

Normierung des Bayreuther Rechentests (BRT)

BRT





UNIVERSITÄT
BAYREUTH

Normierung des Bayreuther Rechentests (BRT)

Bezugsrahmen für
Testergebnisse

Inhalt

1.	Der Bayreuther Rechentest.....	3
2.	Beschreibung der Stichprobe	5
3.	Schulartspezifische Normierung für Mittelschulen	7
4.	Schulartspezifische Normierung für Realschulen.....	9
5.	Schulartspezifische Normierung für Gymnasien	11
6.	Vergleich der schulartspezifischen Verteilungen	13
7.	Schulartübergreifende Normierung für allgemein bildende Schulen.....	14
8.	Schwellenwerte für Rechenschwäche und spezifische Förderbedürftigkeit	17
9.	Literatur	19
	Impressum.....	20

1. Der Bayreuther Rechentest

Intention des Tests

Der *Bayreuther Rechentest (BRT)* überprüft mathematisches Verständnis in den drei Bereichen

- natürliche Zahlen,
- dekadisches Stellenwertsystem und
- Rechenoperationen.

Er bezieht sich auf Inhalte aus dem Mathematikunterricht der Jahrgangsstufen 1 bis 4 und kann damit ab Beginn der Jahrgangsstufe 5 (bzw. dem Ende der Jahrgangsstufe 4) eingesetzt werden.

Der Test eignet sich insbesondere für folgende diagnostische Zwecke:

- Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe können den Test im Sinne eines *Screenings* von allen Schülerinnen und Schülern einer Klasse bzw. einer Jahrgangsstufe bearbeiten lassen, um festzustellen, welche Schülerinnen und Schüler der Klasse bzw. Jahrgangsstufe rechen-schwach sind und spezifischer Förderung bedürfen.
- Der Test kann auch zur *Individualdiagnostik* genutzt werden, um bei einzelnen Kindern und Jugendlichen Mängel im Verständnis für Arithmetik zu erkennen, einzugrenzen oder auch auszuschließen.

Dazu kann der Test in ca. 40 Minuten mit einer beliebig großen Gruppe durchgeführt werden.

Verfügbarkeit

Der Bayreuther Rechentest steht kostenfrei zum Download auf folgender Seite zur Verfügung:

<https://www.rechenschwaecher.uni-bayreuth.de>

Neben dem Testheft werden auch eine Handreichung zum Test und ergänzende Materialien für die Auswertung angeboten.

Struktur des Tests

Der Bayreuther Rechentest umfasst 24 Aufgaben mit folgender inhaltlicher Struktur:

Kategorie	Lernbereich	Lerninhalt	Aufgabe
Verständnis für natürliche Zahlen	Kardinaler Zahlaspekt	Mengenvergleich	1
		Mengenbeurteilung	2
	Ordinaler Zahlaspekt	Zählfertigkeiten	3
		Zahlenstrahl	4
	Zahlbeziehungen	Zahlzerlegung	5
		Halbieren und Verdoppeln	6
Verständnis für das Stellenwertsystem	Dekadisches Bündelungsprinzip	Dekadisches Entbündeln	7
		Dekadisches Bündeln	8
	Stellenwertverständnis	Dekadisches Stellenwertsystem	9
		Große Zahlen	10
	Nutzen von Stellenwertbeziehungen	Stellenwertbezogene Seriation	11
		Stellenwertbezogener Transfer	12

Verständnis für Rechenoperationen	Addition	Operationsverständnis der Addition	13
		Beherrschen der Addition	14
		Ergänzungsaufgaben zur Addition	15
	Subtraktion	Operationsverständnis der Subtraktion	16
		Beherrschen der Subtraktion	17
		Ergänzungsaufgaben zur Subtraktion	18
	Multiplikation	Operationsverständnis der Multiplikation	19
		Beherrschen der Multiplikation	20
		Ergänzungsaufgaben zur Multiplikation	21
	Division	Operationsverständnis der Division	22
		Beherrschen der Division	23
		Ergänzungsaufgaben zur Division	24

Tab. 1: Struktur des BRT

Ausführlich ist der Einsatz des Bayreuther Rechentests in der schulischen Alltagspraxis von Steinecke und Martin (2022) sowie von Ulm und Steinecke (2025) beschrieben.

Verbindung mit Bayreuther Förderdiagnostik

Mit dem Bayreuther Rechentest wird schriftlich erfasst, ob Aufgaben zur Arithmetik korrekt bearbeitet werden. Komplementär dazu steht die *Bayreuther Förderdiagnostik (BFD)* auf o. g. Webseite zur Verfügung. Sie besitzt ebenfalls die in Tabelle 1 dargestellte inhaltliche Struktur. Lehrkräfte können damit anhand eines Interviewleitfadens Diagnosegespräche mit einzelnen Schülerinnen und Schülern führen. Dies liefert Einblicke in die individuellen Vorstellungen und Denkwege der Kinder und Jugendlichen beim Umgang mit Zahlen und schafft Grundlagen für passgenaue Förderung.

Ziel der Normierung

Die im Folgenden dargestellte Normierung des Bayreuther Rechentests wurde mit 2328 Schülerinnen und Schülern in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen in Bayern durchgeführt. Die dadurch erhaltenen Daten liefern ein Bezugssystem, um individuelle Testergebnisse einer Schülerin bzw. eines Schülers einordnen zu können. Für die Diagnostik erhält man damit Antworten auf folgende Fragen:

- Wie lassen sich die Leistungen einer getesteten Schülerin bzw. eines getesteten Schülers im BRT im Vergleich zu allen Fünftklässlerinnen und Fünftklässlern an allgemein bildenden Schulen in Bayern einordnen?
- Wie lassen sich die Leistungen einer getesteten Schülerin bzw. eines getesteten Schülers im BRT im Vergleich zu allen Fünftklässlerinnen und Fünftklässlern an Mittelschulen bzw. Realschulen bzw. Gymnasien in Bayern einordnen?

Hierfür werden jeweils *Prozentränge* angegeben. Der Prozentrang einer Testperson drückt aus, welcher Anteil an Schülerinnen und Schülern in der jeweiligen Vergleichsgruppe einen schlechteren oder gleich guten Wert im BRT wie die Testperson erzielt.

2. Beschreibung der Stichprobe

Begriffsklärung: Allgemein bildende Schulen

Zunächst eine begriffliche Klärung zum Schulsystem in Bayern (gemäß dem Bayerischen Gesetz über das Erziehungs- und Unterrichtswesen, Art. 6 BayEUG):

Als *allgemein bildende Schulen* werden Grundschulen, Mittelschulen, Realschulen, Gymnasien und Schulen des Zweiten Bildungswegs bezeichnet. Da die Grundschule in Bayern nach Jahrgangsstufe 4 endet und sich Schulen des Zweiten Bildungswegs an ältere Jugendliche bzw. Erwachsene wenden, besuchen Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen

- Mittelschulen,
- Realschulen und
- Gymnasien.

Neben allgemein bildenden Schulen bietet das Schulsystem berufliche Schulen, Förderschulen und Schulen für Kranke.

Verteilung der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 auf Schularten

Die Erhebung, die der Normierung des Bayreuther Rechentests zugrunde liegt, wurde in den Schuljahren 2022/23 und 2023/24 in Jahrgangsstufe 5 in Bayern durchgeführt. Folgende Tabelle 2 stellt dar, wie sich alle Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 in Bayern in diesen beiden Schuljahren auf die Schularten verteilten (Quelle: Statistisches Bundesamt – Destatis).

	Schuljahr 2022/23	Schuljahr 2023/24
Gymnasium	38,7 %	37,8 %
Mittelschule	28,5 %	29,3 %
Realschule	28,0 %	28,0 %
Förderschulen	3,7 %	3,6 %
Freie Walddorfschulen	0,7 %	0,7 %
Gesamtschulen	0,3 %	0,3 %
schulartunabhängige Orientierungsstufen	0,2 %	0,2 %

Tab. 2: Anteil der Schülerinnen und Schüler in der jeweiligen Schulart an allen Schülerinnen und Schülern in Jahrgangsstufe 5 in Bayern für die Schuljahre 2022/23 und 2023/24

Auswahl einer Gruppe an Schulen

Es wurden 40 allgemein bildende Schulen der Sekundarstufe in Bayern ausgewählt: 20 Mittelschulen, 10 Realschulen und 10 Gymnasien. Diese 40 Schulen verteilen sich über alle sieben Regierungsbezirke Bayerns. Sie befinden sich in Groß-, Mittel- und Kleinstädten sowie in ländlichen Gemeinden.

Mit Mittelschulen, Realschulen und Gymnasien sind gemäß Tabelle 2 die Schularten berücksichtigt, die zu den Zeitpunkten der Datenerhebung von 95 % der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 besucht wurden.

Vollerhebungen in Jahrgangsstufe 5

An den 40 ausgewählten Schulen fand jeweils eine Vollerhebung in Jahrgangsstufe 5 statt. Dazu wurde der Bayreuther Rechentest zu Beginn des Schuljahres 2022/23 an 20 dieser Schulen und zu Beginn des Schuljahres 2023/24 an den anderen 20 Schulen durchgeführt (jeweils an 10 Mittelschulen, 5 Realschulen und 5 Gymnasien).

Dadurch ergab sich eine Probandengruppe aus 2328 Schülerinnen und Schülern mit folgender Zusammensetzung:

Mittelschule	667
Realschule	962
Gymnasium	699
Summe	2328

Tab. 3: Anzahl der Schülerinnen und Schüler in der Probandengruppe differenziert nach Schularten

Repräsentativität

Aufgrund der geographischen Verteilung der Schulen und der Durchführung von Vollerhebungen an den Schulen können die drei Probandenteilgruppen aus Mittelschulen bzw. Realschulen bzw. Gymnasien als weitgehend repräsentativ für die jeweilige Gruppe aller Schülerinnen und Schüler an der jeweiligen Schulart in Jahrgangsstufe 5 in Bayern angesehen werden.

Mit dieser Annahme der Repräsentativität können individuelle Testergebnisse einer Schülerin bzw. eines Schülers im BRT nicht nur zur Probandengruppe aus der Stichprobe, sondern zur Gruppe aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen bzw. an den einzelnen Schularten in Bayern in Bezug gesetzt werden. In den folgenden Abschnitten wird dies näher ausgeführt.

Auch wenn die Stichprobe aus Bayern stammt und die schulartbezogenen Auswertungen Spezifika des Schulsystems in Bayern widerspiegeln, kann doch insbesondere die *schulartübergreifende Normierung für allgemein bildende Schulen* in Abschnitt 7 einen Bezugsrahmen für die Interpretation von Testergebnissen auf nationaler Ebene bzw. im deutschsprachigen Raum bieten.

3. Schulartspezifische Normierung für Mittelschulen

Der Bayreuther Rechentest wurde von 667 Schülerinnen und Schülern an Mittelschulen bearbeitet (vgl. Tabelle 3). Im Test sind maximal 60 Punkte erreichbar.

Für jede Punktzahl $n \in \{0; 1; 2; \dots; 60\}$ wurde bestimmt, wie viele Schülerinnen und Schüler an Mittelschulen höchstens n Punkte im Test erreicht haben. Dividiert man diese Anzahl durch die Gesamtzahl der getesteten Mittelschülerinnen und -schüler (d. h. durch 667), erhält man den Anteil der Schülerinnen und Schüler an Mittelschulen, die höchstens n Punkte im Test erreicht haben; wir bezeichnen ihn mit $F_M(n)$.

Die Funktion

$$F_M: \{0; 1; 2; \dots; 60\} \rightarrow [0; 1],$$

ordnet also jeder Punktzahl n den Anteil der Schülerinnen und Schüler an Mittelschulen zu, die höchstens n Punkte im Test erreicht haben.

Diese kumulierte Häufigkeitsverteilung F_M der erreichten Punktzahlen in der Gruppe der getesteten Mittelschülerinnen und -schüler ist im Folgenden tabellarisch und graphisch dargestellt.

n	$F_M(n)$	n	$F_M(n)$	n	$F_M(n)$
0	0,0 %	20	13,6 %	40	77,1 %
1	0,1 %	21	16,3 %	41	79,3 %
2	0,1 %	22	18,0 %	42	83,1 %
3	0,3 %	23	19,8 %	43	84,9 %
4	0,4 %	24	22,6 %	44	86,8 %
5	0,4 %	25	25,3 %	45	88,6 %
6	0,9 %	26	28,9 %	46	90,1 %
7	1,3 %	27	31,9 %	47	92,4 %
8	1,5 %	28	34,8 %	48	94,2 %
9	2,2 %	29	38,1 %	49	95,1 %
10	2,4 %	30	42,1 %	50	95,8 %
11	3,0 %	31	45,3 %	51	96,7 %
12	4,0 %	32	49,8 %	52	97,8 %
13	4,5 %	33	53,1 %	53	98,7 %
14	5,4 %	34	55,8 %	54	99,1 %
15	6,6 %	35	59,4 %	55	99,6 %
16	7,6 %	36	62,8 %	56	99,6 %
17	9,1 %	37	66,6 %	57	99,7 %
18	10,0 %	38	70,2 %	58	100,0 %
19	12,1 %	39	73,5 %	59	100,0 %
				60	100,0 %

Tab. 4: Anteil $F_M(n)$ der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Mittelschulen, die höchstens n Punkte im Test erreichen

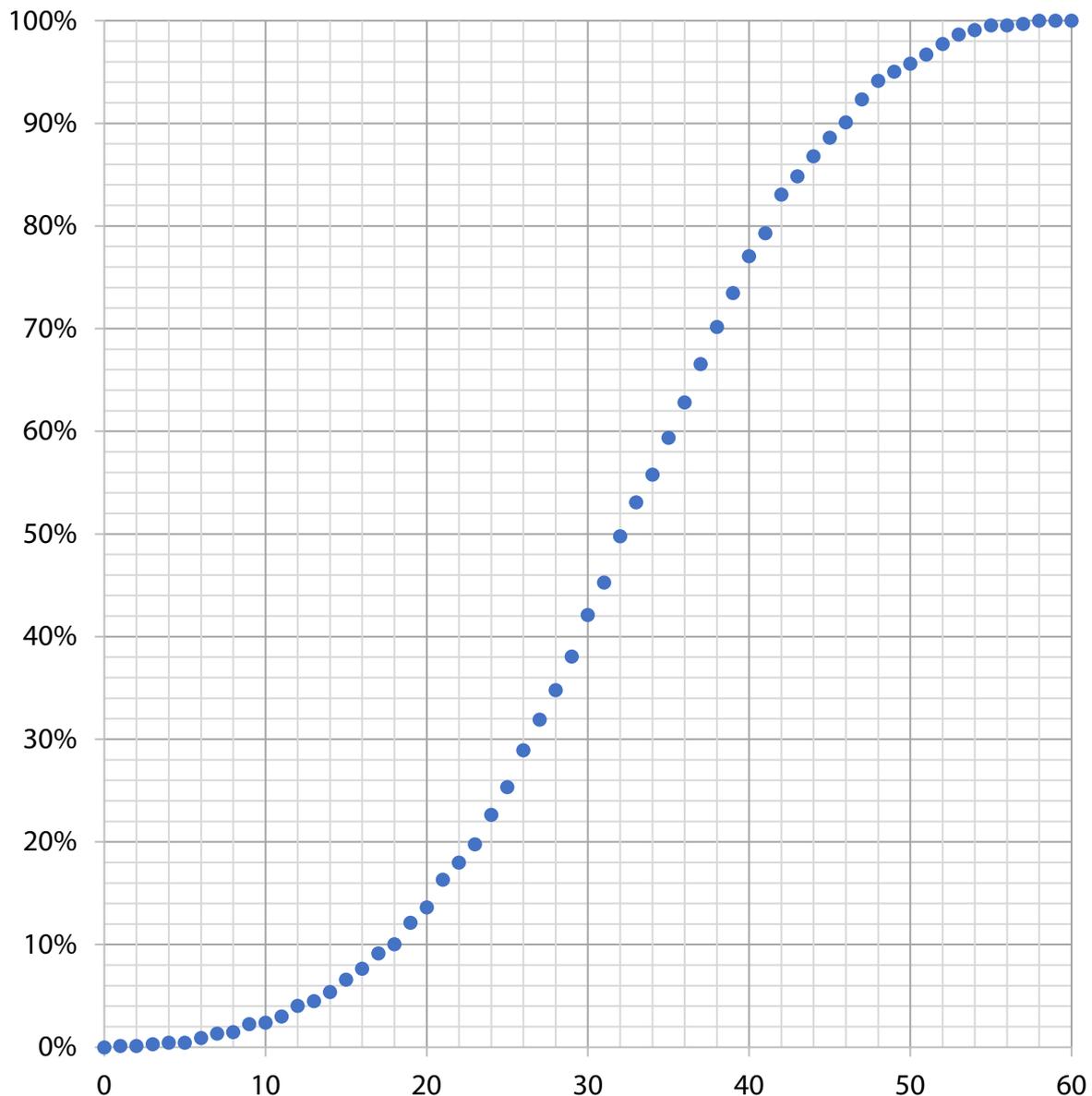


Abb. 1: Anteil $F_M(n)$ der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Mittelschulen, die höchstens n Punkte im Test erreichen

Interpretationsbeispiele

- (1) Die Hälfte aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Mittelschulen in Bayern erreicht im BRT höchstens 32 Punkte. Entsprechend erreicht die andere Hälfte 33 Punkte oder mehr.
- (2) Ein Fünftklässler an einer Mittelschule, der 18 Punkte erreicht, gehört – in Bezug auf den BRT – zu den schwächsten 10 % aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Mittelschulen in Bayern. Er befindet sich für diese Bezugsgruppe auf dem Prozentrang 10.
- (3) Ein Fünftklässler an einer Mittelschule, der 13 Punkte erreicht, gehört – in Bezug auf den BRT – zu den schwächsten 5 % aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Mittelschulen in Bayern. Er ist für diese Bezugsgruppe auf dem Prozentrang 5.

4. Schulartspezifische Normierung für Realschulen

Der Bayreuther Rechentest wurde von 962 Schülerinnen und Schülern an Realschulen bearbeitet. Für jede Punktzahl $n \in \{0; 1; 2; \dots; 60\}$ wurde bestimmt, wie viele Schülerinnen und Schüler an Realschulen höchstens n Punkte im Test erreicht haben. Dividiert man diese Anzahl durch die Gesamtzahl der getesteten Realschülerinnen und -schüler (d. h. durch 962), erhält man den Anteil der Schülerinnen und Schüler an Realschulen, die höchstens n Punkte im Test erreicht haben; wir bezeichnen ihn mit $F_R(n)$.

Die Funktion

$$F_R: \{0; 1; 2; \dots; 60\} \rightarrow [0; 1],$$

ordnet also jeder Punktzahl n den Anteil der Schülerinnen und Schüler an Realschulen zu, die höchstens n Punkte im Test erreicht haben.

Diese kumulierte Häufigkeitsverteilung F_R der erreichten Punktzahlen in der Gruppe der getesteten Realschülerinnen und -schüler ist im Folgenden tabellarisch und graphisch dargestellt.

n	$F_R(n)$	n	$F_R(n)$	n	$F_R(n)$
0	0,0 %	20	0,3 %	40	38,5 %
1	0,0 %	21	0,3 %	41	43,0 %
2	0,0 %	22	0,6 %	42	45,9 %
3	0,0 %	23	1,0 %	43	50,5 %
4	0,0 %	24	1,5 %	44	54,1 %
5	0,0 %	25	1,9 %	45	58,4 %
6	0,0 %	26	2,4 %	46	61,5 %
7	0,0 %	27	3,3 %	47	67,3 %
8	0,0 %	28	4,3 %	48	70,9 %
9	0,0 %	29	5,6 %	49	75,6 %
10	0,0 %	30	7,5 %	50	79,4 %
11	0,0 %	31	9,6 %	51	83,5 %
12	0,0 %	32	12,0 %	52	87,1 %
13	0,0 %	33	14,0 %	53	89,9 %
14	0,0 %	34	17,6 %	54	92,5 %
15	0,1 %	35	19,6 %	55	95,0 %
16	0,1 %	36	22,7 %	56	97,1 %
17	0,1 %	37	25,4 %	57	98,2 %
18	0,1 %	38	30,0 %	58	99,6 %
19	0,2 %	39	34,2 %	59	99,9 %
				60	100,0 %

Tab. 5: Anteil $F_R(n)$ der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Realschulen, die höchstens n Punkte im Test erreichen

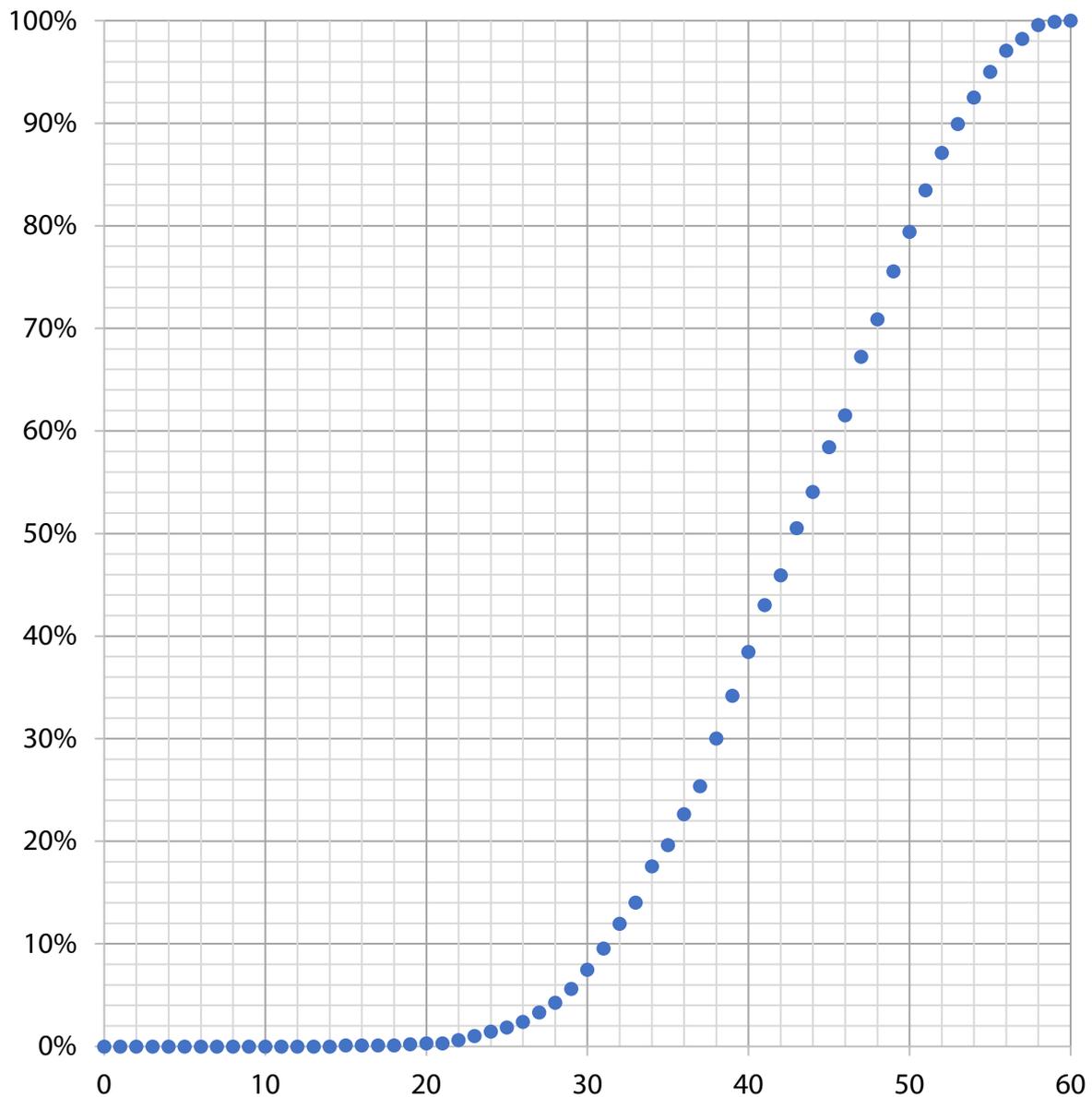


Abb. 2: Anteil $F_R(n)$ der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Realschulen, die höchstens n Punkte im Test erreichen

Interpretationsbeispiele

- (1) Die Hälfte aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Realschulen in Bayern erreicht im BRT höchstens 43 Punkte. Entsprechend erreicht die andere Hälfte 44 Punkte oder mehr.
- (2) Ein Fünftklässler an einer Realschule, der 31 Punkte erreicht, gehört – in Bezug auf den BRT – zu den schwächsten 10 % aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Realschulen in Bayern. Er befindet sich für diese Bezugsgruppe auf dem Prozentrang 10.
- (3) Ein Fünftklässler an einer Realschule, der 28 Punkte erreicht, gehört – in Bezug auf den BRT – zu den schwächsten 4 % aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Realschulen in Bayern. Er ist für diese Bezugsgruppe auf dem Prozentrang 4.

5. Schulartspezifische Normierung für Gymnasien

Der Bayreuther Rechentest wurde von 699 Schülerinnen und Schülern an Gymnasien bearbeitet. Für jede Punktzahl $n \in \{0; 1; 2; \dots; 60\}$ wurde bestimmt, wie viele Schülerinnen und Schüler an Gymnasien höchstens n Punkte im Test erreicht haben. Dividiert man diese Anzahl durch die Gesamtzahl der getesteten Gymnasiastinnen und Gymnasiasten (d. h. durch 699), erhält man den Anteil der Schülerinnen und Schüler an Gymnasien, die höchstens n Punkte im Test erreicht haben; wir bezeichnen ihn mit $F_G(n)$.

Die Funktion

$$F_G: \{0; 1; 2; \dots; 60\} \rightarrow [0; 1],$$

ordnet also jeder Punktzahl n den Anteil der Schülerinnen und Schüler an Gymnasien zu, die höchstens n Punkte im Test erreicht haben.

Diese kumulierte Häufigkeitsverteilung F_G der erreichten Punktzahlen in der Gruppe der getesteten Gymnasiastinnen und Gymnasiasten ist im Folgenden tabellarisch und graphisch dargestellt.

n	$F_G(n)$	n	$F_G(n)$	n	$F_G(n)$
0	0,0 %	20	0,0 %	40	12,6 %
1	0,0 %	21	0,0 %	41	13,7 %
2	0,0 %	22	0,1 %	42	16,6 %
3	0,0 %	23	0,1 %	43	20,2 %
4	0,0 %	24	0,1 %	44	23,0 %
5	0,0 %	25	0,1 %	45	27,0 %
6	0,0 %	26	0,1 %	46	30,6 %
7	0,0 %	27	0,3 %	47	34,9 %
8	0,0 %	28	0,4 %	48	39,2 %
9	0,0 %	29	1,0 %	49	45,5 %
10	0,0 %	30	1,4 %	50	50,8 %
11	0,0 %	31	2,0 %	51	56,4 %
12	0,0 %	32	2,4 %	52	62,7 %
13	0,0 %	33	3,3 %	53	68,0 %
14	0,0 %	34	4,3 %	54	74,1 %
15	0,0 %	35	5,3 %	55	80,3 %
16	0,0 %	36	5,9 %	56	86,6 %
17	0,0 %	37	6,9 %	57	93,0 %
18	0,0 %	38	8,9 %	58	95,4 %
19	0,0 %	39	10,9 %	59	99,0 %
				60	100,0 %

Tab. 6: Anteil $F_G(n)$ der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Gymnasien, die höchstens n Punkte im Test erreichen

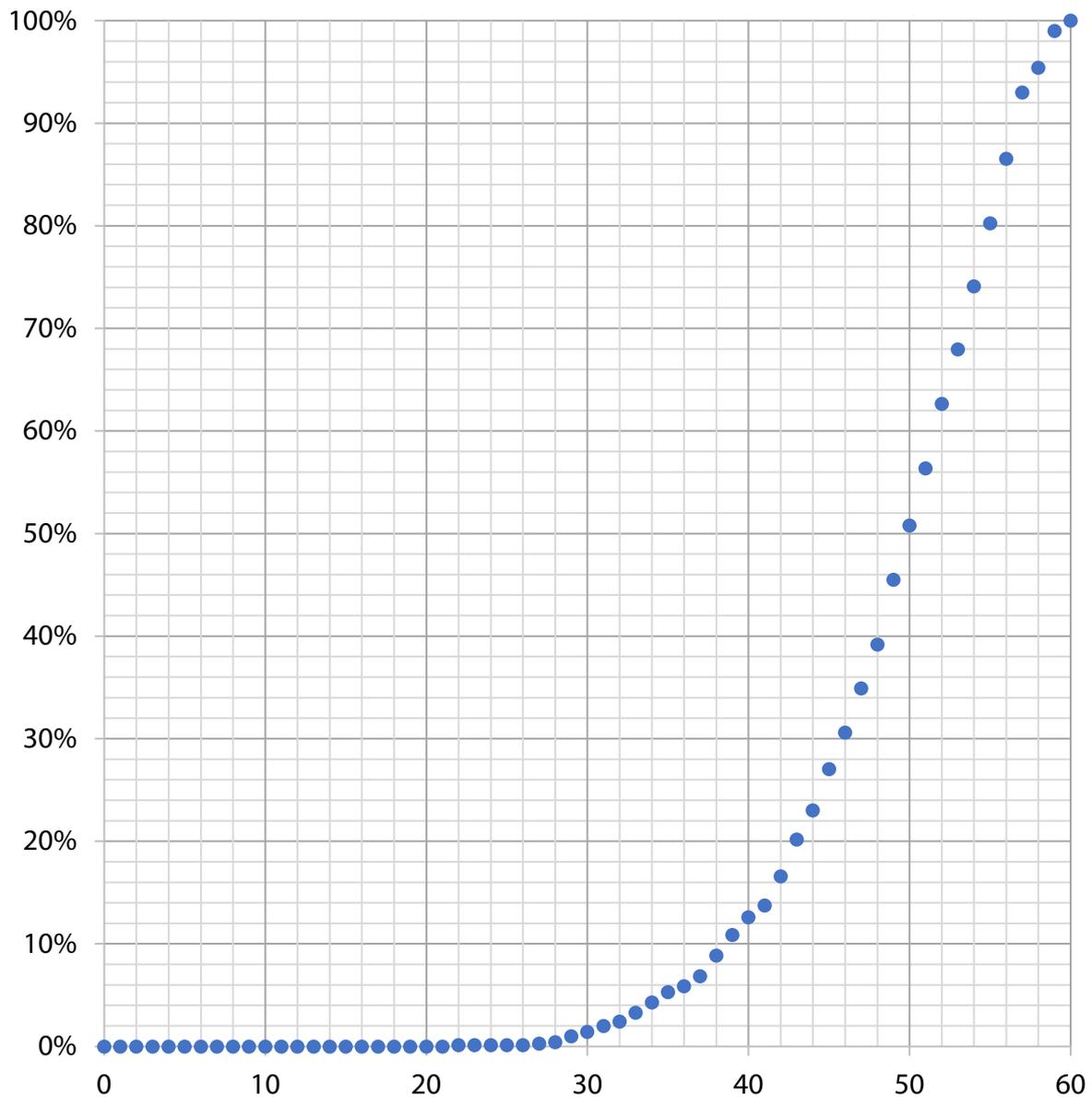


Abb. 3: Anteil $F_G(n)$ der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Gymnasien, die höchstens n Punkte im Test erreichen

Interpretationsbeispiele

- (1) Die Hälfte aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Gymnasien in Bayern erreicht im BRT höchstens 50 Punkte. Entsprechend erreicht die andere Hälfte 51 Punkte oder mehr.
- (2) Ein Fünftklässler an einem Gymnasium, der 39 Punkte erreicht, gehört – in Bezug auf den BRT – zu den schwächsten 11 % aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Gymnasien in Bayern. Er befindet sich für diese Bezugsgruppe auf dem Prozentrang 11.
- (3) Ein Fünftklässler an einem Gymnasium, der 35 Punkte erreicht, gehört – in Bezug auf den BRT – zu den schwächsten 5 % aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Gymnasien in Bayern. Er ist für diese Bezugsgruppe auf dem Prozentrang 5.

6. Vergleich der schulartspezifischen Verteilungen

Für einen Vergleich der drei kumulierten Häufigkeitsverteilungen F_M , F_R und F_G aus den vorherigen Abschnitten sind diese in folgender Abbildung gemeinsam dargestellt:

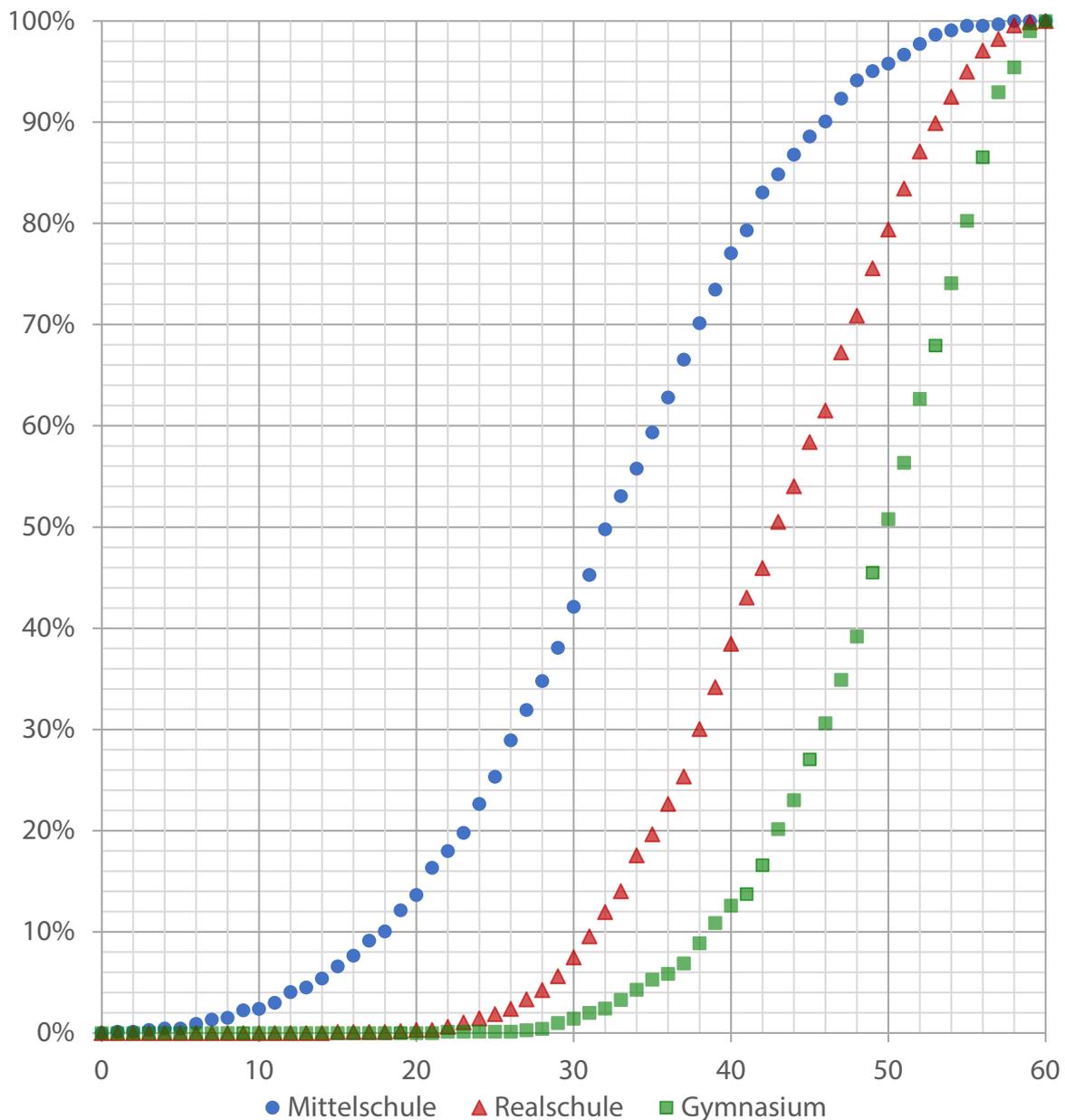


Abb. 4: Anteile $F_M(n)$, $F_R(n)$ und $F_G(n)$ der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Mittelschulen, Realschulen bzw. Gymnasien, die höchstens n Punkte im Test erreichen

Für jede Punktzahl $n \in \{0; 1; 2; \dots; 60\}$ gilt: $F_M(n) \geq F_R(n) \geq F_G(n)$

Niedrige Testwerte bis 25 Punkte kommen fast nur an Mittelschulen vor. Für Punktzahlen n im Bereich von 25 bis 55 unterscheiden sich die Anteile der Schülerinnen und Schüler, die nicht mehr als n Punkte erzielen, für die drei Schularten erheblich. Erwartungsgemäß fallen die Testergebnisse an Gymnasien besser aus als an Realschulen und dort wiederum besser als an Mittelschulen.

7. Schulartübergreifende Normierung für allgemein bildende Schulen

Kumulierte Häufigkeitsverteilung für allgemein bildende Schulen

Aus den kumulierten Häufigkeitsverteilungen für Mittelschulen, Realschulen und Gymnasien wird eine kumulierte Häufigkeitsverteilung für diese drei Schularten zusammen erzeugt. Dabei wird berücksichtigt, dass diese drei Schularten in Jahrgangsstufe 5 von unterschiedlich vielen Schülerinnen und Schülern besucht werden (vgl. Tabelle 2).

Um die hierfür erforderlichen Gewichtungsfaktoren zu bestimmen, wird jeweils für die beiden Schuljahre der Datenerhebung 2022/23 und 2023/24 die Anzahl aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an Mittelschulen, Realschulen und Gymnasien in Bayern als Grundwert betrachtet. Es wird jeweils bestimmt, wie viele Schülerinnen und Schüler hiervon die Mittelschule, die Realschule bzw. das Gymnasium besuchten. Für jede der drei Schularten wird aus den Prozentsätzen beider Schuljahre das arithmetische Mittel gebildet. So ergibt sich:

$$\begin{aligned}\gamma_M &= 30,37 \% \\ \gamma_R &= 29,41 \% \\ \gamma_G &= 40,22 \%\end{aligned}$$

Mit diesen Anteilen als Gewichtungsfaktoren werden die kumulierten Häufigkeitsverteilungen F_M , F_R und F_G aus den vorherigen Abschnitten gewichtet addiert:

$$F = \gamma_M \cdot F_M + \gamma_R \cdot F_R + \gamma_G \cdot F_G$$

Die Funktion F kann also als kumulierte Häufigkeitsverteilung der Punkte im BRT in der Population der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen in Bayern (Mittelschulen, Realschulen, Gymnasien) angesehen werden.

Diese Funktion $F: \{0; 1; 2; \dots; 60\} \rightarrow [0; 1]$ ordnet jeder Punktzahl n den Anteil der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen zu, die höchstens n Punkte im Test erreichen.

n	$F(n)$	n	$F(n)$	n	$F(n)$
0	0,00 %	20	4,2 %	40	39,8 %
1	0,05 %	21	5,1 %	41	42,3 %
2	0,05 %	22	5,7 %	42	45,4 %
3	0,09 %	23	6,4 %	43	48,7 %
4	0,14 %	24	7,4 %	44	51,5 %
5	0,14 %	25	8,3 %	45	55,0 %
6	0,27 %	26	9,5 %	46	57,8 %
7	0,41 %	27	10,8 %	47	61,9 %
8	0,46 %	28	12,0 %	48	65,2 %
9	0,68 %	29	13,6 %	49	69,4 %
10	0,73 %	30	15,6 %	50	72,9 %
11	0,91 %	31	17,4 %	51	76,6 %
12	1,2 %	32	19,6 %	52	80,5 %
13	1,4 %	33	21,6 %	53	83,7 %
14	1,6 %	34	23,8 %	54	87,1 %
15	2,0 %	35	25,9 %	55	90,5 %
16	2,4 %	36	28,1 %	56	93,6 %
17	2,8 %	37	30,4 %	57	96,6 %
18	3,1 %	38	33,7 %	58	98,0 %
19	3,7 %	39	36,7 %	59	99,6 %
				60	100,0 %

Tab. 7: Anteil $F(n)$ der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen, die höchstens n Punkte im Test erreichen

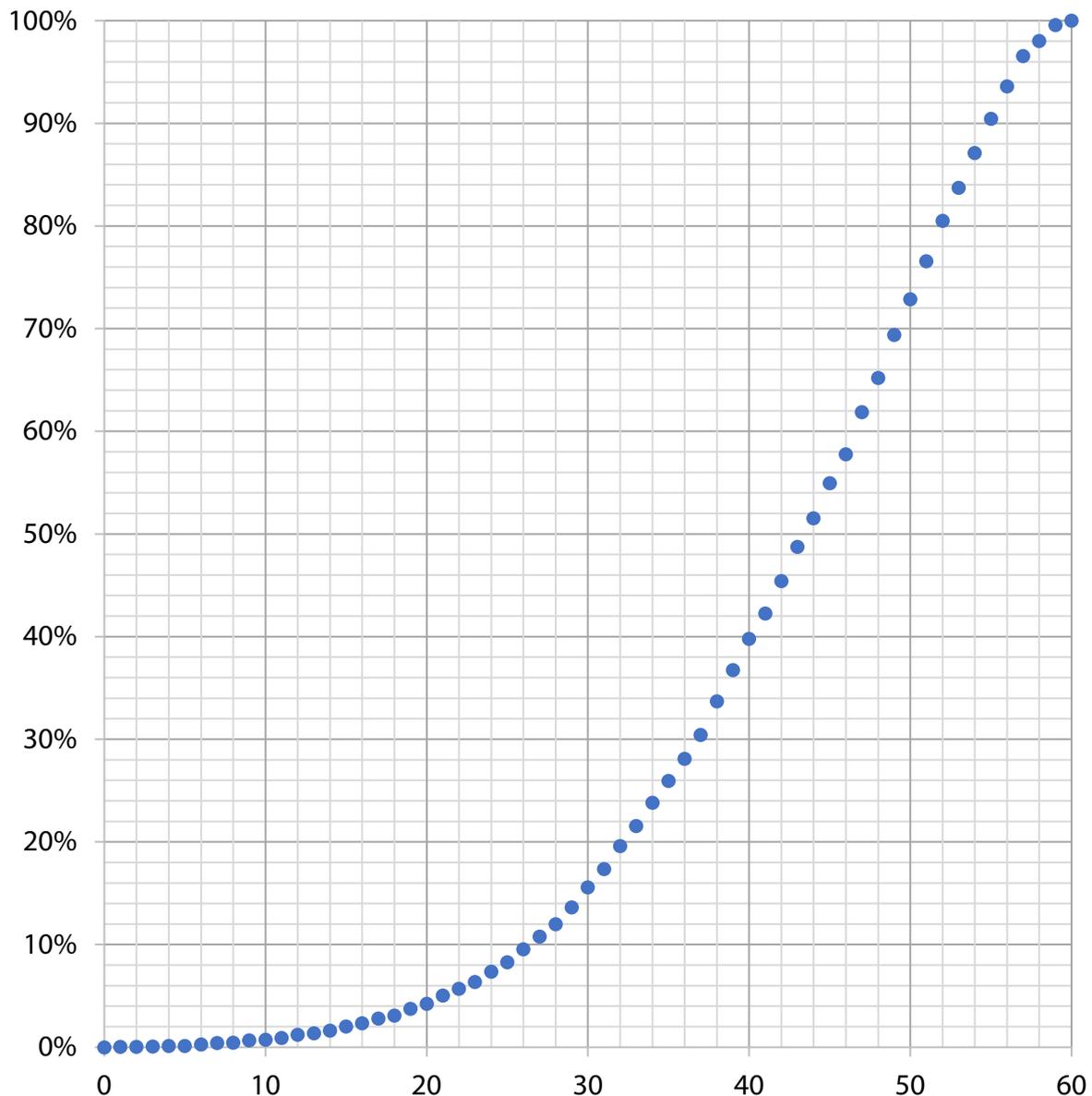


Abb. 5: Anteil $F(n)$ der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen, die höchstens n Punkte im Test erreichen

Interpretationsbeispiele

- (1) Etwa die Hälfte aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen in Bayern erreicht im BRT höchstens 43 Punkte. Entsprechend erreichen die anderen Schülerinnen und Schüler 44 Punkte oder mehr.
- (2) Ein Fünftklässler an einer allgemein bildenden Schule, der 26 Punkte erreicht, gehört – in Bezug auf den BRT – zu den schwächsten 10 % aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen in Bayern. Er befindet sich für diese Bezugsgruppe auf dem Prozentrang 10.
- (3) Ein Fünftklässler an einer allgemein bildenden Schule, der 21 Punkte erreicht, gehört – in Bezug auf den BRT – zu den schwächsten 5 % aller Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen in Bayern. Er ist für diese Bezugsgruppe auf dem Prozentrang 5.

8. Schwellenwerte für Rechenschwäche und spezifische Förderbedürftigkeit

Eine naheliegende Frage in Bezug auf den BRT ist: Kann man damit feststellen,

- ob Schülerinnen und Schüler rechenschwach sind und
- ob sie zusätzliche Förderung neben dem regulären Unterricht benötigen?

Die Antwort lautet: Ja, aber nur, wenn man zusätzliche Annahmen trifft. Dazu zunächst eine Schärfung des Begriffs „Rechenschwäche“ aus der Perspektive der Mathematikdidaktik (vgl. Gaidoschik et al. 2021; Ulm, Steinecke 2025).

Definition von Rechenschwäche

Rechenschwäche ist ein gravierender Mangel an

- Verständnis für natürliche Zahlen,
- Verständnis für das dekadische Stellenwertsystem und
- Verständnis für Rechenoperationen.

„Gravierend“ bedeutet hierbei, dass der Mangel durch undifferenziertes Weiterlernen im regulären Unterricht nicht überwunden werden kann. Der Mangel kann dabei in einem, zwei oder allen drei der genannten Bereiche vorliegen.

Diese Begriffsbildung liegt dem Bayreuther Rechentest zugrunde (vgl. Abschnitt 1 und Tabelle 1).

Prävalenz von Rechenschwäche

Die Angaben in der Fachliteratur, wie viele Schülerinnen und Schüler rechenschwach sind, variieren beträchtlich. Beispielsweise berichten Spiegel und Selter (2021, S. 87), dass je nach Untersuchung 2 % bis 20 % der Kinder eines Grundschuljahrgangs als rechenschwach diagnostiziert wurden. Käpnick und Benölken (2020, S. 227) schätzen 3 % bis 7 % der Grundschul Kinder als extrem rechenschwach ein und geben an, dass ca. 15 % eine förderbedürftige Rechenschwäche aufweisen. In einer medizinischen Leitlinie geben Haberstroh und Schulte-Körne (2019, S. 107) an, dass 3 % bis 7 % aller Kinder, Jugendlichen und Erwachsenen unter einer Rechenstörung leiden.

Die unterschiedlichen Angaben zur Prävalenz von Rechenschwäche kommen vor allem dadurch zustande, dass Rechenschwäche in verschiedenen Wissenschaften (Mathematikdidaktik, Psychologie, Medizin) unterschiedlich definiert wird und dass die Grenze zwischen „rechenschwach“ und „nicht rechenschwach“ unterschiedlich gezogen wird (vgl. Ulm, Steinecke 2025).

Prävalenz als Kriterium

Die Funktion F in Abschnitt 7 – dargestellt in Tabelle 7 und Abbildung 5 – stellt einen unmittelbaren Zusammenhang zwischen maximal erreichten Testwerten und Prävalenzraten her. Als Beispiele:

- Wenn man annimmt, dass 5 % der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen rechenschwach sind, dann weist ein Testwert $n \leq 21$ auf Rechenschwäche hin.
- Wenn man annimmt, dass 10 % der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen rechenschwach sind, dann weist ein Testwert $n \leq 26$ auf Rechenschwäche hin.

Mit derartigen Kriterien können also individuelle Testergebnisse von Schülerinnen und Schülern in Bezug auf das Vorliegen von Rechenschwäche interpretiert werden. Zur Vertiefung und Absicherung von Diagnosen sollten allerdings zusätzlich auch prozessorientierte Verfahren wie die Bayreuther Förderdiagnostik (vgl. Abschnitt 1) durchgeführt werden.

Spezifische Förderbedürftigkeit als Kriterium

Aus der Perspektive des Schulsystems bzw. von Lehrkräften ist insbesondere die pädagogische Frage von Bedeutung: Welche Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe benötigen spezifische Förderung zu grundlegenden Inhalten der Arithmetik aus den Jahrgangsstufen 1 bis 4?

Um diese Frage zu beantworten, wird auf die professionelle Expertise von Lehrkräften zurückgegriffen.

An den in Abschnitt 2 beschriebenen 40 Schulen wurden die bearbeiteten Rechentests der 2328 Schülerinnen und Schüler jeweils von Lehrkräften der Schulen korrigiert. Auf Basis dieser Erfahrungen bei der Korrektur wurde mit 85 Lehrkräften dieser Schulen diskutiert, bis zu welchem Testwert Schülerinnen und Schüler spezifische Förderung zur Überwindung ihrer Verständnisdefizite erhalten sollten – d. h. Förderung, die über das reguläre Lernen im Mathematikunterricht gemäß dem Lehrplan der Sekundarstufe hinausgeht. Die Lehrkräfte sprachen sich auf Basis ihrer professionellen Expertise für folgende Empfehlung aus:

- Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe mit einem Testwert $n \leq 32$ sollten spezifische Förderung zur Arithmetik der Primarstufe erhalten.
- Diese Förderung kann in Form von Binnendifferenzierung im regulären Mathematikunterricht oder – insbesondere bei besonders starken Verständnisdefiziten – in Zusatzunterricht speziell für diese Schülergruppe erfolgen.

Auf wie viele Schülerinnen und Schüler bezieht sich diese Empfehlung von Lehrkräften? Antworten hierauf liefern die kumulierten Häufigkeitsverteilungen aus den Abschnitten 3 bis 7. Sie geben unmittelbar an, welcher Anteil der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5 an allgemein bildenden Schulen in Bayern bzw. an den jeweiligen Schularten höchstens 32 Punkte im Test erreicht und damit spezifischer Förderung bedarf. Die zugehörigen Werte $F(32)$, $F_M(32)$, $F_R(32)$ und $F_G(32)$ sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Allgemein bildende Schulen	20 %
Mittelschulen	50 %
Realschulen	12 %
Gymnasien	2,4 %

Tab. 8: Anteil der Schülerinnen und Schüler in Jahrgangsstufe 5, die spezifische Förderung zur Arithmetik der Primarstufe benötigen

Diese Kinder und Jugendlichen sind aufgrund ihrer gravierenden Mängel im Verständnis für natürliche Zahlen, das Stellenwertsystem und Rechenoperationen erheblich daran gehindert, Verständnis für die vielfältigen Inhalte der Sekundarstufenmathematik zu entwickeln (z. B. für Zahlenbereichserweiterungen, Algebra, Funktionen). Deshalb werden durch spezifische Förderung zur Arithmetik notwendige Voraussetzungen dafür geschaffen, dass diese Kinder und Jugendlichen überhaupt substanzielles Verständnis für die Mathematik der Sekundarstufe entwickeln können.

9. Literatur

Gaidoschik, M., Moser Opitz E., Nührenbörger, M., Rathgeb-Schnierer E. (2021): Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen, Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, Heft 111S

Haberstroh, S., Schulte-Körne G. (2019): Klinische Leitlinie: Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung, Deutsches Ärzteblatt, 116 (7), S. 107-114

Käpnick, F., Benölken, R. (2020): Mathematiklernen in der Grundschule, Springer Spektrum, Berlin

Spiegel, H., Selter, C. (2021): Kinder & Mathematik, Kallmeyer, Seelze

Steinecke, A., Martin, M. (2022): Bayreuther Testpaket zur Erfassung von Rechenschwäche im Mathematikunterricht, Mathematikdidaktik im Kontext, Nr. 8, Bayreuth, <https://epub.uni-bayreuth.de/id/eprint/6616>

Ulm, V., Steinecke, A. (2025): Rechenschwäche in der Sekundarstufe, Spezifische Schwierigkeiten verstehen, erkennen und überwinden, Cornelsen, Berlin

Impressum

Mathematikdidaktik im Kontext

ISSN 2568-0331

Heft 10

Normierung des Bayreuther Rechentests (BRT)

Bayreuth, 2024

Elektronische Fassung unter:

https://epub.uni-bayreuth.de/view/series/Mathematikdidaktik_im_Kontext.html

Autor

Volker Ulm

Herausgeber

Carsten Miller und Volker Ulm
Universität Bayreuth
Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik
Universitätsstraße 30
95440 Bayreuth

<https://www.dmi.uni-bayreuth.de>