **104**(1), S. 490–495.

[BRE17] BRECHER, C. & WECK, M. 2017. *Werkzeugmaschinen Fertigungssysteme: Konstruktion, Berechnung und messtechnische Beurteilung*. Wiesbaden: Springer Vieweg. ISBN: 978-3-662-46566-0. DOI: 10.1007/978-3-662-46567-7.

[BRE18] BRECHER, C.; KLATTE, M.; LEE, T. H. & TZANETOS, F. 2018. Metrological analysis of a mechatronic system based on novel deformation sensors for thermal issues in machine tools. *Procedia CIRP*, **77**(1), S. 517–520. DOI: 10.1016/j.procir.2018.08.245.

[BRE19] BRECHER, C. & WECK, M. 2019. *Werkzeugmaschinen Fertigungssysteme 1: Maschinenarten und Anwendungsbereiche*. 9. Aufl., Berlin Heidelberg: Springer Vieweg. ISBN: 978-3-662-46565-3. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-662-46565-3.

[BRE21] BRECHER, C.; STEINERT, A.; SPIERLING, R. & NEUS, S. 2021. Efficient parametrisation of thermoelastic correction models for externally driven spindles. *MM Science Journal*, **2021**(3), S. 4291–4298. DOI: 10.17973/MMSJ.2021_03_2020076.

[BRE23] BRECHER, C.; DEHN, M. & NEUS, S. 2023. A Data-Based Model of the Thermo-Elastic TCP Error Using the Encoder Difference and Neural Networks. In: IHLENFELDT, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer International Publishing, S. 119–131. ISBN: 978-3-031-34486-2.

[BRY67] BRYAN, J. 1967. International Status of Thermal Error Research (1967). In: LABORATORY, L. R., Hrsg. *17th General Assembly of CIRP*.-., Livermore: University of California, S. 25–50.

[BRY90] BRYAN, J. 1990. International Status of Thermal Error Research (1990). *CIRP Annals*, **39**(2), S. 645–656. ISSN: 0007-8506. DOI: https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)63001-7.

[BUT07] BUTZ, F. 2007. *Gestaltung der Loslagerung von Werkzeugmaschinenspindeln*. Aachen: Shaker Verlag.

[CAD24] CADFEM. 2024. *Model reduction inside Ansys - model reduction for faster calculations*. Verfügbar: https://www.cadfem.net/en/our-solutions/cadfem-ansys-extensions/model-reduction-inside-ansys.html. Zugriff: 15.1.2024.

[CAL66] CALY, R. & SCHULZ-GRUNOW, F. 1966. *Der Wärmeübergang an einer im geschlossenen Gehäuse rotierenden Scheibe*. 1. Aufl., Aachen, RWTH Aachen, Dissertation. ISBN: 978-3-663-06969-0. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-663-06969-0.

[CAR92] CARPENTER, G.; GROSSBERG, S.; MARKUZON, N.; REYNOLDS, J. & ROSEN, D. 1992. Fuzzy ARTMAP: A Neural Network Architecture for Incremental Supervised Learning of Analog Multidimensional Maps. *Neural Networks, IEEE Transactions on*, **3**(0), S. 698–713. DOI: 10.1109/72.159059.

[CHA00] CHAPMAN, P.; CLINTON, J.; KERBER, R.; KHABAZA, T.; REINARTZ, T.; SHEARER, C. & WIRTH, R. *CRISP-DM 1.0 Step-by-step data mining guide*. Techn. Ber. The CRISP-DM consortium, Aug. 2000. http://www.crisp-dm.org/CRISPWP-0800.pdf.

[CHE03] CHEN, J.-S. & HSU, W.-Y. 2003. Characterizations and models for the thermal growth of a motorized high speed spindle. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **43**(11), S. 1163–1170. ISSN: 0890-6955. DOI: https://doi.org/10.1016/S0890-6955(03)00103-2.

[CHE22] Chen, B.; Guan, X.; Cai, D. & Li, H. 2022. Simulation on thermal characteristics of high-speed motorized spindle. *Case Studies in Thermal Engineering*, **35**(0), S. 102144. issn: 2214-157X. doi: https://doi.org/10.1016/j.csite.2022.102144.

[CHE95] Chen, J.-S. 1995. A Study of the Thermally-Induced Machine Tool Errors in Real Cutting Conditions. *International Journal of Machine Tools & Manufacture - INT J MACH TOOL MANUF*, **36**(12), S. 1401–1411.

[CHU75] Churchill, S. W. & Chu, H. H. 1975. Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Vertical Plate. In: Hrsg. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Bd. 18.-., S. 1323–1329.

[CHU82] Churchill, S. W. 1982. *A correlating equation for almost everything*. Thornton: Etaner Press.

[COH88] Cohen, J. 1988. *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. Lawrence Erlbaum Associates.

[COO69] Cooper, M.; Mikic, B. & Yovanovich, M. 1969. Thermal contact conductance. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **12**(3), S. 279–300. issn: 0017-9310. doi: https://doi.org/10.1016/0017-9310(69)90011-8.

[CUI18] Cui, Y.; Li, H.; Li, T. & Chen, L. 2018. An accurate thermal performance modeling and simulation method for motorized spindle of machine tool based on thermal contact resistance analysis. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **96**(5), S. 2525–2537. issn: 1433-3015. doi: 10.1007/s00170-018-1593-x.

[DAI22] Dai, Y.; Tao, X.; Xuan, L.; Qu, H. & Wang, G. 2022. Thermal error prediction model of a motorized spindle considering variable preload. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **121**(7), S. 4745–4756. issn: 1433-3015. doi: 10.1007/s00170-022-09679-y.

[DAI60] Daily, J. W. & Nece, R. E. 1960. Chamber Dimension Effects on Induced Flow and Frictional Resistance of Enclosed Rotating Disks. *J. Basic Eng.*, **82**(1), S. 217–230.

[DEN11] Denkena, B.; Möhring, H.-C.; Hackelöer, F.; Hülsemeyer, L.; Dahlmann, D.; Augenstein, E.; Nelles, J. & A., G. 2011. Effiziente Fluidtechnik für Werkzeugmaschinen. In: Hrsg. *Werkstatttechnik online*.-., Springer-VDI-Verlag GmbH & Co. KG.

[DEN18] Denkena, B.; Bergmann, B.; Klemme, H. & Dahlmann, D. 2018. Cooling Potential of Heat Pipes and Heat Exchangers within a Machine Tool Spindle. In: Ihlenfeldt, S., Hrsg. *1st International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2018)*.-., Dresden: Technische Universität Dresden.

[DEN20a] Denkena, B.; Bergmann, B. & Klemme, H. 2020. Cooling of motor spindles—a review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **110**(11), S. 3273–3294. issn: 1433-3015. doi: 10.1007/s00170-020-06069-0.

[DEN20b] Denkena, B.; Bergmann, B. & Klemme, H. 2020. Methodology for thermal optimization of motor spindles. In: Hrsg.-., euspen.

[DEN21] Denkena, B.; Bergmann, B.; Kono, K.; Ishiguro, R. & Klemme, H. 2021. Characterization of heat conductivity of eccentrically rotating heat pipes used for cooling of motor spindles. *MM Science Journal*, **2021**(0), S. 4698–4705. doi: 10.17973/MMSJ.2021_7_2021078.

[DON18] Dong, C.; Li, K.; Jiang, Y.; Arola, D. & Zhang, D. 2018. Evaluation of thermal expansion coefficient of carbon fiber reinforced composites using electronic speckle interferometry. *Opt. Express*, **26**(1), S. 531–543. doi: 10.1364/OE.26.000531.

[DRO57] Dropkin, D. & Carmi, A. 1957. Natural-Convection Heat Transfer Form a Horizontal Cylinder Rotating in Air. In: Hrsg. *Transaction of the ASME*. Bd. 5.-., S. 741–749.

[DU15] Du, Z.-C.; Yao, S.-Y. & Yang, J.-G. 2015. Thermal behavior analysis and thermal error compensation for motorized spindle of machine tools. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, **16**(7), S. 1571–1581. issn: 2005-4602. doi: 10.1007/s12541-015-0207-x.

[EHM12] Ehmer, M. & Khan, F. 2012. A Comparative Study of White Box, Black Box and Grey Box Testing Techniques. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, **3**(0), doi: 10.14569/IJACSA.2012.030603.

[EKB02] Ekblad, U. »Radial Basis Function Networks (RBFN)«. Diss. Jan. 2002.

[ERT16] Ertel, W. 2016. *Grundkurs Künstliche Intelligenz. Eine praxisorientierte Einführung*. 4. Aufl., Wiesbaden: Springer Vieweg. isbn: 978-3-658-13549-2. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-658-13549-2.

[ESC78] ESCHMANN, P.; HASBARGEN, L. & WEIGAND, K. 1978. *Die Wälzlagerpraxis*. München, Wien: Oldenburg Verlag.

[FÉN11] FÉNOT, M.; BERTIN, Y.; DORIGNAC, E. & LALIZEL, G. 2011. A review of heat transfer between concentric rotating cylinders with or without axial flow. In: Hrsg. Bd. 50.-., S. 1138–1155. ISSN: 1290-0729.

[FEN15] FENG, W.; YAO, X.; AZAMAT, A. & YANG, J. 2015. Straightness error compensation for large CNC gantry type milling centers based on B-spline curves modeling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **88**(0), S. 165–174. ISSN: 0890-6955. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2014.09.006.

[FER17] FERNÁNDEZ-CUEVAS, I.; ARNÁIZ LASTRAS, J.; ESCAMILLA GALINDO, V. & GÓMEZ CARMONA, P. »Infrared Thermography for the Detection of Injury in Sports Medicine«. In: *Application of Infrared Thermography in Sports Science*. Hrsg. von PRIEGO QUESADA, J. I. Cham: Springer International Publishing, 2017, S. 81–109. ISBN: 978-3-319-47410-6. DOI: 10.1007/978-3-319-47410-6_4. https://doi.org/10.1007/978-3-319-47410-6_4.

[FET09] FETZER, A. & FRÄNKEL, H. 2009. *Mathematik 2, Lehrbuch für ingenieurwissenschaftliche Studiengänge*. Berlin Heidelberg: Springer. ISBN: 978-3-540-34247-2. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-540-34247-2.

[FOU22] FOURIER, J. B. J. 1822. *Théorie Analytique de la Chaleur*. Reprint (2009): Cambridge University Press.

[FRI81] FRIEDMAN, J. H. & STUETZLE, W. 1981. Projection Pursuit Regression. *Journal of the American Statistical Association*, **76**(376), S. 817–823. DOI: 10.1080/01621459.1981.10477729.

[FUJ18] FUJISHIMA, M.; NARIMATSU, K.; IRINO, N. & IDO, Y. 2018. Thermal displacement reduction and compensation of a turning center. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, **22**(0), DOI: 10.1016/j.cirpj.2018.04.003.

[FUJ19] FUJISHIMA, M.; NARIMATSU, K.; IRINO, N.; MORI, M. & IBARAKI, S. 2019. Adaptive thermal displacement compensation method based on deep learning. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, **25**(1), S. 22–25. DOI: 10.1016/j.cirpj.2019.04.002.

[GAN12] GANESH, K.; DAWOOD, A. K.; KAMALESH, N. V. & KARTHIKEYAN, M. 2012. CFD Analysis of cooling channels in built-in motorized high speed spindle. *Engineering Science and Technology an International Journal*, **2**(0), S. 2012.

[GAN23] GANSER, M.; HEILMANN, M.; HERRANZ GARCIA, M. & KEMPKES, J. 2023. PyEMMO - a Python based software for the finite element modelling of electrical machines in ONELAB. In: Hrsg. *E-Motive Konferenz*.-., Schweinfurt: S. 1–8.

[GAR22] GARCÍA BECERRA, A.; OLGUÍN TIZNADO, J. E.; GARCÍA ALCARAZ, J. L.; CAMARGO WILSON, C.; LÓPEZ BARRERAS, J. A.; CANO GUTIÉRREZ, J. C. & GARCIA-RIVERA, R. B. 2022. Temperature Asymmetry Analysis between Left and Right Wrist with Sensory and Infrared Thermography. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, **19**(16), ISSN: 1660-4601. DOI: 10.3390/ijerph191610240.

[GEB97] GEBERT, K. 1997. *Ein Beitrag zur thermischen Modellbildung von schnelldrehenden Motorspindeln*. Aachen: Shaker Verlag.

[GER69] GEROPP, D. 1969. Der turbulente Wärmeübergang am rotierenden Zylinder. *Ingenieur Archiv 38*, **4**(5), S. 195–203.

[GIE02] GIERAS, J. 2002. *Permanent Magnet Motor Technology*. 2. Aufl., New York: Marcel Dekker.

[GISS21] GISSKE, C.; ALBRECHT, T.; WIEMER, H.; ESSWEIN, W. & IHLENFELDT, S. 2021. A proposal for a systematization and the taxonomy of the methods of the rectify thermally induced errors on existing machine tools. *MM Science Journal*, **2021**(1), S. 4692–4697. DOI: 10.17973/MMSJ.2021_7_2021077.

[GLE08] GLEICH, S. 2008. *Simulation des thermischen Verhaltens spanender Werkzeugmaschinen in der Entwurfsphase*. TU Chemnitz: Verlag Wiss. Scripten.

[GNI75] GNIELINSKI, V. 1975. Neue Gleichungen für den Wärme- und den Stoffübergang in turbulent durchströmten Rohren und Kanälen. *Forschung im Ingenieurwesen A*, **41**(1), S. 8–16. ISSN: 1434-0860. DOI: 10.1007/BF02559682.

[GNI86] GNIELINSKI, V. 1986. Correlations for Pressure Drop in Helically Coiled Tubes. *Int. chem. Eng.*, **26**(1), S. 36–44.

[GNI95] GNIELINSKI, V. 1995. Ein neues Berechnungsverfahren für die Wärmeübertragung im Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Rohrströmung. *Forschung im Ingenieurwesen*, **61**(9), S. 240–248. ISSN: 1434-0860. DOI: 10.1007/BF02607964.

[GOO17] GOODMAN, B. & FLAXMAN, S. 2017. European Union Regulations on Algorithmic Decision-Making and a "Right to Explanation". *AI Magazine*, **38**(3), S. 50–57. DOI: 10.1609/aimag.v38i3.2741.

[GRO12] GROSSMANN, K.; GALANT, A. & MÜHL, A. 2012. Thermo-elastische Berechnung von Werkzeugmaschinen-Baugruppen. *Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb*, **107**(6), S. 457–461. DOI: doi:10.3139/104.110784.

[HAR01] HARRIS, T. A. 2001. *Rolling Bearing Analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

[HAR07] HARRIS, T. A. & MICHAEL, N. K. 2007. *Rolling Bearing Analysis: Advanced Concepts of Bearing Technology*. Boca Raton: Taylor & Francis Group, LLC.

[HAR59] HARTNETT, J. P. 1959. Heat Transfer From a Nonisothermal Disk Rotating in Still Air. In: Hrsg. *Journal of Applied Mechanics*. Bd. 12.-., S. 672–673.

[HEI23] HEINZE, T.; KORIATH, H.-J. & KUZNETSOV, A. P. 2023. Thermal Growth of Motor Spindle Units. In: IHLENFELDT, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer International Publishing, S. 219–239. ISBN: 978-3-031-34486-2.

[HEL23] HELMIG, T.; LIU, H.; WINTER, S.; BERGS, T. & KNEER, R. 2023. Development of a Tool Temperature Simulation During Side Milling. In: IHLENFELDT, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer International Publishing, S. 308–317. ISBN: 978-3-031-34486-2.

[HER08] HERWIG, H. & MOSCHALLSKI, A. 2008. *Grundlagen der Wärme- und Stoffübertragung - Vorlesungsskript*. Magdeburg: Otte-von-Güricke-Universität.

[HER12] HERING, E.; MARTIN, R.; GUTEKUNST, J. & KEMPKES, J. 2012. *Elektrotechnik und Elektronik für Maschinenbauer*. Berlin Heidelberg: Springer.

[HER21] HERNÁNDEZ-BECERRO, P.; SPESCHA, D. & WEGENER, K. 2021. Model order reduction of thermomechanical models with parametric convective boundary conditions: focus on machine tools. *Computational Mechanics*, **67**(1), S. 167–184. ISSN: 1432-0924. DOI: 10.1007/s00466-020-01926-x.

[HER82] HERTZ, H. 1882. Ueber die Berührung fester elastischer Körper. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **92**(0), S. 156–171.

[HO98] HO, T. K. 1998. The random subspace method for constructing decision forests. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **20**(8), S. 832–844. DOI: 10.1109/34.709601.

[HOC97] HOCHREITER, S. & SCHMIDHUBER, J. 1997. Long Short-term Memory. *Neural computation*, **9**(0), S. 1735–80. DOI: 10.1162/neco.1997.9.8.1735.

[HOD22] HODSON, T. 2022. Root-mean-square error (RMSE) or mean absolute error (MAE): when to use them or not. *Geoscientific Model Development*, **15**(0), S. 5481–5487. DOI: 10.5194/gmd-15-5481-2022.

[HOR12] HOREJŠ, O.; MAREŠ, M. & NOVOTNÝ, L. 2012. Advanced Modelling of Thermally Induced Displacements and Its Implementation into Standard CNC Controller of Horizontal Milling Center. *Procedia CIRP*, **4**(1), S. 67–72. ISSN: 2212-8271. DOI: https://doi.org/10.1016/j.procir.2012.10.013.

[HOR23] HOREJŠ, O.; MAREŠ, M.; STRAKA, M.; ŠVÉDA, J. & KOZLOK, T. 2023. Adaptive Thermal Error Compensation Model of a Horizontal Machining Centre. In: IHLENFELDT, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer International Publishing, S. 83–98. ISBN: 978-3-031-34486-2.

[HUA16] HUANG, Y.-H.; HUANG, C.-W.; CHOU, Y.-D.; HO, C.-C. & LEE, M.-T. 2016. An Experimental and Numerical Study of the Thermal Issues of a High-speed Built-in Motor Spindle. *Smart Science*, **4**(0), S. 1–7. DOI: 10.1080/23080477.2016.1214062.

[IHL24] IHLENFELDT, S.; THIEM, X. & MÜLLER, J. »Strukturmodellbasierte Korrektur thermisch bedingter Fehler«. In: Feb. 2024, S. 373–387. ISBN: 978-3-662-66216-8. DOI: 10.1007/978-3-662-66217-5_21.

[JAM23] JAMES, G.; WITTEN, D.; HASTIE, T. & TIBSHIRANI, R. 2023. *An introduction to statistical learning: with applications in Python*. Cham: Springer. ISBN: 978-3-031-38747-0. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-38747-0.

[JĘD88] JĘDRZEJEWSKI, J. 1988. Effect of the thermal contact resistance on thermal behaviour of the spindle radial bearings. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **28**(4), S. 409–416. ISSN: 0890-6955. DOI: https://doi.org/10.1016/0890-6955(88)90054-5.

[JIN15] Jin, C.; Wu, B. & Hu, Y. 2015. Temperature distribution and thermal error prediction of a CNC feed system under varying operating conditions. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **77**(9), S. 1979–1992. issn: 1433-3015. doi: 10.1007/s00170-014-6604-y.

[JON23] Jonath, L.; Luderich, J.; Brezina, J. A.; Gonzalez Degetau, A. M. & Karaoglu, S. 2023. Improving the Thermal Behavior of High-Speed Spindles Through the Use of an Active Controlled Heat Pipe System. In: Ihlenfeldt, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer, S. 203–218. isbn: 978-3-031-34486-2.

[JOS22] Joseph, V. R. 2022. Optimal ratio for data splitting. *Statistical Analysis and Data Mining: The ASA Data Science Journal*, **15**(4), S. 531–538. doi: https://doi.org/10.1002/sam.11583.

[JU-82] Ju-Long, D. 1982. Control problems of grey systems. *Systems & Control Letters*, **1**(5), S. 288–294. issn: 0167-6911. doi: https://doi.org/10.1016/S0167-6911(82)80025-X.

[JUN17] Junginger, C. 2017. *Untersuchung der Stromverdrängung im Ständer hoch ausgenutzter elektrischer Maschinen*. Wiesbaden: Springer Vieweg. isbn: 978-3-658-17007-3.

[KAF23] Kaftan, P.; Mayr, J. & Wegener, K. 2023. Thermal Compensation of Sudden Working Space Condition Changes in Swiss-Type Lathe Machining. In: Ihlenfeldt, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer, S. 15–27. isbn: 978-3-031-34486-2.

[KAJ17] Kajishima, T. & Taria, K. 2017. *Computational Fluid Dynamics - Incompressible Turbulent Flows*. Cham: Springer International Publishing AG.

[KAJ24] Kajikawa, S.; Morita, S.; Usuki, H. & Sugita, N. 2024. Estimating temperature distribution and heat quantity of spindle shaft for machining centers. *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, **18**(0), S. 1–13. doi: 10.1299/jamdsm.2024jamdsm0016.

[KAR21] Karniadakis, G. E.; Kevrekidis, I. G.; Lu, L.; Perdikaris, P.; Wang, S. & Yang, L. 2021. Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics*, **3**(6), S. 422–440.

[KAY58] Kaye, J. & Elgar, E. C. 1958. Modes of Adiabatic and Diabatic Fluid Flow in an Annulus With an Inner Rotating Cylinder. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, **80**(3), S. 753–763. issn: 0097-6822. doi: 10.1115/1.4012502.

[KEM15] Kemmetmüller, W. & Kugi, A. 2015. *Vorlesung Regelungstechnik 1: Identifikationsverfahren*. Wien: Technische Universität Wien.

[KIM10] Kim, J.-D. 2010. Thermal Model of High-Speed Spindle Units. *Intelligent Information Management*, **02**(1), S. 306–315. doi: 10.4236/iim.2010.25036.

[KNU21] Knuth, T. 2021. Lernende Entscheidungsbäume. *Informatik Spektrum*, **44**(5), S. 364–369. issn: 1432-122X. doi: 10.1007/s00287-021-01398-0.

[KOC17] Koch, L.; Müller, J.; Michos, G.; Paulus, J.; Hubert, M. & Franke, J. 2017. Coupled Thermal and Fluid Mechanical Modeling of a High Speed Motor Spindle. In: Hrsg. *Energy Efficiency in Strategy of Sustainable Production III*. Bd. 871. Applied Mechanics and Materials,-., Trans Tech Publications Ltd, S. 161–168.

[KOC21a] Koch, L.; Gross, K. & Krüger, G. 2021. Comparative Analysis of Fluid Cooling Systems in Motorized Spindles. *MM Science Journal*, **2021**(3), S. 4620–4627. doi: 10.17973/MMSJ.2021_7_2021068.

[KOC21b] Koch, L.; Steinbock, N. & Krüger, G. 2021. Thermal Asymmetry Analysis of Motorized Spindles. *MM Science Journal*, **2021**(3), S. 4612–4619. doi: 10.17973/MMSJ.2021_7_2021067.

[KOC23] Koch, L.; Butz, F.; Krüger, G. & Döpper, F. 2023. Thermal Modeling Challenges of High-Speed Motorized Spindles. In: Ihlenfeldt, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer International Publishing, S. 240–262. isbn: 978-3-031-34486-2.

[KOC95] Koch, A. 1995. *Steigerung der Höchstdrehzahl von Schrägkugellagern bei Ölminimalmengenschmierung*. *Berichte aus der Produktionstechnik*. 1. Aufl., RWTH Aachen, Dissertation. Aachen: Shaker Verlag. isbn: 3826519728.

[KOH95] Kohonen, T. 1995. *Self-Organizing Maps*. 1. Aufl., Berlin Heidelberg: Springer. isbn: 978-3-642-97610-0. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-642-97610-0.

[KOS21] Kosmol, J. 2021. Analytical and FEM simulation studies on friction resistances in angular ball bearing. *International Journal of Modern Manufacturing Technologies*, **8**(1), S. 73–83. issn: 2067–3604.

[KRA23] KRAUSS, P. 2023. *Künstliche Intelligenz und Hirnforschung*. 1. Aufl., Berlin Heidelberg: Springer. ISBN: 978-3-662-67178-8. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-662-67179-5.

[KRE69] KREITH, F. 1969. Convection Heat Transfer in Rotating Systems. In: IRVINE, T. F. & HARTNETT, J. P., Hrsg. Elsevier, S. 129–251. ISSN: 0065-2717. DOI: https://doi.org/10.1016/S0065-2717(08)70130-8.

[KÜF22] KÜFNER, T. 2022. *Entwicklung eines Verfahrens zur dezentralen Analyse elektrischer Stromprofile mittels künstlicher neuronaler Netze für die zustandsorientierte, voraussagende Instandhaltung*. Bayreuth, Lehrstuhl Umweltgerechte Produktionstechnik, Dissertation.

[LAN23] LANG, S.; ZIMMERMANN, N.; MAYR, J.; WEGENER, K. & BAMBACH, M. 2023. Thermal Error Compensation Models Utilizing the Power Consumption of Machine Tools. In: IHLENFELDT, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer International Publishing, S. 41–53. ISBN: 978-3-031-34486-2.

[LEC15] LECUN, Y.; BENGIO, Y. & HINTON, G. 2015. Deep Learning. *Nature*, **521**(0), S. 436–44. DOI: 10.1038/nature14539.

[LEE19] LEE, Y.-H.; KO, S.; PARK, H.; LEE, D.; SHIN, S.; JO, I.; LEE, S.-B.; LEE, S.-K.; KIM, Y. & CHO, S. 2019. Effect of TiC particle size on high temperature oxidation behavior of TiC reinforced stainless steel. *Applied Surface Science*, **480**(0), S. 951–955. ISSN: 0169-4332. DOI: https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2019.02.138.

[LI12] LI, Y. & ZHAO, W. 2012. Axial thermal error compensation method for the spindle of a precision horizontal machining center. In: Hrsg.-., S. 2319–2323. ISBN: 978-1-4673-1275-2.

[LI15] LI, Y.; ZHAO, W.; LAN, S.; NI, J.; WU, W. & LU, B. 2015. A review on spindle thermal error compensation in machine tools. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **95**(0), S. 20–38. ISSN: 0890-6955. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2015.04.008.

[LI18] LI, F.; GAO, J.; SHI, X.; LIANG, F. & ZHU, K. 2018. Experimental investigation of single loop thermosyphons utilized in motorized spindle shaft cooling. *Applied Thermal Engineering*, **134**(0), S. 229–237. ISSN: 1359-4311. DOI: https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.11.141.

[LI19] LI, B.; TIAN, X. & ZHANG, M. 2019. Thermal error modeling of machine tool spindle based on the improved algorithm optimized BP neural network. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **105**(1), S. 1497–1505. ISSN: 1433-3015. DOI: 10.1007/s00170-019-04375-w.

[LI22a] LI, Z.; WANG, Q.; ZHU, B.; WANG, B.; ZHU, W. & DAI, Y. 2022. Thermal error modeling of high-speed electric spindle based on Aquila Optimizer optimized least squares support vector machine. *Case Studies in Thermal Engineering*, **39**(0), S. 102432. ISSN: 2214-157X. DOI: https://doi.org/10.1016/j.csite.2022.102432.

[LI22b] LI, Z.; ZHU, W.; ZHU, B.; WANG, B. & WANG, Q. 2022. Thermal error modeling of electric spindle based on particle swarm optimization-SVM neural network. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **121**(1), S. 7215–7227. DOI: 10.1007/s00170-022-09827-4.

[LI23] LI, Z.; WANG, B.; SUN, B. & DU, J. 2023. Heat transfer theory research and multi-physical field simulation optimization of high-speed motorized spindle. *Case Studies in Thermal Engineering*, **48**(1), S. 103152. ISSN: 2214-157X. DOI: https://doi.org/10.1016/j.csite.2023.103152.

[LIN04] LIN, D.; ZHOU, P.; FU, W.; BADICS, Z. & CENDES, Z. 2004. A dynamic core loss model for soft ferromagnetic and power ferrite materials in transient finite element analysis. *IEEE Transactions on Magnetics*, **40**(2), S. 1318–1321. DOI: 10.1109/TMAG.2004.825025.

[LIN10] LIN, W. & FU, J. 2010. Support vector machine and neural network united system for NC machine tool thermal error modeling. In: Hrsg. *2010 Sixth International Conference on Natural Computation*. Bd. 8.-., S. 4305–4309.

[LIU11] LIU, D.; ZHANG, H.; TAO, Z. & SU, Y. 2011. Finite Element Analysis of High-Speed Motorized Spindle Based on ANSYS. *The Open Mechanical Engineering Journal*, **5**(1), DOI: 10.2174/1874155X01105010001.

[LIU16] LIU, K.; SUN, M.; ZHU, T.; WU, Y. & LIU, Y. 2016. Modeling and compensation for spindle's radial thermal drift error on a vertical machining center. In: Hrsg. Bd. 105.-., S. 58–67. ISSN: 0890-6955.

[LIU23] LIU, H.; MEURER, M. & BERGS, T. 2023. Three-Dimensional Modeling of Thermomechanical Tool Loads During Milling Using the Coupled Eulerian-Lagrangian Formulation. In: IHLENFELDT, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer International Publishing, S. 318–330. ISBN: 978-3-031-34486-2.

[LUO23a] Luo, F.; Ma, C.; Liu, J.; Gui, H. & Li, M. 2023. Thermal error prediction and control method combining residual-based one-dimensional convolution-minimum gate unit model with physical-data-edge-cloud terminal architecture. *Neural Computing and Applications*, **35**(21), S. 15477–15502. ISSN: 1433-3058. DOI: 10.1007/s00521-023-08553-6.

[LUO23b] Luo, F.; Ma, C.; Liu, J.; Zhang, L. & Wang, S. 2023. Theoretical and experimental study on rotating heat pipe towards thermal error control of motorized spindle. *International Journal of Thermal Sciences*, **185**(1), S. 108095. ISSN: 1290-0729. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2022.108095.

[MA15] Ma, C.; Yang, J.; Zhao, L.; Mei, X. & Shi, H. 2015. Simulation and experimental study on the thermally induced deformations of high-speed spindle system. In: Hrsg. Bd. 86.-., S. 251–268. ISSN: 1359-4311.

[MAR23] Mareš, M.; Horejš, O. & Nykodym, P. 2023. An Indicative Model Considering Part of the Thermo-Mechanical Behaviour of a Large Grinding Machine. In: Ihlenfeldt, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer International Publishing, S. 54–66. ISBN: 978-3-031-34486-2.

[MAY07] Mayo, A. & Antoulas, A. 2007. A framework for the solution of the generalized realization problem. *Linear Algebra and its Applications*, **425**(2), S. 634–662. ISSN: 0024-3795. DOI: https://doi.org/10.1016/j.laa.2007.03.008.

[MAY12] Mayr, J. et al. 2012. Thermal issues in machine tools. In: Hrsg. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*. Bd. 61.-., CIRP, S. 771–791.

[MAY18] Mayr, J.; Blaser, P.; Ryser, A. & Hernandez-Becerro, P. 2018. An adaptive self-learning compensation approach for thermal errors on 5-axis machine tools handling an arbitrary set of sample rates. *CIRP Annals*, **67**(1), S. 551–554. ISSN: 0007-8506. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cirp.2018.04.001.

[MER10] Merkel, M. & Öchsner, A. 2010. *Eindimensionale Finite Elemente Methode, ein Einstieg in die Methode*. Berlin Heidelberg: Springer.

[MIA13] Miao, E.-M.; Gong, Y.-Y.; Niu, P.-C.; Ji, C.-Z. & Chen, H.-D. 2013. Robustness of thermal error compensation modeling models of CNC machine tools. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **69**(9), S. 2593–2603. ISSN: 1433-3015. DOI: 10.1007/s00170-013-5229-x.

[MIC68] Michejew, M. A. 1968. *Grundlagen der Wärmeübertragung*. 3. Aufl., Berlin: Verlag Technik Berlin.

[MIZ00] Mize, C. & Ziegert, J. 2000. Neural network thermal error compensation of a machining center. *Precision Engineering*, **24**(1), S. 338–346. DOI: 10.1016/S0141-6359(00)00044-1.

[MÖH15] Möhring, H.-C.; Brecher, C.; Abele, E.; Fleischer, J. & Bleicher, F. 2015. Materials in machine tool structures. *CIRP Annals*, **64**(2), S. 725–748. ISSN: 0007-8506. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cirp.2015.05.005.

[MOR91] Moriwaki, T.; Yokoyama, K. & Zhao, C. 1991. Machining Accuracy in Turning With Use of Tool Holder Made of Super-lnvar. In: Hrsg. *International Mechanical Engineering Conference*.-., Sydney: S. 25–50.

[NAK94] Nakamura, S.; Kakino, Y.; Urano, K. & Yoneyama, H. 1994. An Analysis and a Performance Evaluation of the Under-Race Lubrication Spindle at a High Speed Rotation. *Journal of The Japan Society for Precision Engineering*, **60**(10), S. 1485–1489.

[NAK95] Nakajima, K. 1995. Thermal contact resistance between balls and rings of a bearing under axial, radial and combined loads. In: Hrsg. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. Bd. 9.-., S. 88–95.

[NAS10] Nasdala, L. 2010. *FEM-Formelsammlung - Statik und Dynamik*. Wiesbaden: Springer Vieweg. ISBN: 978-3-658-06630-7. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-658-06630-7.

[NAU16] Naumann, C.; Riedel, I.; Ihlenfeldt, S. & Priber, U. 2016. Characteristic Diagram Based Correction Algorithms for the Thermo-elastic Deformation of Machine Tools. *Procedia CIRP*, **41**(1), S. 801–805. ISSN: 2212-8271. DOI: https://doi.org/10.1016/j.procir.2015.12.029.

[NAU17] Naumann, C.; Spierling, R.; Wennemer, M.; Fey, M.; Brecher, C.; Thiem, X.; Riedel, M.; Kauschinger, B. & Ihlenfeldt, S. 2017. Experimentelle Analyse modellbasierter Korrekturverfahren für thermoelastische Verformungen im Onlineeinsatz an einer Demonstratormaschine. In: Brecher, C., Hrsg. *Thermo-Energetische Gestaltung von Werkzeugmaschinen. Eine systemische Lösung des Zielkonflikts von Energieeinsatz, Genauigkeit und Produktivität am Beispiel der spanenden Fertigung*.-., Dresden: SFB/TR 96, S. 221–239. ISBN: 978-3-86780-516-2.

[NAU20] NAUMANN, C.; GLÄNZEL, J. & PUTZ, M. 2020. Comparison of basis functions for thermal error compensation based on regression analysis – a simulation based case study. *Journal of Machine Engineering*, **20**(1), S. 28–40. DOI: 10.36897/jme/128629.

[NAU23] NAUMANN, C.; NAUMANN, A.; BERTAGGIA, N.; GEIST, A.; GLÄNZEL, J.; HERZOG, R.; ZONTAR, D.; BRECHER, C. & DIX, M. 2023. Hybrid Thermal Error Compensation Combining Integrated Deformation Sensor and Regression Analysis Based Models for Complex Machine Tool Designs. In: IHLENFELDT, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer, S. 28–40. ISBN: 978-3-031-34486-2.

[NEG88] NEGUS, J. & YOVANOVICH, M. 1988. Correlation of gap conductance integral for conforming rough surfaces. In: Hrsg. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. Bd. 2.-., S. 279–281.

[NIK17] NIKITINA, L. 2017. Modeling of Motor-Spindel Thermal Values. *Procedia Engineering*, **206**(1), S. 1316–1320. ISSN: 1877-7058. DOI: https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.637.

[NOO94] NOOR, A. 1994. Recent Advances and Applications of Reduction Methods. *Applied Mechanics Reviews*, **47**(0), DOI: 10.1115/1.3111075.

[NUS15] NUSSELT, W. 1915. Das Grundgesetz des Wärmeüberganges. *Gesundheits Ingenieur*, **38**(0), S. 477–482.

[OEC17] OECHSLEN, S. 2017. *Thermische Modellierung elektrischer Hochleistungsantriebe*. Wiesbaden: Springer Vieweg. ISBN: 978-3-658-22632-9.

[OTA23] OTA, K.; MORI, M. & IRINO, N. 2023. Development of Thermal Displacement Prediction Model and Thermal Deformation Measurement Methods. In: IHLENFELDT, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer, S. 3–14. ISBN: 978-3-031-34486-2.

[PAL64] PALMGREN, A. 1964. *Grundlagen der Wälzlagertechnik*. Stuttgart: Franckhsche Verlagshandlung.

[POW94] POWELL, M. J. D. »A Direct Search Optimization Method That Models the Objective and Constraint Functions by Linear Interpolation«. In: *Advances in Optimization and Numerical Analysis*. Hrsg. von GOMEZ, S. & HENNART, J.-P. Dordrecht: Springer Netherlands, 1994, S. 51–67. ISBN: 978-94-015-8330-5. DOI: 10.1007/978-94-015-8330-5_4. https://doi.org/10.1007/978-94-015-8330-5_4.

[PUT18] PUTZ, M.; RICHTER, C.; REGEL, J. & BRÄUNIG, M. 2018. Industrial relevance and causes of thermal issues in machine tools. In: IHLENFELDT, S., Hrsg. *1st International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2018)*.-., Dresden: Technische Universität Dresden.

[PUT19] PUTZ, M.; REGEL, J.; WENZEL, A. & BRÄUNIG, M. 2019. Thermal errors in milling: Comparison of displacements of the machine tool, tool and workpiece. *Procedia CIRP*, **82**(0), S. 389–394. ISSN: 2212-8271. DOI: https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.04.168.

[QIA11] QIANJIAN, G. & JIANGUO, Y. 2011. Application of projection pursuit regression to thermal error modeling of a CNC machine tool. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **55**(5), S. 623–629. ISSN: 1433-3015. DOI: 10.1007/s00170-010-3114-4.

[QIA20] QIAN, E.; KRAMER, B.; PEHERSTORFER, B. & WILLCOX, K. 2020. Lift & learn: Physics-informed machine learning for large-scale nonlinear dynamical systems. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **406**(0), S. 132401.

[RAI20] RAI, A. 2020. Explainable AI: from black box to glass box. *Journal of the Academy of Marketing Science*, **48**(1), S. 137–141. ISSN: 1552-7824. DOI: 10.1007/s11747-019-00710-5.

[RAM02] RAMESH, R.; MANNAN, M. A. & POO, A. N. 2002. Support Vector Machines Model for Classification of Thermal Error in Machine Tools. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **20**(2), S. 114–120. ISSN: 1433-3015. DOI: 10.1007/s001700200132.

[RAM03] RAMESH, R.; MANNAN, M.; POO, A. & KEERTHI, S. 2003. Thermal error measurement and modelling in machine tools. Part II. Hybrid Bayesian Network—support vector machine model. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **43**(4), S. 405–419. ISSN: 0890-6955. DOI: https://doi.org/10.1016/S0890-6955(02)00264-X.

[REI01] REINERT, J.; BROCKMEYER, A. & DE DONCKER, R. 2001. Calculation of losses in ferro- and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, **37**(0), S. 1055–1061. DOI: 10.1109/28.936396.

[RIC67] RICHTER, R. 1967. *Elektrische Maschinen - Band 1: Allgemeine Berechnungselemente*. Basel: Birkhäuser-Verlag.

[ROK05] ROKACH, L. & MAIMON, O. »Decision Trees«. In: Bd. 6. Jan. 2005, S. 165–192. DOI: 10.1007/0-387-25465-X_9.

[RÖN92] Rönz, B. & Förster, E. 1992. *Regressions- und Korrelationsanalyse : Grundlagen, Methoden, Beispiele*. Wiesbaden: Gabler. ISBN: 3409130195.

[ROT09] Rothenbucher, S.; Schiffler, A. & Bauer, J. 2009. ANTRIEBSTECHNIK - Die Speisung macht's. *WB: Werkstatt und Betrieb*, **142**(7), S. 62–62.

[SAA98] Saari, J. 1998. *Thermal Analysis of High-speed Induction Machines*. Acta Polytechnica Scandinavia, Dissertation. Helsinki: Finnish Academy of Technology. ISBN: 9525148432.

[SCH05] Schulze, H. 2005. *Vergleich von künstlichen Neuronalen Netzen und multivarianten statistischen Verfahren in der Primärforschung: Ein empirischer Vergleich*. Georg August Universität Göttingen, Masterarbeit. Göttingen: Studienrichtung: Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaus.

[SCH13] Schaeffler AG. & Co. KG. 2013. *Schmierung von Wälzlager: Grundlagen, Schmierverfahren, Schmierstoffauswahl und -Prüfung*. Herzogenaurach.

[SCH24] Schaeffler AG. & Co. KG. 2024. *Hochgenauigkeitslager: Spindellager, Hochgenauigkeits-Zylinderrollenlager, Axialschrägkugellager*. Herzogenaurach.

[SCH35] Schultz-Grunow, F. 1935. Der Reibungswiderstand rotierender Scheiben in Gehäusen. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, **15**(4), S. 191–642.

[SCH67] Schmidt, E. F. 1967. Wärmeübertragung und Druckverlust in Rohrschlangen. *Zeitschrift fur Technische Chemie, Verfahrenstechnik und Apparatewesen*, **13**(0), S. 781–832.

[SCH83] Schlünder, E. U. & International Center for Heat and Mass Transfer. 1983. *Heat Exchanger Design Handbook*. 1. Aufl., Hemisphere Publishing Corporation. ISBN: 9780891161257.

[SCH94] Schulz, H. 1994. Hochgeschwindigkeits-Bearbeitung - Technologie mit Zukunft. *WB: Werkstatt und Betrieb*, **127**(7-8), S. 539–541.

[SCH97] Schölkopf, B. 1997. *Support Vector Learning*. 1. Aufl., Technische Universität Berlin, Dissertation. München: Oldenbourg Verlag.

[SIE24] Siemens AG: NX Advanced Simulation. 2024. *Solid Motion-Effekte – Drehsoptionen*. Verfügbar: https://docs.plm.automation.siemens.com/tdoc/nx/1899/nx_help#uid:xid1128419:index_advanced:id1121662:xid390781:xid390784. Zugriff: 10.4.2024.

[SON16] Song-Sheng, L.; Yuan, S. & Qiang, H. 2016. Study of the thermal influence on the dynamic characteristics of the motorized spindle system. *Advances in Manufacturing*, **4**(4), S. 355–362.

[SON87] Song, S. & Yovanovich, M. 1987. Correlation of thermal accommodation coefficient for engineering surfaces., **1**(0), S. 107–116.

[SOP11] Soppa, A. 2011. *Krylov-Unterraum basierte Modellreduktion zur Simulation von Werkzeugmaschinen*. Braunschweig, Technische Universität Braunschweig, Dissertation.

[SPU19] Spura, C. »Herleitung der Euler-Bernoulli-Balkentheorie«. In: *Einführung in die Balkentheorie nach Timoshenko und Euler-Bernoulli*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2019, S. 17–18. ISBN: 978-3-658-25216-8. DOI: 10.1007/978-3-658-25216-8_3. https://doi.org/10.1007/978-3-658-25216-8_3.

[STA24a] Statistisches Bundesamt. 2024. *Wichtigste Länder nach Anteil an der weltweiten Werkzeugmaschinenproduktion in den Jahren 2022 und 2023*.

[STA24b] Statistisches Bundesamt. 2024. *Umsatz im deutschen Maschinenbau nach ausgewählten Sektoren in den Jahren 2022 und 2023*.

[STE13] Stephan, P. 2013. *VDI-Wärmeatlas*. 11. Aufl., Berlin Heidelberg: Springer. ISBN: 978-3-642-19981-3. DOI: 10.1007/978-3-642-19981-3.

[STE15] Steinke, P. 2015. *Finite-Elemente-Methode, rechnergestützte Einführung*. Berlin Heidelberg: Springer Vieweg.

[STÖ07] Stöhr, G. 2007. *Untersuchungen zum Aufbau einer hocheffizienten Kühlung einer elektrischen Maschine mit großer Leistungsdichte*. Berlin: Technische Universität Berlin.

[STU58] Stuart, J. T. 1958. On the non-linear mechanics of hydrodynamic stability. *Journal of Fluid Mechanics*, **4**(1), S. 1–21. DOI: 10.1017/S0022112058000276.

[SUN10] Sun, M.-L.; Yang, Z.-Y.; Li, W.-Q.; Liu, Q. & Guo, J.-H. 2010. An improved thermal simulation model for the spindle of CNC machine tool. In: Hrsg. *2010 International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering*. Bd. 1.-., S. 187–190.

[SUN23] Sun, S.; Qiao, Y.; Gao, Z.; Wang, J. & Bian, Y. 2023. A thermal error prediction model of the motorized spindles based on ABHHO-LSSVM. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **127**(0), S. 1–15. DOI: 10.1007/s00170-023-11429-7.

[SYA10] Syath Abuthakeer, S.; Mohanram, P. V. & Mohan Kumar, G. 2010. Dynamic and thermal analysis of a high speed motorized spindle. *International Journal of Applied Engineering Research*, **1**(4), S. 864–882. issn: 0976-4259.

[SYM15] Symons, F. J.; Byiers, B.; Hoch, J.; Dimian, A.; Barney, C.; Feyma, T. & Beisang, A. 2015. Infrared Thermal Analysis and Individual Differences in Skin Temperature Asymmetry in Rett Syndrome. *Pediatr Neurol*, **53**(0), S. 169–172. doi: 10.1016/j.pediatrneurol.2015.03.018.

[TAC59] Tachibana, F.; Fukui, S. & Mitsumura, H. 1959. Heat Transfer in an Annulus with an Inner Rotating Cylinder. In: Hrsg. Bd. 3.-., S. 119–123.

[TAN00] Tan, K.; Huang, S. & Seet, H. 2000. Geometrical error compensation of precision motion systems using radial basis function. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, **49**(5), S. 984–991. doi: 10.1109/19.872918.

[THE44] Theodorsen, T. & Regier, A. 1944. Experiments on Drag of Revolving Disks, Cylinders, and Streamline Rods at High Speeds. *NACA Technical report, Aircraft Design, Testing And Performance - Report/Patent Number NACA-TR-793*, **37**(0), S. 367–384.

[THI16] Thiem, X.; Riedel, M.; Kauschinger, B. & Müller, J. 2016. Principle and Verification of a Structure Model Based Correction Approach. *Procedia CIRP*, **46**(1), S. 111–114. issn: 2212-8271. doi: https://doi.org/10.1016/j.procir.2016.03.169.

[THI23] Thiem, X.; Rudolph, H.; Krahn, R.; Ihlenfeldt, S.; Fetzer, C. & Müller, J. 2023. Adaptive Thermal Model for Structure Model Based Correction. In: Ihlenfeldt, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer International Publishing, S. 67–82. isbn: 978-3-031-34486-2.

[TUT14] Tutz, G. 2014. *Multivariante Regression*. München: Ludwig-Maximilians-Universität München.

[UDU13] Udup, E.; Bîșu, C. F. & Zapciu, M. 2013. Numerical Model for Thermo-Mechanical Spindle Behavior. *Advances in Production, Automation and Transportation Systems*, **1**(1), S. 259–264. isbn: 978-1-61804-193-7.

[UEM88a] Uematsu, S.; Jankel, W. R.; Edwin, D. H.; Kim, W.; Kozikowski, J.; Rosenbaum, A. & Long, D. M. 1988. Quantification of thermal asymmetry. Part 1: Normal values and reproducibility. *J Neurosurg*, **69**(4), S. 552–555. doi: 10.3171/jns.1988.69.4.0552.

[UEM88b] Uematsu, S.; Jankel, W. R.; Edwin, D. H.; Kim, W.; Kozikowski, J.; Rosenbaum, A. & Long, D. M. 1988. Quantification of thermal asymmetry. Part 2: Application in low-back pain and sciatica. *J Neurosurg*, **69**(4), S. 556–561. doi: 10.3171/jns.1988.69.4.0556.

[UHL12] Uhlmann, E. & Hu, J. 2012. Thermal Modelling of a High Speed Motor Spindle. In: Hrsg. Bd. 1.-., S. 313–318. issn: 2212-8271.

[VON15] Von Böckh, P. & Wetzel, T. 2015. *Wärmeübertragung - Grundlagen und Praxis*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

[VU 22] Vu Ngoc, H.; Mayer, R. & Bitar-Nehme, E. 2022. Deep learning LSTM for predicting thermally induced geometric errors using rotary axes' powers as input parameters. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, **37**(1), S. 70–80. doi: 10.1016/j.cirpj.2021.12.009.

[WAL10] Walter, R. 2010. Leistungsfähigere Spindeln durch Wellenkühlung: Kühlung für das Herzstück. In: Hrsg. *Antriebe*. Bd. 1.-., München: Carl Hanser Verlag, S. 40–42.

[WAN06] Wang, Z.; He, Y. & Jiang, M. 2006. A Comparison among Three Neural Networks for Text Classification. In: Hrsg. Bd. 3.-.

[WAN16] Wang, J. R.; Feng, P. F.; Wu, Z. J.; Yu, D. W. & Zhang, J. F. 2016. A FE Modelling Method for the Thermal Characteristics of High-Speed Motorized Spindle. *Key Engineering Materials*, **693**(0), S. 3–10. doi: 10.4028/www.scientific.net/KEM.693.3.

[WAN21] Wang, Z.; Zhang, K.; Wang, Z.; Bai, X. & Wang, Q. 2021. Research on vibration of ceramic motorized spindle influenced by interference and thermal displacement. *Journal of Mechanical Science and Technology*, **35**(6), S. 2325–2335. issn: 1976-3824. doi: 10.1007/s12206-021-0505-4.

[WAS17] Wasik, M. & Kolka, A. 2017. Machining Accuracy Improvement by Compensation of Machine and Workpiece Deformation. *Procedia Manufacturing*, **11**(0), S. 2187–2194. issn: 2351-9789. doi: https://doi.org/10.1016/j.promfg.2017.07.365.

[WEB13] Weber, J. & Weber, J. 2013. Thermo-energetic analysis and simulation of the fluidic cooling system of motorized high-speed spindles. In: Hrsg. *Scandinavian International Conference on Fluid Power*. Bd. 13.-.

[WEC90] WECK, M.; SCHÄFER, D. & BONSE, B. 1990. *Heat Transmission in Contact Zones, unveröffentlichter Forschungsbericht der RWTH Aachen aus den 1990er Jahren*. Aachen: RWTH Aachen.

[WEC95] WECK, M.; MCKEOWN, P.; BONSE, R. & HERBST, U. 1995. Reduction and Compensation of Thermal Errors in Machine Tools. *CIRP Annals*, **44**(2), S. 589–598. ISSN: 0007-8506. DOI: https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60506-X.

[WEI01] WEIDERMANN, F. 2001. *Praxisnahe thermische Simulation von Lagern und Führungen in Werkzeugmaschinen*. Potsdam.

[WEN09] WENDT, J. F. 2009. *Computational Fluid Dynamics - An Introduction*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

[WEN23] WENKLER, E.; STEIERT, C.; BOOS, E. & IHLENFELDT, S. 2023. Analysing the Impact of Process Dependent Thermal Loads on the Prediction Accuracy of Thermal Effects in Machine Tool Components. In: IHLENFELDT, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer International Publishing, S. 99–115. ISBN: 978-3-031-34486-2.

[WIL77] WILLERS, F. A. & KRAPF, K.-G. »Der Logarithmus«. In: *Elementar-Mathematik: Ein Vorkurs zur Höheren Mathematik*. Heidelberg: Steinkopff, 1977, S. 97–108. ISBN: 978-3-642-86564-0. DOI: 10.1007/978-3-642-86564-0_11. https://doi.org/10.1007/978-3-642-86564-0_11.

[WIS14] WISSMANN, A. 2014. *Steuerungsinterne Korrektur thermisch bedingter Strukturverformungen von Bearbeitungszentren*. Aachen, RWTH Aachen, Dissertation.

[XIA14] XIANG, S.; ZHU, X. & YANG, J. 2014. Modeling for spindle thermal error in machine tools based on mechanism analysis and thermal basic characteristics tests. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, **228**(18), S. 3381–3394. DOI: 10.1177/0954406214531219.

[XIA15] XIA, C.; FU, J.; LAI, J.; YAO, X. & CHEN, Z. 2015. Conjugate heat transfer in fractal tree-like channels network heat sink for high-speed motorized spindle cooling. In: Hrsg. Bd. 90.-., S. 1032–1042. ISSN: 1359-4311.

[XIA22] XIAO, J. & FAN, K. 2022. Research on the digital twin for thermal characteristics of motorized spindle. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **119**(7), S. 5107–5118. ISSN: 1433-3015. DOI: 10.1007/s00170-021-08508-y.

[YAM62] YAMADA, Y. 1962. Torque Resistance of a Flow between Rotating Co-Axial Cylinders Having Axial Flow. *Bulletin of JSME*, **5**(20), S. 634–642. DOI: 10.1299/jsme1958.5.634.

[YAN05] YANG, H. & NI, J. 2005. Dynamic neural network modeling for nonlinear, nonstationary machine tool thermally induced error. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **45**(4), S. 455–465. ISSN: 0890-6955. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2004.09.004.

[YAN11] YANG, Z.; SUN, M.; LI, W. & LIANG, W. 2011. Modified Elman network for thermal deformation compensation modeling in machine tools. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **54**(5), S. 669–676. ISSN: 1433-3015. DOI: 10.1007/s00170-010-2961-3.

[YOV81] YOVANOVICH, M. M. 1981. New Contact and Gap Conductance Correlations for Conforming Rough Surfaces. In: Hrsg. *AIAA 16th Thermophysics Conference*. Bd. AIAA Paper No. 81-1164.-., Palo Alto: S. 1–6.

[YU23] YU, J.; ZHU, S.; YUAN, W.; CHEN, X.; HE, L. & GUO, Q. 2023. Investigation on the friction heat generation rate of ball bearings at ultra-high rotation speed. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **128**(1), S. 57–79. ISSN: 1433-3015. DOI: 10.1007/s00170-023-11649-x.

[ZAH12] ZAHEDI, A. & MOVAHHEDY, M. R. 2012. Thermo-mechanical modeling of high speed spindles. In: Hrsg. *Scientia Iranica*. Bd. 19.-., Elsevier B.V., S. 282–293.

[ZHA12] ZHAO, C. & GUAN, X. 2012. Thermal Analysis and Experimental Study on the Spindle of the High-Speed Machining Center. *AASRI Procedia*, **1**(1), S. 207–212. DOI: 10.1016/j.aasri.2012.06.032.

[ZHA17] ZHANG, L.; LI, C.; WU, Y.; ZHANG, K. & SHI, H. 2017. Hybrid Prediction Model of the Temperature Field of a Motorized Spindle. *Applied Sciences*, **7**(0), S. 1091. DOI: 10.3390/app7101091.

[ZHA18a] ZHANG, L.; GONG, W.; ZHANG, K.; WU, Y.; AN, D.; SHI, H. & SHI, Q. 2018. Thermal deformation prediction of high-speed motorized spindle based on biogeography optimization algorithm. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **97**(5), S. 3141–3151. ISSN: 1433-3015. DOI: 10.1007/s00170-018-2123-6.

[ZHA18b] ZHANG, Y.; WANG, P.; LIU, T.; GAO, W.; CHANG, W.; TIAN, Y. & ZHANG, D. 2018. Active and intelligent control onto thermal behaviors of a motorized spindle unit. *The International Journal* *of Advanced Manufacturing Technology*, **98**(9), S. 3133–3146. ISSN: 1433-3015. DOI: 10.1007/s00170-018-2425-8.

[ZHA22a] ZHANG, W.; ZHANG, C.; MIAO, X.; LI, L. & DENG, S. 2022. Research on the Power Loss of High-Speed and High-Load Ball Bearing for Cryogenic Turbopump. *Machines*, **10**(11), ISSN: 2075-1702. DOI: 10.3390/machines10111080.

[ZHA22b] ZHANG, Y.; LIU, T.; GAO, W.; ZHANG, J. & ZHANG, D. 2022. Numerical analysis onto thermal balance behaviors of motorized spindle unit. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **123**(11), S. 4465–4478. ISSN: 1433-3015. DOI: 10.1007/s00170-022-10399-6.

[ZHA23a] ZHAO, Y.; ZI, Y.; CHEN, Z.; ZHANG, M.; ZHU, Y. & YIN, J. 2023. Power loss investigation of ball bearings considering rolling-sliding contacts. *International Journal of Mechanical Sciences*, **250**(0), S. 108318. ISSN: 0020-7403. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2023.108318.

[ZHA23b] ZHAOLONG, L.; WENMING, Z.; BO, Z.; BAODONG, W.; QINGHAI, W.; JUNMING, D. & BENCHAO, S. 2023. Simulation analysis model of high-speed motorized spindle structure based on thermal load optimization. *Case Studies in Thermal Engineering*, **44**(1), S. 102871. ISSN: 2214-157X. DOI: https://doi.org/10.1016/j.csite.2023.102871.

[ZHA95] ZHANG, B.; LI, Y.; XIAO, S. & SUNG, W. 1995. Improving the Thermal Properties of Turning Center by Seperating Heat Pipe System. In: Hrsg. *9th International Heat Pipe Conference*.-., U.S.A.

[ZHO21] ZHOU, H. & WANG, Z. 2021. Cooling prediction of motorized spindle based on multivariate linear regression. *Journal of Physics: Conference Series*, **1820**(1), S. 012196. DOI: 10.1088/1742-6596/1820/1/012196.

[ZHO22] ZHOU, Z.; DAI, Y.; WANG, G.; LI, S.; PANG, J. & ZHAN, S. 2022. Thermal displacement prediction model of SVR high-speed motorized spindle based on SA-PSO optimization. *Case Studies in Thermal Engineering*, **40**(1), S. 102551. ISSN: 2214-157X. DOI: https://doi.org/10.1016/j.csite.2022.102551.

[ZIV18] ZIVKOVIC, A.; ZELJKOVIĆ, M.; MLAĐENOVIĆ, C.; TABAKOVIĆ, S.; MILOJEVIĆ, Z. & HADŽISTEVIĆ, M. 2018. A study of thermal behavior of the machine tool spindle. *Thermal Science*, **2018**(1), S. 118–118. DOI: 10.2298/TSCI180129118Z.

A Anhang

A.1 Verzeichnis studentischer Zuarbeit

Nachfolgende studentische Abschlussarbeiten wurden vom Autor während seinen Anstellungen als wissenschaftlicher Mitarbeiter mitbetreut. Die Abschlussarbeiten bereicherten die vorliegende Arbeit signifikant.

10.23 — 05.24	TILLMANN, JUSTUS. Kompensation thermisch induzierter Verlagerung von Werkzeugmaschinenspindeln mittels künstlicher Intelligenz, *Masterarbeit*.
09.20 — 03.21	KRAUSE, STEFAN. Optimierung des Algorithmus zur Quantifizierung von thermischer Asymmetrie, *Masterarbeit*.
10.19 — 02.20	GROSS, KATERYNA. Konstruktive Ansätze zur Verbesserung der Kühlung von Werkzeugmaschinenspindeln, *Masterarbeit*.
10.18 — 07.19	STEINBOCK, NICOLAI. Entwicklung von Ansätzen zur Reduktion der spindelbedingten Tool-Center-Point-Verlagerung, *Masterarbeit*.
04.18 — 03.19	LANG, FLORIAN. Untersuchung von Wirkprinzipien zur passiven Dämpfung der axialen Starrkörperschwingung federangestellter Motorspindeln, *Bachelorarbeit*, ausgezeichnet mit dem Preis der Wilhelm Renkhoff Stiftung.

A.2 Eigene Veröffentlichungen

Die nachfolgenden Veröffentlichungen entstanden während der Zeit des Autors als wissenschaftlicher Mitarbeiter. Alle Paper durchliefen einen Peer Review Prozess. Im Haupttext zitierte Paper werden auch im Literaturverzeichnis gelistet.

[KOC23] KOCH, L.; BUTZ, F.; KRÜGER, G. & DÖPPER, F. 2023. Thermal Modeling Challenges of High-Speed Motorized Spindles. In: IHLENFELDT, S., Hrsg. *3rd International Conference on Thermal Issues in Machine Tools (ICTIMT2023)*.-., Cham: Springer International Publishing, S. 240–262. ISBN: 978-3-031-34486-2.

[KOC21a] KOCH, L.; GROSS, K. & KRÜGER, G. 2021. Comparative Analysis of Fluid Cooling Systems in Motorized Spindles. *MM Science Journal*, 2021(3), S. 4620–4627.

[KOC21b] KOCH, L.; STEINBOCK, N. & KRÜGER, G. 2021. Thermal Asymmetry Analysis of Motorized Spindles. *MM Science Journal*, 2021(3), S. 4612–4619.

[KOC17] KOCH, L.; MÜLLER, J.; MICHOS, G.; PAULUS, J.; HUBERT, M. & FRANKE, J. 2017. Coupled Thermal and Fluid Mechanical Modeling of a High Speed Motor Spindle. In: Hrsg. Energy Efficiency in Strategy of Sustainable Production III. Bd. 871. *Applied Mechanics and Materials*, Trans Tech Publications Ltd, S. 161–168.

[KOC16a] MÜLLER, J.;MICHOS, G.; KOCH, L.; HERMANN, M.; HUBERT, M.; Franke, J. 2016. Process and Energy Data Acquisition on Machining Center and Individual Machine Components. *Applied Mechanics and Materials*, 2016, Trans Tech Publications Ltd., Vol. 856, S. 123–130.

[KOC16b] MÜLLER, J.;MICHOS, G.; KOCH, L.; HUBERT, M.; FRANKE, J. 2016. Strength Calculation and Design Optimization of a Test Rig for Slide Ring Seals in the Scope of Rotary Manifolds. *Applied Mechanics and Materials*, 2016, Trans Tech Publications Ltd., Vol. 856, S. 166–173.

A.3 Lebenslauf

Persönliche Angaben

Geburt	14. Juni 1991
Geburtsort	Bad Brückenau
Familienstand	ledig

Ausbildung

10.14 — 04.17	Master of Engineering, M.Eng. - Wirtschaftsingenieurwesen, Technischen Hochschule Würzburg Schweinfurt, Note: 1,3 (Abschluss als Bester). Berufsbegleitendes Studium.
10.09 — 04.14	Diplomingenieur, Dipl.-Ing. (FH) - Maschinenbau, Technischen Hochschule Würzburg Schweinfurt, Note: 1,7.
08.07 — 06.09	Fachgebundene Hochschulreife, Kinzigschule, Schlüchtern, Note: 1,3 (Abschluss als Bester).

Auszeichnungen

2018	Förderpreis der Hans-Wilhelm Renkhoff Stiftung für die Entwicklungsleistung in der Masterarbeit, verliehen am 08.02.2018 in Schweinfurt.
2017	Deutschlandpreis des Fachbereichstag Maschinenbau (FBTM) für außergewöhnliche Leistungen beim Erstellen der Masterarbeit, verliehen am 26.10.2017 in Wismar.

Beruflicher Werdegang

08.24 — heute 08.22 — 12.23	Wissenschaftlicher Mitarbeiter, Lehrstuhl Umweltgerechte Produktionstechnik der Universität Bayreuth.
05.17 — 07.24	Wissenschaftlicher Mitarbeiter, Fakultät Maschinenbau der Technischen Hochschule Würzburg Schweinfurt.
05.16 — 04.17	Masterand und studentische Hilfskraft, Fakultät Maschinenbau der Technischen Hochschule Würzburg Schweinfurt.
11.14 — 06.16	Projektingenieur, Fakultät Maschinenbau der Technischen Hochschule Würzburg Schweinfurt.
09.13 — 10.14	Diplomand und Praxisstudent, Bosch Rexroth AG, Lohr am Main.

Schweinfurt, im September 2024 Lukas Koch