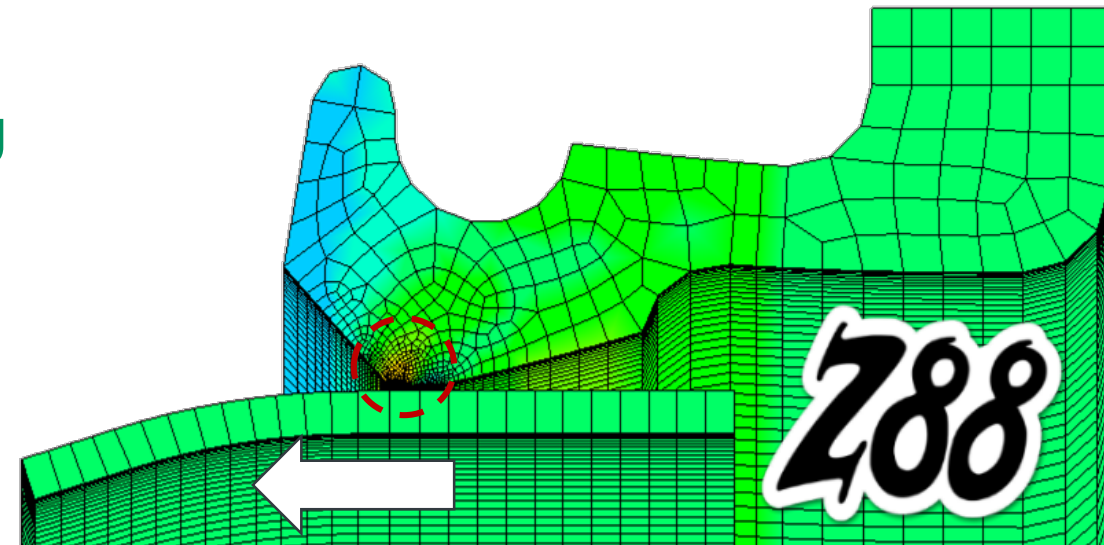


Simulation hyperelastischer Materialien mit Z88 – Kalibrierung hyperelastischer Materialmodelle

Florian Hüter, [Daniel Singer](#)

23. Bayreuther 3D-Konstrukteurstag

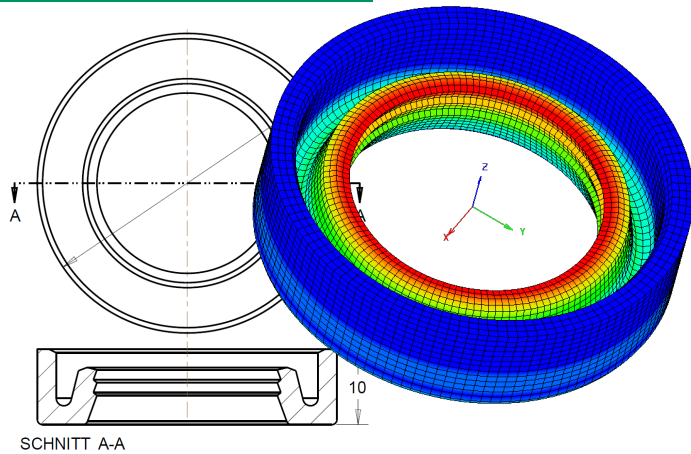
Bayreuth, 14.09.2022



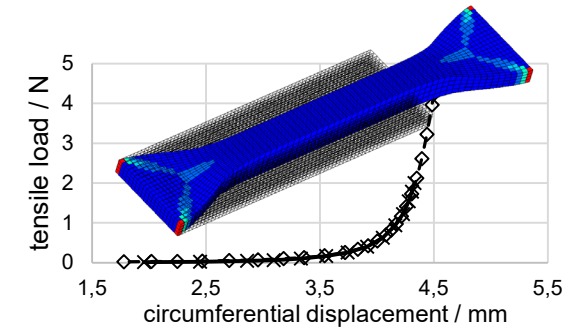
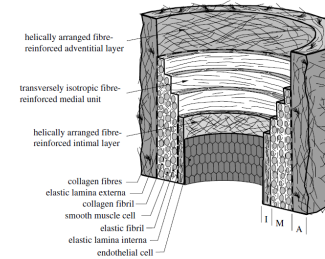
Simulation hyperelastischer Materialien

Anwendungsbeispiele

Wellendichtring

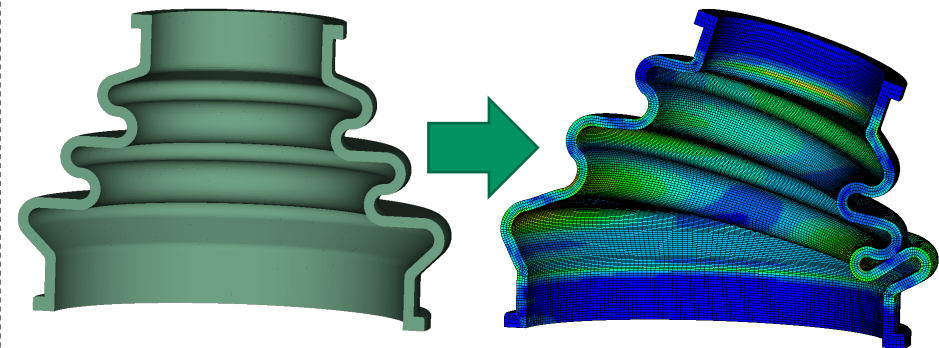


Soft Tissues

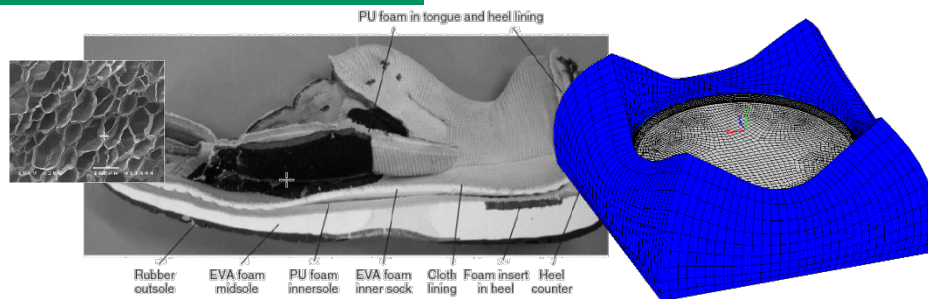


Z88

Faltenbalg-Dichtung



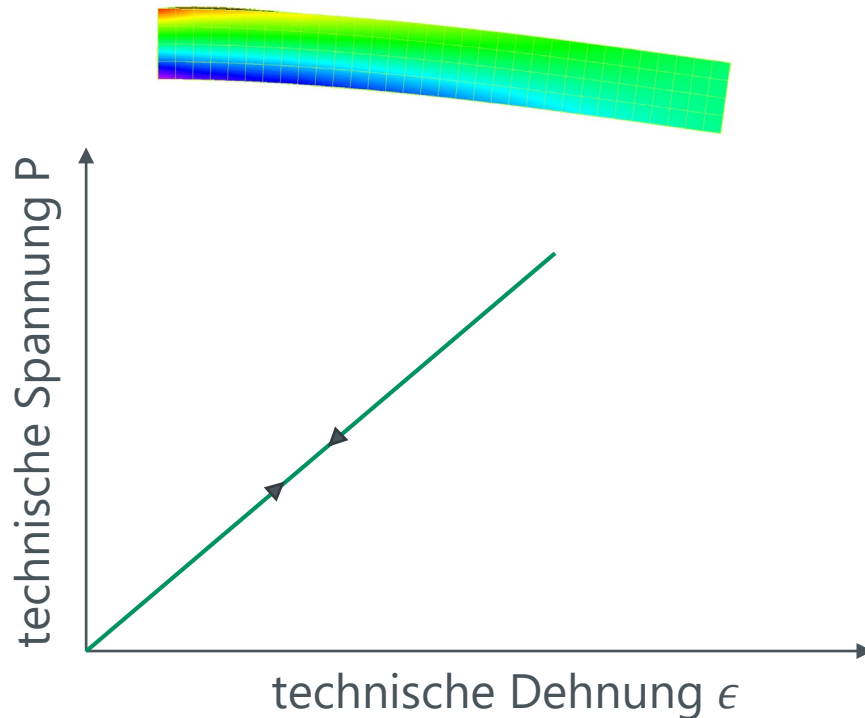
Schaummaterialien



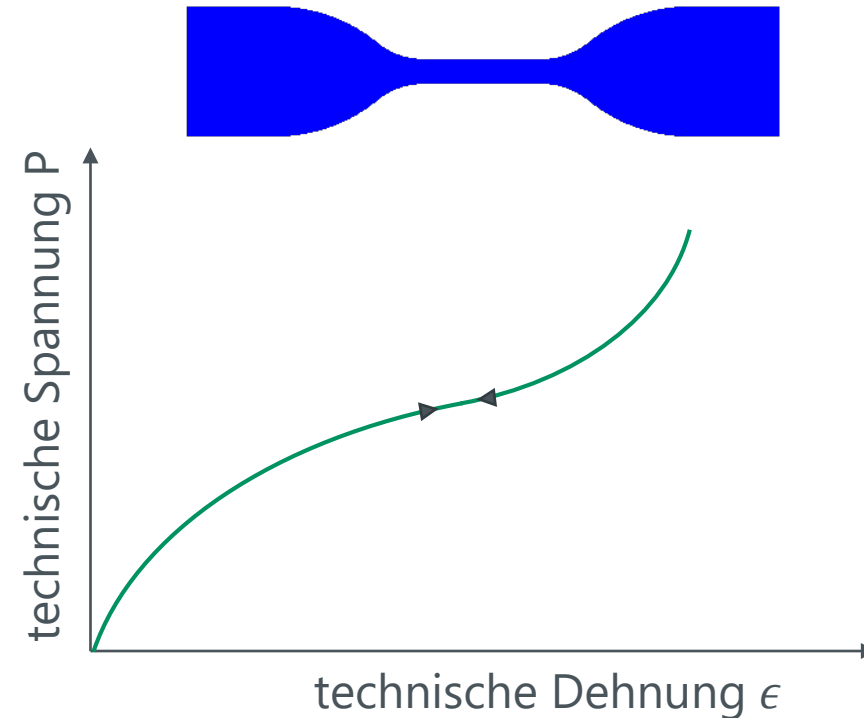
Hyperelastisches Materialverhalten

Elastisches Materialverhalten

Linear-elastisches Materialverhalten



Nichtlinear-elastisches Materialverhalten

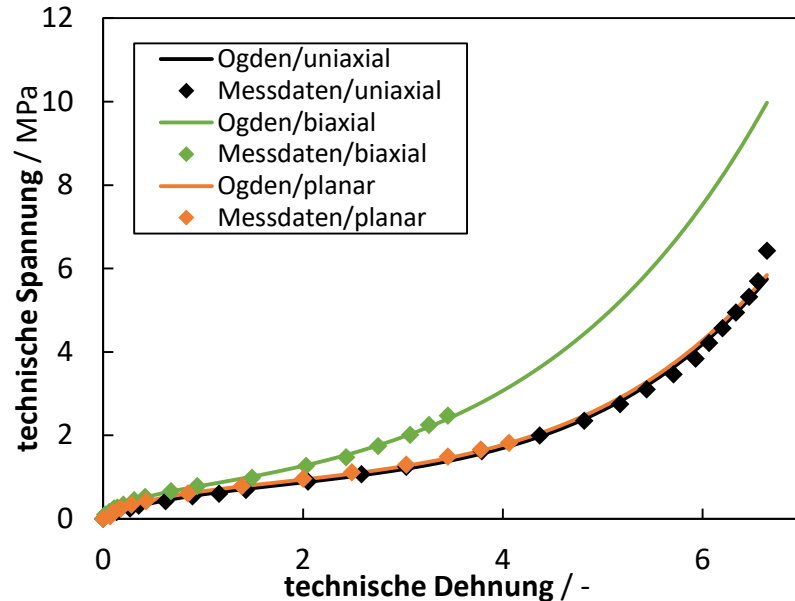


Reddy, J. N.: An introduction to continuum mechanics: With applications. Cambridge University Press. New York: 2008.



Hyperelastisches Materialverhalten

■ vulkanisierter Kautschuk (Treloar)



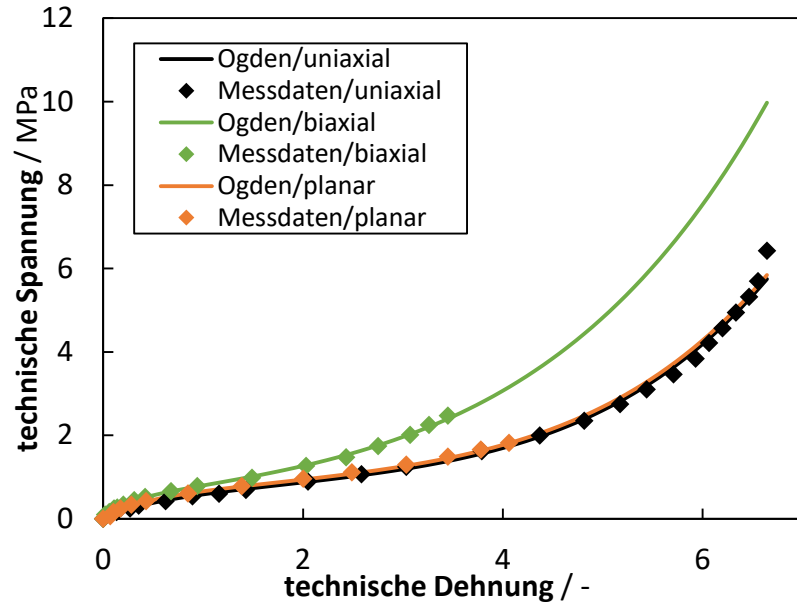
■ Charakteristische Merkmale

- nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Kurve
- große Verformungen typisch
- rein-elastisches Materialverhalten
 - reversible Verformung
 - eindeutige Spannungs-Dehnungs-Relation $\sigma = \sigma(\varepsilon)$
- idealisiert: konservativ/energieerhaltend
- isotrop oder anisotrop (faserverstärkt)
- (quasi-)inkompressibel bis stark kompressibel

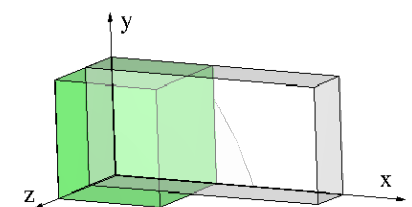
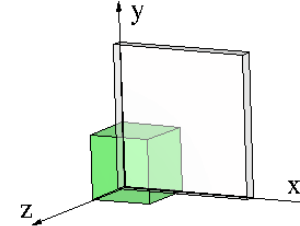
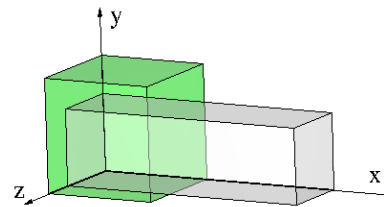


Typische Materialprüfversuche

■ Spannungs-Dehnungs-Verhalten



- Das nichtlinear-elastische Materialverhalten ist von der Belastungsmode abhängig
- Charakterisierung des Verhaltens für unterschiedliche Belastungszustände
- Typische Prüfversuche:
 - Uniaxialer Zugversuch
 - Äquibiaxialer Zugversuch
 - Planarer Zugversuch (engl. pure shear)



Hyperelastizität

■ Verzerrungsenergiedichte

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}} \quad \mathbb{C} = 2 \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{C}}$$

■ Polynomansätze:

$$\Psi = \sum_{i,j=1}^N A_{ij} \cdot (\bar{I}_1 - 3)^i \cdot (\bar{I}_2 - 3)^j + \frac{K}{2} \cdot (J - 1)^2$$

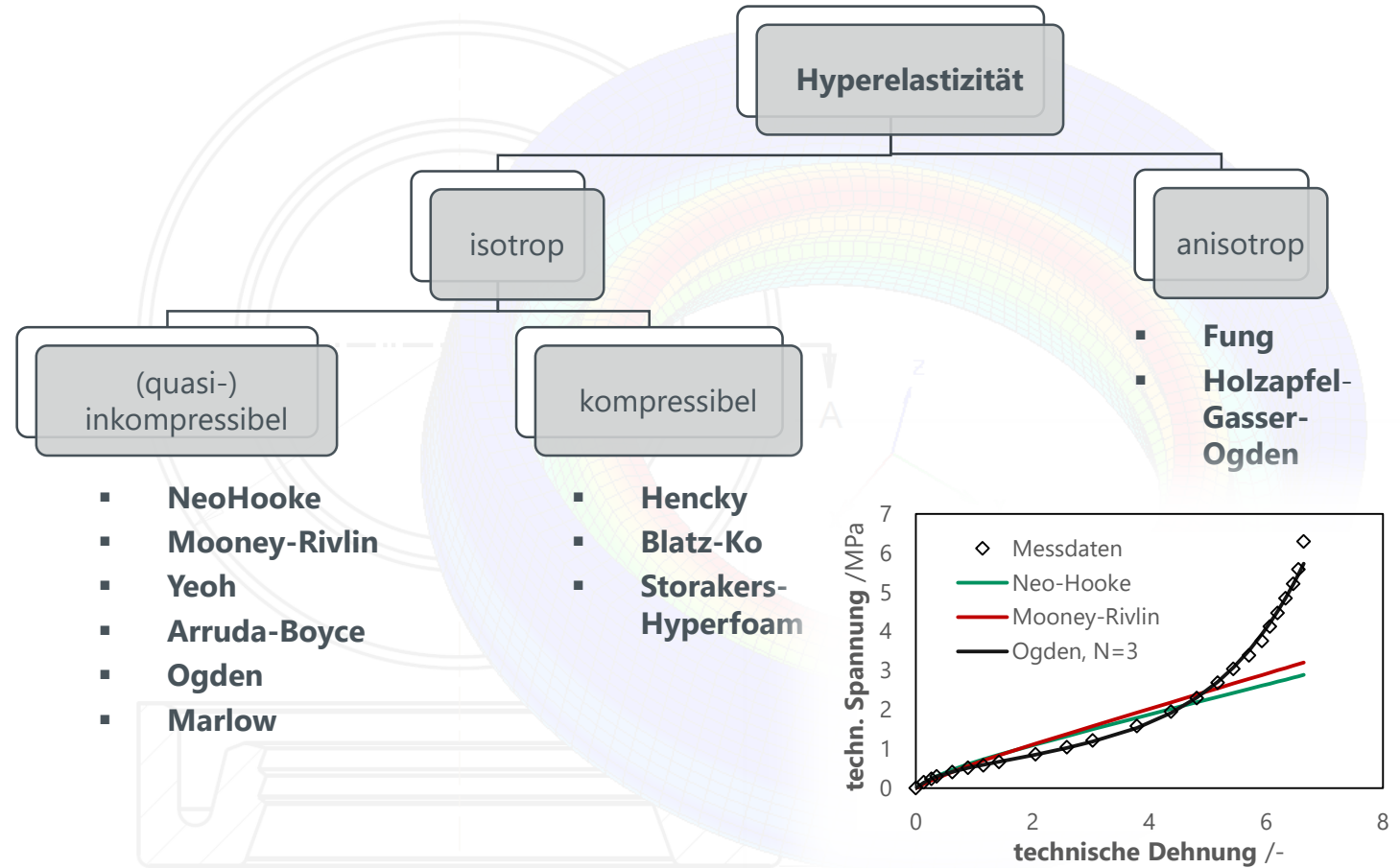
- **Mooney-Rivlin**, Ordnung $N = 1$
- **NeoHooke**, Ordnung $N = 1, j = 0$

■ Potenzansätze:

- **Ogden**, Ordnung $N = 1 \dots 6$,

■ Spline-Interpolation:

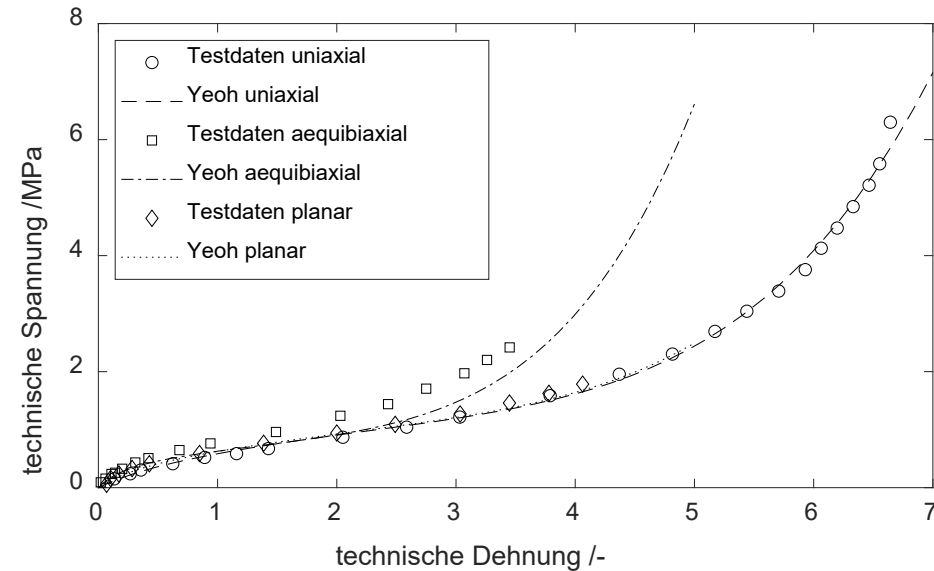
- **Marlow**-Modell



Curve Fitting

- Die Modellparameter haben nur bei einfachen Modellen eine physikalische Bedeutung und lassen sich direkt messen
- Meist werden die Modellparameter numerisch durch Curve Fitting ermittelt:
 - Lineare Ausgleichsrechnung (Invarianten-basierte Modelle)
 - Nichtlineare Ausgleichrechnung (Ogden), z. B. Levenberg-Marquardt-Algorithmus.

$$F = \sum_{i=1}^M \{ \sigma_i^{Mess} - \sigma_i^{Modell}(\varepsilon_i^{Mess}) \}^2 \rightarrow \min$$



Yeoh

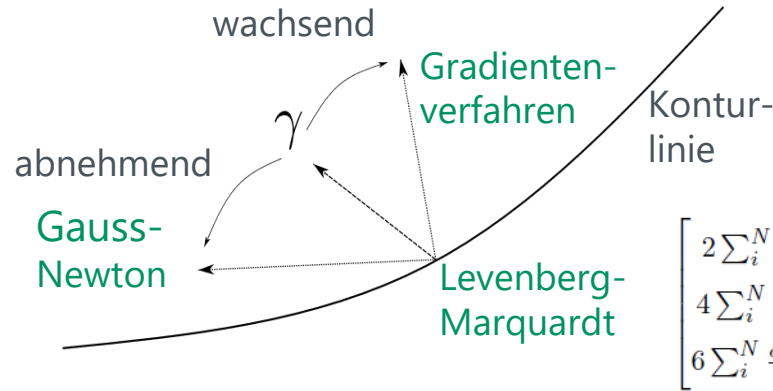
$$\psi = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_2 - 3)^2 + C_{30}(I_3 - 3)^3$$

$$C_{10} = 0.18346, C_{20} = -1.38796 \cdot 10^{-3}, C_{30} = 3.80829 \cdot 10^{-5}$$



Lineare Ausgleichsrechnung

- $\frac{\partial P}{\partial C_{ij}} \neq f(C_{ij})$
- $E = \sum_i^N \left[1 - \frac{P(C_{ij}, \lambda_i)}{P_i} \right]^2 \rightarrow \min.$
- Führt auf die Lösung eines linearen Gleichungssystems



$$\begin{bmatrix} 2 \sum_i^N \frac{\alpha^2}{P_i^2} & 4 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta}{P_i^2} & 6 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta^2}{P_i^2} \\ 4 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta}{P_i^2} & 8 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta^2}{P_i^2} & 12 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta^3}{P_i^2} \\ 6 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta^2}{P_i^2} & 12 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta^3}{P_i^2} & 18 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta^4}{P_i^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{10} \\ C_{20} \\ C_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i^N \frac{\alpha}{P_i} \\ 2 \sum_i^N \frac{\alpha \beta}{P_i} \\ 3 \sum_i^N \frac{\alpha \beta^2}{P_i} \end{bmatrix}$$

Nichtlineare Ausgleichsrechnung

- $\frac{\partial P}{\partial C_{ij}} = f(C_{ij})$
- Levenberg-Marquardt-Algorithmus: Inkrement $\Delta \vec{a} = (J^T J + \gamma I)^{-1} J^T \vec{E}$
- Dämpfungsparameter γ : Kombination der Vorteile von Gauss-Newton und Gradientenverfahren in Abhängigkeit der Entfernung von der Lösung



Softwaremodul

Materialprüf-
versuche



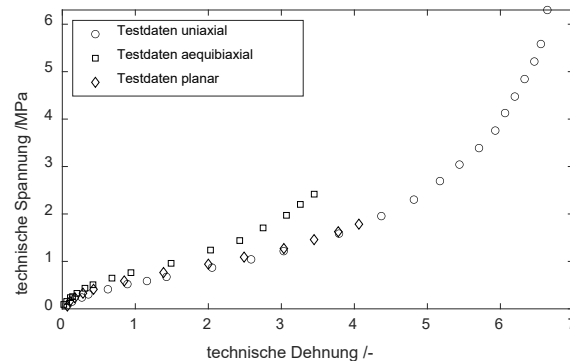
Kalibrierung der
Materialmodelle



Evaluierung

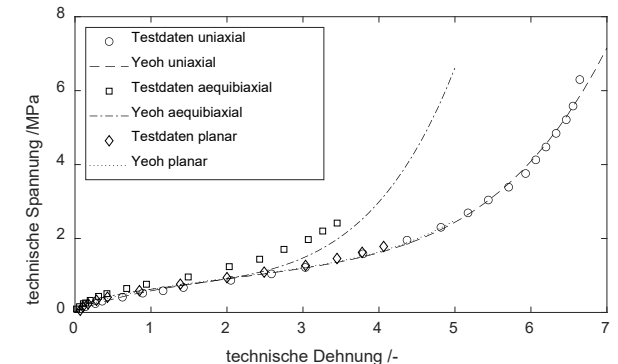


Beschreibung von
nichtlinearen
Spannungs-Dehnungs-
Relationen



Anforderungen:

- Modularer Aufbau, einfach erweiterbar
- Steuerbar mittels grafischer Benutzeroberfläche
- Evaluierung der Abbildungsgenauigkeit
- Visualisierung durch Plots



Simulation hyperelastischer Materialien

Kalibrierungstool: Ablauf und Funktionsweise

Einstellungen in der
grafischen Oberfläche

Übergabe der Steuerparameter:

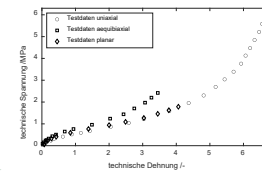
- Materialmodell(e)
- Modellspezifische Parameter



Daten: uniaxial, äquibiaxial,
eben
Yeoh-Modell

Einlesen Testdaten

Übergabe der Testdaten



Kalibrierung

Aufrufen der jeweiligen Rechenroutinen

$$\begin{bmatrix} 2 \sum_i^N \frac{\alpha^2}{P_i^2} & 4 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta}{P_i^2} & 6 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta^2}{P_i^2} \\ 4 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta}{P_i^2} & 8 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta^2}{P_i^2} & 12 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta^3}{P_i^2} \\ 6 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta^2}{P_i^2} & 12 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta^3}{P_i^2} & 18 \sum_i^N \frac{\alpha^2 \beta^4}{P_i^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{10} \\ C_{20} \\ C_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i^N \frac{\alpha}{P_i} \\ 2 \sum_i^N \frac{\alpha \beta}{P_i} \\ 3 \sum_i^N \frac{\alpha \beta^2}{P_i} \end{bmatrix}$$

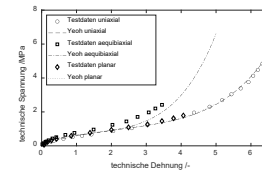
Ausgaben

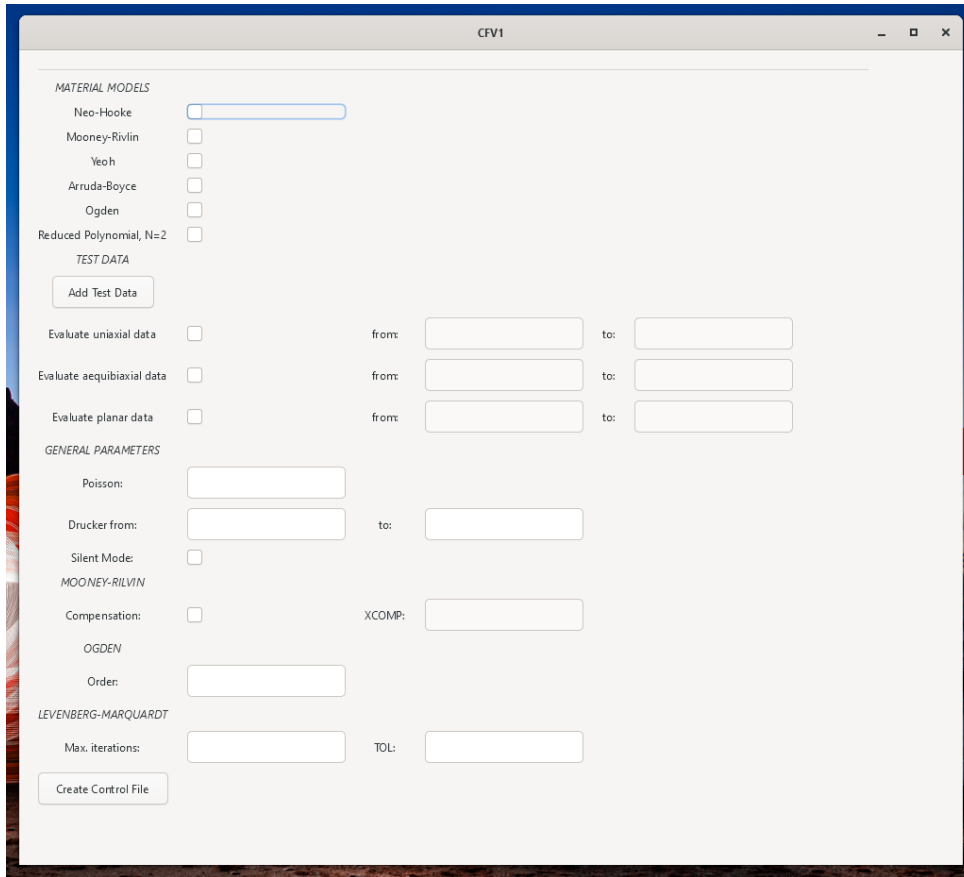
Schreiben der Ergebnisse in getrennte
Ausgabedateien

$$\begin{aligned} C_{10} &= 0.18346 \\ C_{20} &= -1.38796 \cdot 10^{-3} \\ C_{30} &= 3.80829 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

Plotting

Grafische Darstellung der Modellvor-
hersage mittels gnuplot





The screenshot shows the CFV1 calibration tool interface. It features a sidebar with 'MATERIAL MODELS' (Neo-Hooke, Mooney-Rivlin, Yeoh, Arruda-Boyce, Ogden, Reduced Polynomial, N=2) and 'TEST DATA' (Add Test Data). The main area has sections for 'EVALUATE' (uniaxial, equibiaxial, planar data) with 'from' and 'to' input fields, 'GENERAL PARAMETERS' (Poisson's ratio, Drucker from/to, Silent Mode), 'MOONEY-RIVLIN' (Compensation, XCOMP), 'OGDEN' (Order), and 'LEVENBERG-MARQUARDT' (Max. iterations, TOL). A 'Create Control File' button is at the bottom.

- Einfaches Anwählen der gewünschten Materialmodelle

Vollständiger Polynomansatz

- Mooney-Rivlin, N=2

Reduzierter Polynomansatz

- Neo-Hooke, N=1
- N=2
- Yeoh, N=3

Materialistische Ansätze

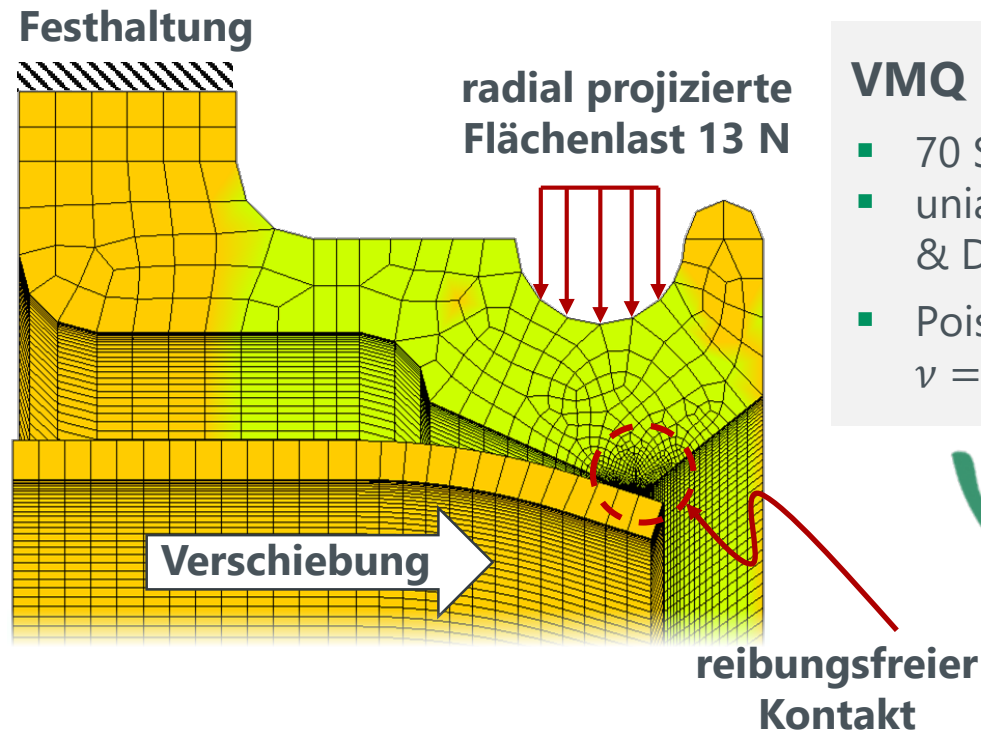
- Arruda-Boyce
- Ogden, N=1...6

- Eingabe der Spannungs-Dehnungs-Testdaten
- Steuerung der Rechnung und Verfeinerung der Ergebnisse möglich
- Ergebnisplots und Anzeige der relativen Abbildungsgenauigkeit

Simulation hyperelastischer Materialien

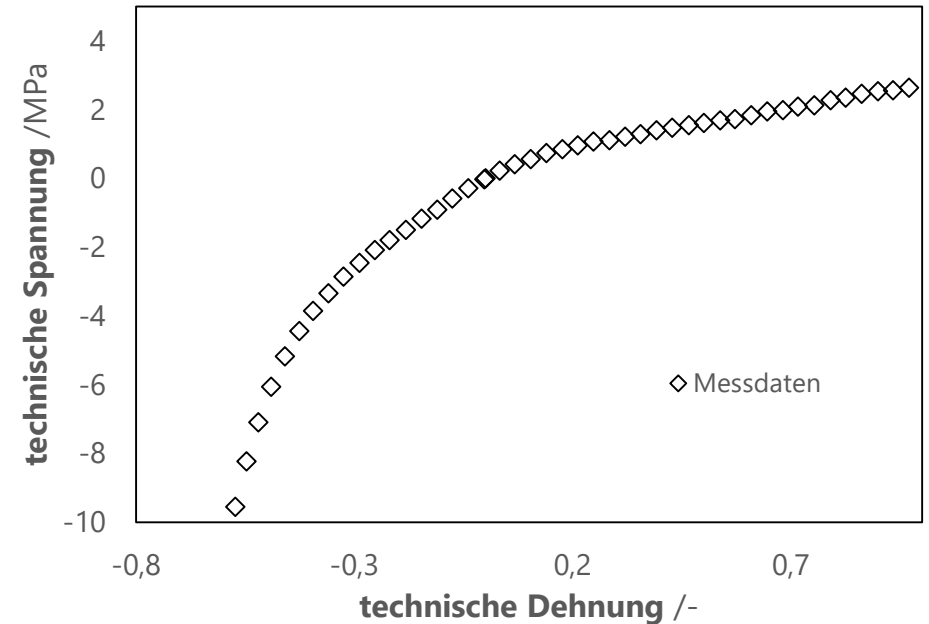
Anwendungsbeispiel: Montage eines Radialwellendichtrings

Radialwellendichtring



VMQ Elastomer

- 70 Shore A
- uniaxialer Zug- & Druckdaten
- Poisson-Zahl:
 $\nu = 0,48 \dots 0,495$



- Modellkalibrierung
- Simulation mit Z88

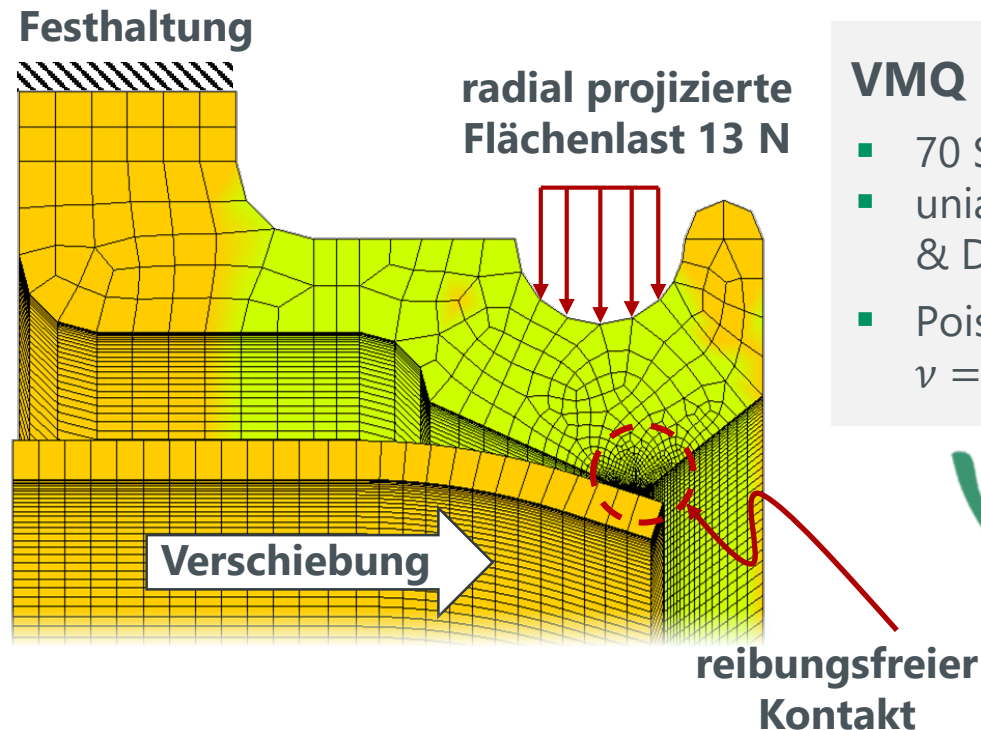
Z88

<https://doi.org/10.1007/978-3-642-16621-1>,
<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2005.09.002>,
https://www.nafems.org/publications/resource_center/nwc21-219-b/

Simulation hyperelastischer Materialien

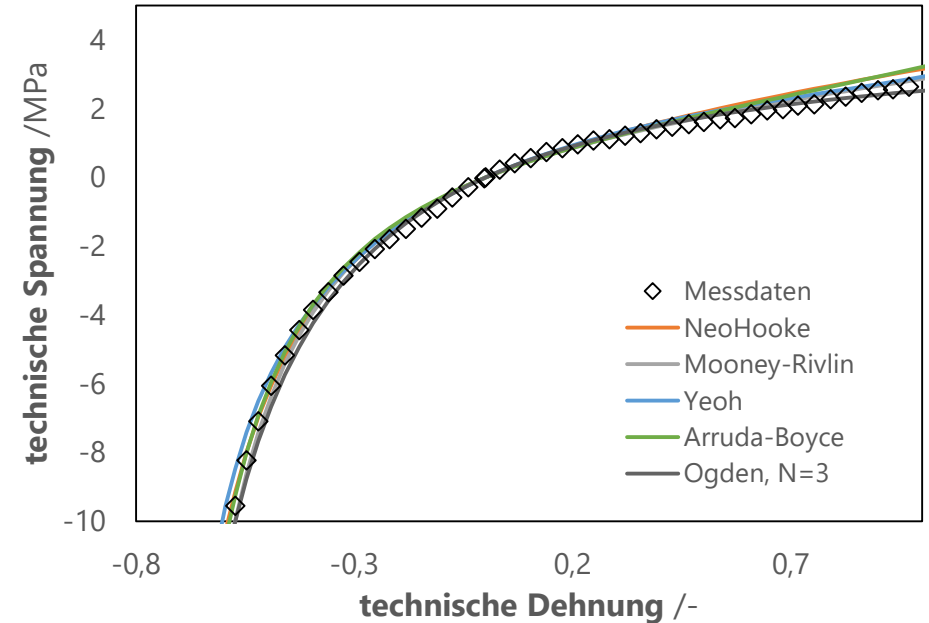
Anwendungsbeispiel: Montage eines Radialwellendichtrings

Radialwellendichtring



VMQ Elastomer

- 70 Shore A
- uniaxialer Zug- & Druckdaten
- Poisson-Zahl:
 $\nu = 0,48 \dots 0,495$

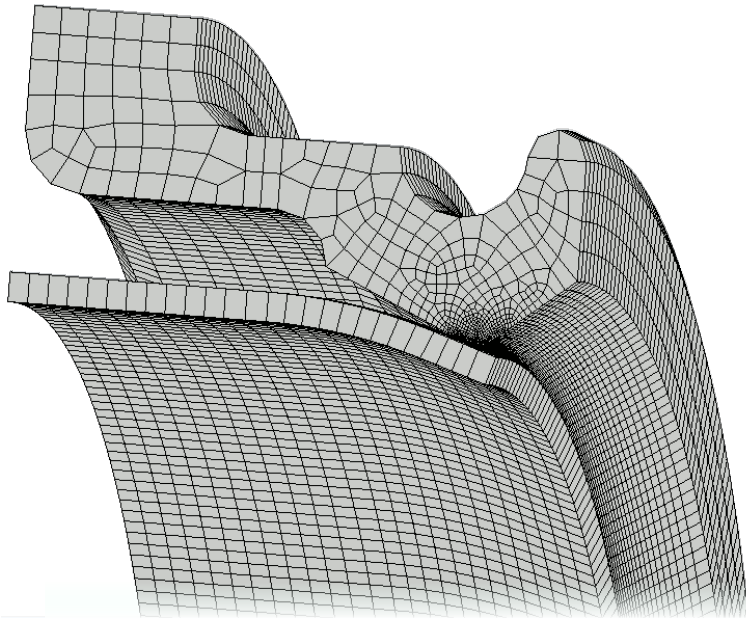


- Modellkalibrierung
- Simulation mit Z88

Z88



Simulation Montagevorgang



Kontaktpressung

