

# Magnetooptische Untersuchungen an ferromagnetischen III-V-Halbleitern

Von der Universität Bayreuth  
zur Erlangung des Grades eines  
Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)  
genehmigte Abhandlung

von

**Andreas Winter**

geboren am 12. März 1979 in Weiden i. d. Opf.

1. Gutachter: Prof. Dr. H. Pascher  
2. Gutachter: Prof. Dr. H. Krenn

Tag der Einreichung: 29.04.2009  
Tag des Kolloquiums: 23.07.2009







# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Magnetooptischer Kerr-Effekt</b>	<b>5</b>
2.1	verschiedene Konfigurationen . . . . .	5
2.2	Theoretische Herleitung . . . . .	8
2.3	Berechnung magnetooptischer Effekte in Vielschichtsystemen . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Magnetischer Zirkulardichroismus</b>	<b>21</b>
<b>4</b>	<b>Berechnung der dielektrischen Funktion</b>	<b>23</b>
4.1	Bandstrukturechnungen . . . . .	24
4.2	Einfluss von Interbandübergängen auf die dielektrische Funktion . . . . .	41
4.3	typische Ergebnisse für reine Halbleiter . . . . .	44
4.4	Einfluss von Intrabandübergängen auf die dielektrische Funktion . . . . .	48

---

<b>5</b>	<b>Magnetismus</b>	<b>53</b>
5.1	Diamagnetismus . . . . .	53
5.2	Paramagnetismus . . . . .	54
5.3	Ferromagnetismus . . . . .	56
5.3.1	Molekularfeldnäherung . . . . .	58
5.3.2	Spin-Wellen . . . . .	60
5.3.3	Domänen . . . . .	61
5.4	Stoner-Wohlfarth-Modell . . . . .	64
<b>6</b>	<b>Eigenschaften verdünnt-magnetischer Halbleiter</b>	<b>81</b>
6.1	RKKY-Wechselwirkung . . . . .	86
<b>7</b>	<b>Experimentelle Vorgehensweise</b>	<b>91</b>
7.1	Untersuchte Proben . . . . .	92
7.1.1	GaMnAs . . . . .	94
7.1.2	GaMnSb . . . . .	96
7.1.3	InMnAs . . . . .	97
7.1.4	InMnSb . . . . .	98
7.2	Messaufbau . . . . .	100
7.3	Jones-Vektoren und -Matrizen . . . . .	109
7.4	Der Photoelastische Modulator (PEM) . . . . .	110
7.5	Auswertungsverfahren . . . . .	113

---

7.6	Eichmessungen . . . . .	118
7.7	Bestimmung der Curie-Temperatur eines Ferromagneten . . . . .	122
<b>8</b>	<b>Resultate GaMnAs</b>	<b>127</b>
8.1	Hystereseformen und deren Deutung . . . . .	129
8.2	Wellenlängenabhängigkeit des magnetischen Zirkulardichroismus bei gesättigter Magnetisierung . . .	151
<b>9</b>	<b>Resultate GaMnSb</b>	<b>153</b>
9.1	Hystereseformen und deren Deutung . . . . .	153
9.2	Wellenlängenabhängigkeit des magnetooptischen Kerr-Effekts und des magnetischen Zirkulardichroismus bei gesättigter Magnetisierung . . . . .	158
<b>10</b>	<b>Resultate InMnAs</b>	<b>163</b>
10.1	Hystereseformen und deren Deutung . . . . .	163
10.2	Wellenlängenabhängigkeit des magnetooptischen Kerr-Effekts und des magnetischen Zirkulardichroismus bei gesättigter Magnetisierung . . . . .	172
<b>11</b>	<b>Resultate InMnSb</b>	<b>177</b>
11.1	Hystereseformen und deren Deutung . . . . .	177
11.2	Wellenlängenabhängigkeit des magnetooptischen Kerr-Effekts und des magnetischen Zirkulardichroismus bei gesättigter Magnetisierung . . . . .	183

<b>12 Materialparameter und Diskussion</b>	<b>189</b>
<b>13 Zusammenfassung</b>	<b>195</b>
<b>14 Anhang</b>	<b>199</b>
14.1 Herleitung des magnetooptischen Kerr-Effekts aus den Komponenten des Reflexionsvermögens . . . . .	199
14.2 Zusammenhang zwischen magnetischem Zirkular- dichroismus und magnetooptischem Kerr-Effekt . . .	201
14.3 Messung des magnetischen Zirkulardichroismus mit Hilfe des Photoelastischen Modulators . . . . .	203
14.4 Berechnung des Stoner-Wohlfahrt-Modells . . . . .	206
14.5 Die Rechen-Programme . . . . .	208
14.5.1 Stoner-Wohlfahrt-Modell . . . . .	208
14.5.2 Simulation von Kerr- und MCD-Spektren .	212
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>221</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Eine moderne Entwicklung in der Halbleiterphysik bzw. -Technologie wird unter der Bezeichnung “Spintronik” geführt. Im Gegensatz zur herkömmlichen Digitalelektronik, die die Ladung des Elektrons nutzt, wird bei der Spintronik der Spin als informationstragende Größe gewählt. Makroskopische Effekte wie der Magnetismus beruhen auf kollektivem Zusammenwirken vieler elementarer magnetischer Momente - in der Spintronik wird der Spin einzelner oder nur weniger Elektronen genutzt. An Stelle von positiver oder negativer Ladung (bzw. Strom fließt oder Strom fließt nicht) kennt auch der Spin zwei diskrete Basiszustände (spin-up  $|\uparrow\rangle$  und spin-down  $|\downarrow\rangle$ ). Allerdings ist es möglich, beliebige Linearkombinationen dieser Grundzustände zu generieren und dies lässt ganz neue Algorithmen zur Lösung bestimmter Probleme zu (z.B. Primfaktorzerlegung [1]) und bringt auch Vorteile bei der sicheren Datenübertragung. Diese neuen Ansätze werden unter dem Begriff “Quanteninformationsverarbeitung” zusammengefasst und stellen zur Zeit einen Schwerpunkt in der Grundlagenforschung dar. Im Augenblick sind sie aber noch weit davon entfernt, mit den existierenden Computern zu konkurrieren.

Gewisse Ansätze zu Quantenalgorithmen konnten bereits experimentell an Molekülen gezeigt werden [2]. Allerdings sind dafür große Apparaturen nötig und die Moleküle müssen speziell für eine einzige Aufgabe konzipiert werden. Die industrielle Technologie ist auf Halbleiter (vor allem Silizium) ausgelegt. Es wäre deshalb von Vorteil die aktuelle Halbleitertechnologie mit den Vorzü-

gen der Spintronik zu bereichern. Eine bereits in Serie gefertigte Anwendung ist der MRAM-Speicher (Magnetic Random Access Memory). Dabei kombiniert man die Eigenschaft eines Ferromagneten, seinen Magnetisierungszustand teilweise beizubehalten, auch nachdem äußere Einflüsse abgestellt wurden, mit der schnellen und einfachen Speicheradressierung durch Ströme in einem Halbleiter. Ein weiteres Beispiel ist das Lesen einer Festplatte mit Hilfe des GMR-Effekts (“Giant MagnetoResistance”, siehe z.B. [3], Physik-Nobelpreis 2007), bei dem die Spinpolarisation der Elektronen in einem magnetisierten Medium Einfluss darauf hat, wie groß der Übergangswiderstand zu einem angrenzenden Medium ist.

Trotz ihres hohen Potentials hat die Nutzung dieser Methoden mit Hilfe ferromagnetischer Metalle den Nachteil, dass sich nur über Umwege eine Anbindung an den Halbleiter herstellen lässt. Aus diesem Grund wäre es wünschenswert, halbleitende und magnetische Eigenschaften in ein und dem selben Materialstück zu vereinen. Um dies zu erreichen substituiert man in Halbleiterkristallen die Kationen teilweise durch magnetische Elemente (in den meisten Fällen Mangan), so dass eine feste Lösung oder Legierung entsteht. Es ergeben sich so genannte verdünnt-magnetische Halbleiter (vom englischen “diluted magnetic semiconductors”). Dies verändert natürlich die Bandstruktur des Festkörpers in der Weise, dass vor allem die Aufspaltung der Spin-Niveaus im Magnetfeld verändert wird. Wesentlicher Faktor ist dabei die Austauschwechselwirkung zwischen den magnetischen Ionen einerseits und zwischen Ionen und freien Ladungsträgern andererseits, welche in unterschiedlichen Materialien unterschiedlich stark ausgeprägt ist. Für typische Verbindungs-Halbleiter wie CdTe oder GaAs ist dies bereits gut untersucht [4, 5, 6]. Materialien mit kleiner Bandlücke wie etwa InSb oder InAs wurden noch nicht ausführlich studiert, da es einerseits relativ schwierig ist, in diese Systeme homogen verteilt magnetische Ionen einzubringen, ohne dabei die Kristallqualität deutlich zu verschlechtern bzw. Ausscheidung zusätzlicher Phasen zu erhalten [7, 8, 9]. Das Wachstum qualitativ hochwertiger InMnSb-Schichten ist erst vor wenigen Jahren in Form dünner Epitaxieschichten gelungen [8]. Andererseits müssen optische Experimente in diesen Materialien im infraroten Spektralbereich durchgeführt werden, was gegenüber dem sichtbaren größere Schwierigkeiten mit sich bringt.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der Untersuchung eben solcher magnetischer Halbleiterschichten mit kleiner Bandlücke. Es ist vom experimentellen Standpunkt aus günstig, magnetooptische Messverfahren anzuwenden, da in die entsprechenden Effekte sowohl magnetische Eigenschaften als auch die Bandstruktur des Halbleiters eingehen. Speziell sollen hier der magnetooptische Kerr-Effekt und der magnetische Zirkulardichroismus genutzt werden. Darüber hinaus werden auch an magnetischen Halbleitern mit großer Bandlücke Untersuchungen zur magnetischen Anisotropie durchgeführt.



# Kapitel 2

## Magnetooptischer Kerr-Effekt

Trifft linear polarisiertes Licht auf ein magnetisiertes Medium, so wird bei der Reflexion die Polarisationssebene des Lichts gedreht. Nach dem schottischen Physiker John Kerr (1824-1907) wird dieser Effekt magnetooptischer Kerr-Effekt (MOKE) <sup>1</sup> genannt. Viele Faktoren beeinflussen dessen Stärke, wie z.B. die Wellenlänge des Lichts, der Einfallswinkel des zur Untersuchung benutzten Lichtbündels, die Lage der Polarisationssebene des einfallenden Lichts und der Magnetisierungszustand der Probe. Vor allem wegen letzterer Abhängigkeit wird der Kerr-Effekt eingesetzt um die Magnetisierung an einer Oberfläche zu messen, womit z.B. die Domänenstruktur eines Ferromagneten sichtbar gemacht werden kann. Dies wird auch zum optischen Auslesen magnetooptischer Speichermedien benutzt.

### 2.1 verschiedene Konfigurationen

Die Drehung der Polarisationssebene von linear polarisiertem Licht bei Reflexion an einem magnetisierten Medium hängt von der relativen Lage der

---

<sup>1</sup>Es existiert auch der so genannte elektrooptische Kerr-Effekt - bei Anlegen eines elektrischen Feldes wird Materie doppelbrechend - dieser wird aber im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet. Der Einfachheit halber ist deshalb im Weiteren mit Kerr-Effekt stets der magnetooptische Kerr-Effekt gemeint.

Magnetisierung in Bezug auf die Einfallsebene - definiert durch Probennormale und Einfallrichtung - ab. Man unterscheidet in der Literatur zwischen drei grundsätzlichen Konfigurationen:

a) longitudinaler Kerr-Effekt

Wenn die Magnetisierung parallel zur Probenoberfläche in der Einfallsebene des Lichts liegt, spricht man vom longitudinalen Kerr-Effekt. Dabei ist die Größe des Drehwinkels der Polarisationssebene abhängig von deren Lage vor der Reflexion und ist in den allermeisten Fällen relativ gering. Bei Vertauschen von ein- und ausfallendem Strahl ändert sich das Vorzeichen der Drehung.

b) transversaler Kerr-Effekt

Liegt die Magnetisierung der Probe parallel zur Oberfläche aber senkrecht zur Einfallsebene des Lichts, so wird dies transversaler Kerr-Effekt genannt. Hierbei ergibt sich keine Drehung der Polarisationssebene, sondern eine Änderung der Intensität des Lichts abhängig von Einfallswinkel und ursprünglicher Polarisation. Bei Messungen mit Modulationstechniken kann dieser Effekt große Beiträge zum Signal liefern, obwohl er bei klassischen Messungen mit linear polarisiertem Licht gar keine Drehung der Polarisationssebene bewirkt (siehe Abschnitt 7.5)!

c) polarer Kerr-Effekt

In diesem Fall steht die Magnetisierung der Probe senkrecht zu der reflektierenden Oberfläche. Die Drehung der Polarisationssebene ist dabei aus Symmetriegründen unabhängig von der anfänglichen Lage der Polarisationssebene des einfallenden Lichtstrahls. Oft wird dieser Effekt bei einem Einfallswinkel von fast Null Grad gemessen, wobei die Formeln, die den Effekt beschreiben, sehr einfach werden und man gemessene Signale eindeutig auf *einen* Drehwinkel zurückführen kann (siehe Abschnitt 7.6). Deshalb und auf Grund der Tatsache, dass er von den drei Kerr-Effekt-Konfigurationen die größten Signale liefert, nimmt der polare Kerr-Effekt eine herausgehobene Stellung bei magnetooptischen Messungen ein und wird in Folge dessen im Abschnitt 2.2 besonders ausführlich behandelt.

Wie sich in Abschnitt 7.5 zeigen wird, ist bei kleinem Einfallswinkel des Lichts praktisch nur der polare Kerr-Effekt und damit nur die Magnetisierungskomponente senkrecht zur Oberfläche beobachtbar. Wenn man auch andere Magnetisierungskomponenten detektieren möchte, so muss man einen von Null verschiedenen Einfallswinkel verwenden und erhält dann stets Beiträge von allen drei Kerr-Effekten mit unterschiedlicher Stärke. Es ist deshalb bei einer konkreten Messung schwierig, die einzelnen Anteile zu trennen. Durch systematische Messungen mit verschiedenen Einfallswinkeln wäre es aber dennoch möglich, die jeweiligen Beiträge durch deren unterschiedlich großen Einfluss auf die Messsignale voneinander zu unterscheiden.

Im Rahmen dieser Arbeit war nicht jeder beliebige Einfallswinkel messtechnisch zugänglich, wodurch die Zuordnung der Teilkomponenten nicht eindeutig möglich ist. Man kann aber für eine angenommene Magnetisierungsausrichtung in der Probe - bei gegebenem Einfallswinkel und gegebenem Polarisationszustand des einfallenden Lichtstrahls - die Messsignale berechnen (siehe Abschnitt 7.5). Durch Vergleich dieser Simulationsrechnungen mit den Messungen ist es schließlich möglich, den Verlauf der Magnetisierung während einer Messung bei veränderlichem Magnetfeld zu bestimmen.

Bei Proben, die Licht nur schwach absorbieren ist es möglich, dass das Licht beim Durchlaufen der Probe eine Drehung der Polarisationssebene erfährt (Faraday-Effekt). Wird ein Teil des Lichtstrahls an der Probenrückseite reflektiert kann der Strahl mit dem direkt an der Oberfläche reflektierten Strahl interferieren. Damit können sich Oszillationen in den magnetooptischen Messungen ergeben. Bei Proben mit hoher Ladungsträgerdichte ist die Absorption jedoch oft so groß, dass das Licht selbst in dünnen Epischichten vollständig absorbiert wird und keine Interferenzen auftreten.

Neben der Drehung der Polarisationssebene kann zusätzlich eine Veränderung des Polarisationsgrades auftreten: linear polarisiertes Licht wird im Allgemeinen elliptisch polarisiert. Dieser Effekt wird bei Betrachtung des MOKE aber im Weiteren vernachlässigt.

## 2.2 Theoretische Herleitung

Um magnetooptische Effekte berechnen zu können, geht man von den Maxwell-Gleichungen (im Folgenden ausgedrückt im SI-System <sup>2)</sup> aus:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (2.1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\dot{\vec{B}} \quad (2.2)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \dot{\vec{D}} + \vec{j} \quad (2.4)$$

Außerdem benötigt man die Materialgleichungen:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \quad (2.5)$$

(mit dem Dielektrizitätstensor  $\varepsilon$  <sup>3)</sup> und

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (2.6)$$

Für grundsätzliche Berechnungen zur Magnetooptik existiert im Wesentlichen nur eine Grundsatzarbeit (die von weiterführender Literatur meist direkt oder indirekt zitiert wird): drei zusammenhängende Veröffentlichungen von Bolotin und Sokolov [10, 11, 12]. Abgeleitet davon gibt es noch weitere Arbeiten, die eine konventionellere Schreibweise verwenden (z.B. [13]) - die von Bolotin und Sokolov verwendete Notation ist zwar allgemein gültig, aber sehr unübersichtlich. Im Weiteren soll deren Vorgehensweise beschrieben werden um aus der Struktur des dielektrischen Tensors die verschiedenen magnetooptischen Effekte zu berechnen.

<sup>2</sup>Um die imaginäre Einheit von Indizes leicht unterscheiden zu können, wird dafür ein anderer Schrifttyp gewählt:  $\mathbf{i} = \sqrt{-1}$ . Außerdem wird für Zahlenwerte als Dezimaltrennzeichen im Weiteren ein Punkt statt dem üblichen Komma verwendet (z.B.  $\frac{1}{3} \approx 0.3333$ ). Die magnetische Flussdichte  $B$  wird in kG anstelle von Tesla angegeben ( $1 \text{ T} = 10 \text{ kG}$ ).

<sup>3</sup>Wird auch oft als relativer Dielektrizitätstensor  $\varepsilon_r$  oder dielektrische Funktion  $\varepsilon(\omega)$  bezeichnet.  $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

Es kann gezeigt werden (z.B. nach [10]), dass der Tensor  $\varepsilon$  folgende Form annimmt, falls das effektive Magnetfeld parallel zur z-Achse des Koordinatensystems liegt:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ -\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Es ist hier die Rede von einem effektiven Magnetfeld, da es vom untersuchten System abhängt, was an dessen Stelle einzusetzen ist. Im Falle freier Elektronen wäre dies einfach das externe Feld. Für Ferromagneten zeigen Experimente jedoch, dass die Magnetisierung  $M$  an dessen Stelle tritt [10, 13, 14]. Für diese Beobachtung gibt es keine fundierte theoretische Begründung. Einige Autoren geben lediglich Plausibilitätsbetrachtungen an [15, 16].

Mit Hilfe des Tensors  $\varepsilon$  kann man zwei der Maxwell-Gleichungen in Abwesenheit einer Stromdichte  $\vec{j}$  wie folgt ausdrücken um einen Lichtstrahl zu beschreiben:

$$\text{rot}\vec{E} = -\mu_0\partial_t\vec{H} \quad (2.8)$$

$$\text{rot}\vec{H} = \varepsilon_0\varepsilon\partial_t\vec{E} \quad (2.9)$$

Für ebene elektromagnetische Wellen können  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  geschrieben werden als:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})} \quad (2.10)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \cdot e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})} \quad (2.11)$$

Und damit folgt aus den Maxwell-Gleichungen:

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega\mu_0\vec{H} \quad (2.12)$$

$$\vec{k} \times \vec{H} = -\omega\varepsilon_0\varepsilon\vec{E} \quad (2.13)$$

Durch Bilden der Rotation von (2.12) und Einsetzen von (2.13) in (2.12) kann man  $\vec{H}$  eliminieren und erhält folgendes Gleichungssystem [14]:

$$\begin{pmatrix} N^2 - \varepsilon_{xx} & -\varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & N^2 - \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & N^2 - \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0 \quad (2.14)$$

wobei abgekürzt wurde  $k_0^2 = \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2$  im Vakuum und  $\vec{N} = \vec{k}/k_0$ . Wenn nun  $\vec{N}$  parallel zum Feld verläuft (was dem polaren Kerr-Effekt entspricht [14]), dann folgen die Bedingungen

$$(N^2 - \varepsilon_{xx}) \cdot E_x - \varepsilon_{xy} E_y = 0 \quad \wedge \quad \varepsilon_{xy} E_x + (N^2 - \varepsilon_{xx}) \cdot E_y = 0 \quad (2.15)$$

Es ergeben sich daraus zwei nichttriviale Lösungen mit  $N_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm \mathbf{i} \cdot \varepsilon_{xy}$  und  $\pm \mathbf{i} \cdot E_x = E_y$ . Das bedeutet, die Phase der y-Komponente von  $\vec{E}$  eilt derer der x-Komponente einmal um  $\frac{\pi}{2}$  voraus und im anderen Fall bleibt sie um  $\frac{\pi}{2}$  zurück und damit entspricht die '+'-Lösung rechts-zirkular polarisiertem Licht und die '-'-Lösung links-zirkular polarisiertem Licht und für beide gelten unterschiedliche Brechungsindizes  $N_{\pm}$ .

Im Falle des polaren Kerr-Effekts, wenn das Magnetfeld parallel zur z-Achse verläuft und senkrecht zur Probenoberfläche steht, ist bei senkrechtem Lichteinfall der komplexe Kerr-Drehwinkel  $\Psi_K$  durch die Reflexionskoeffizienten  $r_{\pm} = R_{\pm} \cdot e^{i\Phi_{\pm}}$  ( $R_{\pm}, \Phi_{\pm} \in \mathbb{R}$ ) der beiden zirkular polarisierten Lichtwellen auszudrücken [14]:

$$r_+ = \frac{N_+ - 1}{N_+ + 1}, \quad r_- = \frac{N_- - 1}{N_- + 1} \quad \rightarrow \quad \Psi_K = \mathbf{i} \frac{r_+ - r_-}{r_+ + r_-} \quad (2.16)$$

Neben der Drehung der Polarisations Ebene um den Winkel  $\Theta_K$  ändert sich bei Reflexion auch die Intensität eines Lichtstrahls. Die unterschiedlichen Reflexionskoeffizienten für links- und rechts-zirkular polarisierte Anteile führen dazu, dass eingangs linear polarisiertes Licht nach der Reflexion elliptisch polarisiert ist. Zusammen mit dieser Kerr-Elliptizität  $\eta_K$  bildet die Drehung der Polarisations Ebene  $\Theta_K$  besagten komplexen Kerr-Drehwinkel

$$\Psi_K = \Theta_K + \mathbf{i} \cdot \eta_K \quad (2.17)$$

Im Weiteren wird nur noch der reelle Kerr-Drehwinkel  $\Theta_K$  betrachtet und der Einfachheit halber mit den Begriffen “Kerr-Drehwinkel” oder “Kerr-Drehung” bezeichnet. Die Elliptizität  $\eta_K$  hängt auf Grund des Kausalitätsprinzips über die Kramers-Kronig-Beziehung mit  $\Theta_K$  zusammen [17, 18]. Messtechnisch ist an Stelle der Amplitudenreflexion (die  $\eta_K$  festlegt) die Intensitätsreflexion leichter zu bestimmen und die dem Kerr-Effekt entsprechende Größe ist der magnetische Zirkulardichroismus (siehe Abschnitt 3).

Nimmt man an, der Imaginärteil  $k_{\pm}$  von  $N_{\pm} = n_{\pm} + i \cdot k_{\pm}$  sei klein, so kann man (2.16) stark vereinfachen und erhält mit  $n = \frac{n_+ + n_-}{2}$  nach [14]:

$$\Theta_K = -\frac{\Re(\varepsilon_{xy})}{n \cdot (n^2 - 1)} \quad (2.18)$$

$n$  ist dabei näherungsweise der Brechungsindex der Probe im magnetfeldfreien Fall (der von der Wellenlänge abhängen kann),  $\Re(x)$  bezeichnet den Realteil einer komplexen Zahl  $x$ .

Der komplexe Brechungsindex  $N$  und die komplexe dielektrische Funktion  $\varepsilon$  hängen über  $N_{\pm}^2 = \varepsilon_{\pm}$  zusammen. Damit kann man (2.18) auch wie folgt ausdrücken ( $\Im(x)$  bezeichnet den Imaginärteil einer komplexen Zahl  $x$ ):

$$\Theta_K = -\Im\left(\frac{\varepsilon_+ - \varepsilon_-}{2 \cdot n \cdot (n^2 - 1)}\right) \quad (2.19)$$

Um eine kleine Änderung von  $\varepsilon$  mit dem Magnetfeld zu beschreiben, findet man in der Literatur oft eine gebräuchliche Abkürzung: der (erste) magnetooptische Parameter  $Q$  ist nach [10] definiert als:

$$Q := \frac{\varepsilon_+ - \varepsilon_-}{\varepsilon_+ + \varepsilon_-} \quad (2.20)$$

Es gilt  $\varepsilon_+ = \varepsilon_-$  falls kein Magnetfeld anliegt.  $Q$  ist immer eine betragsmäßig kleine komplexe Größe und deshalb werden in den folgenden Formeln immer nur Terme bis zur ersten Ordnung in  $Q$  berücksichtigt (z.B. gilt bei magnetisch gesättigten Proben  $Q = 0.0214 - 0.0016 \cdot i$  für Fe [13],  $Q = 0.004 + 0.002 \cdot i$  für Ni [19] und  $Q = -0.0376 - 0.0066 \cdot i$  für Co

[20]). Der zweite magnetooptische Parameter  $P$ <sup>4</sup> ist die analoge Größe für eine tensoriell ausgedrückte magnetische Suszeptibilität.  $P$  wird aber in aller Regel nicht benutzt (d.h.  $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$  wird immer gleich  $\mu_0$  gesetzt), da die Änderung von  $\mu_r$  im Magnetfeld vernachlässigbar ist (es gilt sogar  $\mu_r = 1$  für Magnetfelder in elektromagnetischen Wellen im sichtbaren Wellenlängenbereich [15] und damit wohl auch in guter Näherung im nicht zu fernen Infrarot - Ferromagneten könnten der Magnetfeldänderung durch eine Lichtwelle im THz-Bereich nicht folgen).

Nach Bolotin und Sokolov [10] bzw. Yang und Scheinfein [13] kann man unter Verwendung von  $Q$  den Tensor der dielektrischen Funktion wie folgt ausdrücken:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_q & -iQ\varepsilon_q & 0 \\ iQ\varepsilon_q & \varepsilon_q & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_q \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Als Näherung wurde hier bereits  $\varepsilon_{xx} \approx \varepsilon_{zz} =: \varepsilon_q$  gesetzt und es gilt  $\varepsilon_q = \frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{2}$ . Die Diagonalterme würden noch Beiträge der Ordnung  $Q^2$  enthalten, welche aber vernachlässigt wurden. Nach Yang und Scheinfein [13] ist  $Q$  eine ungerade Funktion der Magnetisierung  $M = |\vec{M}|$ , daher geht  $M$  in aller Regel linear in den Betrag des magnetooptischen Parameters ein.

Die obige Herleitung der Formel für den polaren magnetooptischen Kerr-Effekt ist nur ein Spezialfall. Im allgemeinen liegt das Magnetfeld bzw. die Magnetisierung unter einem beliebigen Winkel zur  $z$ -Achse (bzw. der Probenormalen).

Abbildung 2.1 zeigt die Lage des Koordinatensystems für die Magnetooptik (wie es z.B. auch in [13] verwendet wird). Die Einfallsebene ist die  $y$ - $z$ -Ebene und wird durch einfallenden und ausfallenden Lichtstrahl gebildet. Das äußere Magnetfeld liegt bei Experimenten meist auch in dieser Ebene. Der Einfallswinkel wird mit  $\Theta$  bezeichnet und relativ zur Probenormalen gemessen.

Die Proben, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden, weisen ein

---

<sup>4</sup>Die Bezeichnung  $P$  ist international üblich, obwohl die Gefahr einer Verwechslung mit der elektrischen Polarisation besteht.

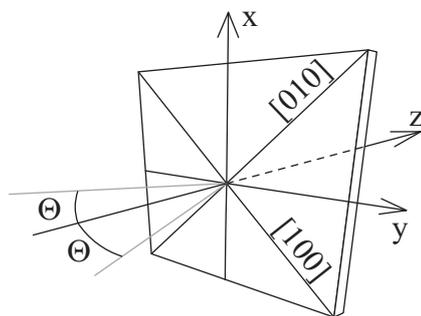


Abbildung 2.1: Darstellung des Koordinatensystems für die magnetooptischen Messungen (nähere Beschreibung: siehe Text)

kubisches Kristallgitter auf. Die z-Achse wird parallel zur [001]-Kristallachse gelegt und zeigt von der Oberfläche in die Probe hinein (siehe Abbildung 2.1). Die y-Achse liegt in der Einfallsebene und in der Probenoberfläche - je nach Ausrichtung der Probe kann sie damit parallel zur [110]- oder [100]-Achse verlaufen. Die x-Achse liegt in der Probenoberfläche senkrecht zur Einfallsebene.

Trifft linear polarisiertes Licht auf die Probe, so gibt es zwei Fälle zu unterscheiden: entweder der Vektor des elektrischen Feldes schwingt parallel zur Einfallsebene (p-polarisiertes Licht) oder senkrecht dazu (s-polarisiertes Licht). Auch das reflektierte Licht kann diese beiden Komponenten aufweisen und sie lassen sich wie folgt in Beziehung setzen (r=reflektiert, e=einfallend):

$$\begin{pmatrix} E_p \\ E_s \end{pmatrix}^r = \begin{pmatrix} r_{pp} & r_{ps} \\ r_{sp} & r_{ss} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_p \\ E_s \end{pmatrix}^e =: D \cdot \begin{pmatrix} E_p \\ E_s \end{pmatrix}^e \quad (2.22)$$

Die Matrix  $D$  beschreibt dabei genau, wie sich bestimmte Komponenten der elektrischen Feldstärke bei Reflexion an einer magnetisierten Oberfläche verhalten (Diese Art der Darstellung der Feldkomponenten nennt man Jones-Vektoren bzw. -Matrizen - siehe Kapitel 7.3). Ihre Herleitung ist kompliziert und langwierig und findet sich z.B. in [12] - die Einträge in der Matrix sind wie  $Q$  im Allgemeinen komplex. An dieser Stelle soll eine in Bezug auf [13] leicht abgewandelte Notation verwendet werden:  $n_0$  = Brechungsindex der Luft

bzw. des Vakuums ( $=1$ ),  $n_1$  = Brechungsindex des Mediums bei der Wellenlänge des einfallenden Lichtstrahls,  $\mu_r$  sei  $\equiv 1$  für alle beteiligten Medien,  $\Theta_1$  ist der Einfallswinkel,  $\Theta_2$  der Winkel des gebrochenen Strahls im Medium wie er sich nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz ergibt ( $n_0 \sin \Theta_1 = n_1 \sin \Theta_2$ ). Um die Ausrichtung der Magnetisierung der Probe zu beschreiben, werden die Kosinus-Werte der Winkel der Magnetisierung zu den drei Koordinatenachsen verwendet:  $m_x$  ist der Kosinus des Winkels zwischen Magnetisierung und x-Achse,  $m_y$  ist der Kosinus des Winkels zwischen Magnetisierung und y-Achse und  $m_z$  ist der Kosinus des Winkels zwischen Magnetisierung und z-Achse, also in Kugelkoordinaten:  $m_x = \sin \vartheta \sin \varphi$ ,  $m_y = \sin \vartheta \cos \varphi$  und  $m_z = \cos \vartheta$ .  $\varphi$  ist der in der x-y-Ebene relativ zur y-Achse gemessene Azimutwinkel und  $\vartheta$  der Polarwinkel relativ zur z-Achse.

Damit kann man die Komponenten von  $D$  wie folgt ausdrücken [13]:

$$r_{pp} = \frac{n_1 \cos \Theta_1 - n_0 \cos \Theta_2}{n_1 \cos \Theta_1 + n_0 \cos \Theta_2} + 2i \frac{n_0 n_1 \cos \Theta_1 \sin \Theta_2 m_x Q}{n_1 \cos \Theta_1 + n_0 \cos \Theta_2} \quad (2.23)$$

$$r_{ps} = -i \frac{n_0 n_1 \cos \Theta_1 (m_y \sin \Theta_2 + m_z \cos \Theta_2) Q}{(n_1 \cos \Theta_1 + n_0 \cos \Theta_2) \cdot (n_0 \cos \Theta_1 + n_1 \cos \Theta_2) \cdot \cos \Theta_2} \quad (2.24)$$

$$r_{ss} = \frac{n_0 \cos \Theta_1 - n_1 \cos \Theta_2}{n_0 \cos \Theta_1 + n_1 \cos \Theta_2} \quad (2.25)$$

$$r_{sp} = i \frac{n_0 n_1 \cos \Theta_1 (m_y \sin \Theta_2 - m_z \cos \Theta_2) Q}{(n_1 \cos \Theta_1 + n_0 \cos \Theta_2) \cdot (n_0 \cos \Theta_1 + n_1 \cos \Theta_2) \cdot \cos \Theta_2} \quad (2.26)$$

Für ein unmagnetisiertes Medium ist der magnetooptische Parameter  $Q = 0$  und man erhält:

$$D = \begin{pmatrix} \frac{n_1 \cos \Theta_1 - n_0 \cos \Theta_2}{n_1 \cos \Theta_1 + n_0 \cos \Theta_2} & 0 \\ 0 & \frac{n_0 \cos \Theta_1 - n_1 \cos \Theta_2}{n_0 \cos \Theta_1 + n_1 \cos \Theta_2} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

was den Fresnelschen Gleichungen entspricht - diese sind somit automatisch in den Beziehungen zwischen einfallendem und reflektiertem Lichtstrahl enthalten.

Verwendet man anfänglich p-polarisiertes Licht, so ergibt sich der Kerr-Drehwinkel zu  $\Theta_{Kp} = \Re \left( \frac{r_{sp}}{r_{pp}} \right)$  und bei Verwendung von s-polarisiertem Licht

gilt:  $\Theta_{Ks} = -\Re\left(\frac{r_{ps}}{r_{ss}}\right)$  [13].

Zum Vergleich soll an dieser Stelle noch einmal der Spezialfall des polaren Kerr-Effekts bei senkrechtem Lichteinfall betrachtet werden. Es gilt:  $m_x = m_y = 0$  und  $m_z = 1$ ,  $n_0 = 1$ ,  $\Theta_1 = \Theta_2 = 0$ . Somit erhält man:

$$D = \begin{pmatrix} \frac{n_1-1}{n_1+1} & -i\frac{n_1Q}{(n_1+1)^2} \\ -i\frac{n_1Q}{(n_1+1)^2} & \frac{1-n_1}{1+n_1} \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

Damit folgt der Kerr-Drehwinkel (bei senkrechtem Einfall sind s- und p-Polarisation nicht unterscheidbar):

$$\Theta_K = \Re\left(-i\frac{n_1Q}{(n_1+1)^2} \cdot \frac{n_1+1}{n_1-1}\right) = -\Re\left(i\frac{n_1Q}{n_1^2-1}\right) \quad (2.29)$$

Es gilt  $n_1^2 = \varepsilon_q = \frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{2}$  und  $n_1Q = \frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{2n_1} \cdot \frac{\varepsilon_+ - \varepsilon_-}{\varepsilon_+ + \varepsilon_-} = \frac{\varepsilon_+ - \varepsilon_-}{2n_1}$

$$\Rightarrow \Theta_K = -\Re\left(i\frac{\varepsilon_+ - \varepsilon_-}{2n_1(n_1^2 - 1)}\right) = \Im\left(\frac{\varepsilon_+ - \varepsilon_-}{2n_1(n_1^2 - 1)}\right) \quad (2.30)$$

Gleichung (2.30) entspricht bis auf ein Vorzeichen der Gleichung (2.19) was nur daran liegt, dass die Autoren von [13] bzw. [14] unterschiedliche Konventionen bezüglich der Drehrichtung verwenden. Für die Messung selbst ist die Vorzeichenkonvention ohne praktische Bedeutung. Das Vorzeichen des Signals ist unter anderem von der Phaseneinstellung des Lock-In-Verstärkers (siehe Abschnitt 7.2) abhängig, die willkürlich so festgelegt wird, dass der Betrag des Messsignals maximal wird. Das Vorzeichen des Messsignals an einer Probe kann relativ zur Richtung der Fensterdrehung (siehe Abschnitt 7.2) bestimmt werden.

Um konkrete Kerr-Drehwinkel berechnen zu können muss somit der Brechungsindex bzw. die dielektrische Funktion  $\varepsilon$  der Probe bekannt sein. Die dazu notwendigen Modelle werden in Kapitel 4 beschrieben.

## 2.3 Berechnung magnetooptischer Effekte in Vielschichtsystemen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Proben untersucht, die aus mehreren dünnen Epitaxieschichten aufgebaut sind. Ein Lichtstrahl, der auf die Oberfläche einer solchen Probe trifft, wird zum Teil reflektiert und die restliche Intensität geht in die Probe hinein. Die einzelnen Schichten bestehen aus unterschiedlichem Material und können verschiedene Brechungsindizes aufweisen. Trifft der Lichtstrahl in der Probe auf eine Schichtgrenze wird ein Teil reflektiert, ein Teil wird transmittiert und dies wiederholt sich an jeder Grenzfläche. Insgesamt ergibt sich ein reflektierter Lichtstrahl gebildet aus dem direkt reflektierten Strahl und den an den Schichtgrenzen reflektierten Anteilen. Da die Schichten meist dünner sind als die Kohärenzlänge des verwendeten Lichts können die einzelnen Anteile miteinander interferieren. Dies macht sich vor allem bei Messungen in Abhängigkeit von der Wellenlänge bemerkbar.

Um die magnetooptischen Effekte inklusive dieser Interferenzen berechnen zu können, wird die Transfermatrix-Methode verwendet [17]. Dabei geht man von den Stetigkeitsbedingungen für elektrisches und magnetisches Feld an der Grenzfläche zwischen zwei Dielektrika (angedeutet durch die Indizes 1 und 2) aus:  $\varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2}$ ,  $E_{t1} = E_{t2}$ ,  $\mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2}$ ,  $H_{t1} = H_{t2}$ , d.h. die Tangentialkomponenten des elektrischen und magnetischen Feldes sind stetig und ebenso die Normalkomponenten der dielektrischen Verschiebung und der magnetischen Flussdichte. Zur Vereinfachung kann man in einem Medium das Verhältnis zwischen elektrischer und magnetischer Feldstärke einer elektromagnetischen Welle einführen ( $\mu = 1$ ):

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon}} =: Z_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{Z_0}{n} =: Z \quad (2.31)$$

$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \approx 377\Omega$  stellt dabei den so genannten Wellenwiderstand des Vakuums dar.

Die weiteren mathematischen Beziehungen werden relativ kompliziert, wenn man beliebige Einfallswinkel zulässt. Da im Rahmen dieser Arbeit größten-

teils der polare magnetooptische Kerr-Effekt betrachtet wird, soll hier lediglich der Spezialfall senkrechten Lichteinfalls behandelt werden.

Man betrachtet eine einlaufende elektromagnetische Welle (gekennzeichnet durch hochgestellten Index '+' ) und bestimmt die reflektierte d.h. auslaufende Welle (gekennzeichnet durch hochgestellten Index '-'). Tiefgestellte Nummern bezeichnen die einzelnen Schichten, Nummer 0 ist das Vakuum. Bei einer vom Vakuum her kommend, senkrecht auf ein Medium auftreffenden Welle stehen elektrisches und magnetisches Feld jeweils parallel zur Oberfläche, d.h. sie sind Tangentialkomponenten und als solche stetig.

$$\Rightarrow E_0^+ + E_0^- = E_1^+ + E_1^- \quad (2.32)$$

$$H_0^+ + H_0^- = H_1^+ + H_1^- \quad (2.33)$$

Bei ein- und auslaufender Welle sind die Wellenvektoren unterschiedlich gerichtet und auch die magnetischen Felder haben entgegengesetztes Vorzeichen. Über den Wellenwiderstand kann man in (2.33) das elektrische Feld einführen:

$$\frac{n_0}{Z_0} E_0^+ - \frac{n_0}{Z_0} E_0^- = \frac{n_1}{Z_0} E_1^+ - \frac{n_1}{Z_0} E_1^- \Leftrightarrow n_0 E_0^+ - n_0 E_0^- = n_1 E_1^+ - n_1 E_1^- \quad (2.34)$$

Zusammen mit der Stetigkeitsgleichung (2.32) kann man die Reflexion an einer Grenzfläche in Matrizen-Form darstellen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_0 & -n_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_1 & -n_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} \Leftrightarrow M_0 \cdot \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = M_1 \cdot \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Für die Grenzfläche zwischen zwei beliebigen Schichten kann man diese Gleichung ebenso verwenden. Der Index 0 steht dabei für das Medium aus dem der Lichtstrahl kommt und Index 1 für das Medium in das der Strahl eindringt.

Die Brechungsindizes sind im Allgemeinen komplexe Größen und beeinflussen Betrag und Phase des elektrischen Feldes des Lichtstrahls. Diese Beeinflussung ist wie oben bereits erwähnt der Grund für das Auftreten magnetooptischer Effekte. Neben der direkten Reflexion an der Grenzschicht beeinflusst

auch der Durchgang eines Lichtstrahls durch ein magnetisiertes Medium Betrag und Phase des elektrischen Feldes (die unterschiedliche Phasenänderung für rechts- und links-zirkular polarisiertes Licht resultiert z.B. im Faraday-Effekt). Das elektrische Feld einer elektromagnetischen Welle kann wieder durch (2.10) beschrieben werden, aber der Wellenvektor hängt vom Brechungsindex ab und nach einer Schicht der Dicke  $d$  hat sich die Phase somit um  $k \cdot d = k_0 \cdot n \cdot d = \frac{2\pi \cdot n \cdot d}{\lambda}$  geändert. Es gilt also für das Feld am Ende einer Schicht der Dicke  $d$ :  $E_d^\pm = E^\pm \cdot e^{\pm i \cdot n \cdot k_0 \cdot d}$  und auch dies lässt sich mit Hilfe der komplexen Größe  $\varphi = e^{i \cdot n \cdot k_0 \cdot d}$  wieder in Matrixschreibweise ausdrücken:

$$\vec{E}_d = \begin{pmatrix} \varphi & 0 \\ 0 & \varphi^{-1} \end{pmatrix} \cdot \vec{E} =: \Phi \cdot \vec{E} \quad (2.36)$$

Um nun die elektrischen Felder bestimmen zu können, fasst man die Gleichungen (2.35) und (2.36) zusammen:

$$\vec{E}_d = \Phi_1 \cdot \vec{E}_1 = \Phi_1 \cdot M_1^{-1} \cdot M_0 \cdot \vec{E}_0 \quad (2.37)$$

Dies beschreibt aber nur das Licht innerhalb der Schicht kurz vor der hinteren Grenzfläche. Es erfolgt danach eine weitere Reflexion bzw. Transmission an einer Grenzfläche:

$$\vec{E}_2 = M_2^{-1} \cdot M_1 \cdot \vec{E}_d = M_2^{-1} \cdot M_1 \cdot \Phi_1 \cdot M_1^{-1} \cdot M_0 \cdot \vec{E}_0 \quad (2.38)$$

Gleichung (2.38) gibt das elektrische Feld in dem Medium 2 hinter der Schicht 1 an. Wenn dieses Vakuum ist, so kann man annehmen, dass darin  $E^- = 0$  gilt, da das Licht nur von einer Seite ankommt und hinter der Probe nur Licht austritt. Wenn  $E_0^+$  bekannt ist, kann durch Umkehrung von (2.38) das elektrische Feld des reflektierten Lichts  $E_0^-$  bestimmt werden.

Bei einer Probe bestehend aus  $m$  Schichten habe das Vakuum jeweils die Indizes 0 und  $m+1$ . Der jeweilige Brechungsindex ist 1 und das transmittierte Licht hinter der Probe habe das elektrische Feld  $E_T^+$ . Dann gilt:

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = M_0^{-1} \cdot \prod_{j=1}^m (M_j \cdot \Phi_j^{-1} \cdot M_j^{-1}) \cdot M_{m+1} \cdot \begin{pmatrix} E_T^+ \\ 0 \end{pmatrix} =: M_T \cdot \begin{pmatrix} E_T^+ \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

und die Größe

$$M_T = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

wird Transfermatrix genannt. Der Amplitudenreflexionskoeffizient  $r$  und der Transmissionskoeffizient  $t$  des elektrischen Feldes können leicht durch Komponenten von  $M_T$  ausgedrückt werden:

$$r = \frac{E_0^-}{E_0^+} = \frac{m_{21}}{m_{11}} \quad (2.41)$$

$$t = \frac{E_T^+}{E_0^+} = \frac{1}{m_{11}} \quad (2.42)$$

Da diese wie üblich komplexe Größen sind, kann man aus der Phase von  $r = |r| \cdot e^{i\Phi}$  für rechts- und links-zirkular polarisiertes Licht die Kerr-Drehung  $\Theta_K$  berechnen:

$$\Theta_K = \frac{1}{2} \cdot (\Phi_+ - \Phi_-) \quad (2.43)$$

Die Transfermatrix ermöglicht es, auf relativ einfache Weise Kerr-Effekt und magnetischen Zirkulardichroismus an einem komplizierten Mehrschichtsystem zu berechnen. Mehrfachreflexionen wie in einem Fabry-Perot-Interferometer werden automatisch berücksichtigt.

An dieser Stelle soll auch explizit darauf hingewiesen werden, dass bei nicht vollständiger Absorption des Lichtbündels in der obersten Schicht eine Überlagerung von Kerr- und Faraday-Effekt gemessen wird. Die hier vorgestellte Transfermatrix-Methode berücksichtigt auch dies.



# Kapitel 3

## Magnetischer Zirkulardichroismus

Der magnetooptische Kerr-Effekt entspricht der Drehung der Polarisations-ebene des Lichts und beruht auf einer relativen Phasenverschiebung von rechts- und links-zirkular polarisierten Anteilen bei Reflexion an einem magnetisierten Medium. Die Reflexionskoeffizienten  $r$  setzen sich aus Betrag  $R$  und Phase  $\Phi$  zusammen und auch der Betrag hängt davon ab, ob das Licht links- oder rechts-zirkular polarisiert ist.

$$r_{\pm} = R_{\pm} \cdot e^{i\Phi_{\pm}}; R_{\pm}, \Phi_{\pm} \in \mathbb{R} \quad (3.1)$$

Die Betrags-Änderung der Reflektivität im Magnetfeld wird durch den Quotienten aus Differenz und Summe der reflektierten Intensitäten für  $\sigma^+$ - und  $\sigma^-$ -polarisiertes Licht quantitativ ausgedrückt. Diese neue Größe nennt man magnetischer Zirkulardichroismus oder kurz MCD (nach der englischen Bezeichnung "Magnetic Circular Dichroism"). Um eine zur Kerr-Drehung analoge Benennung zu erhalten, wird der MCD oft über den Faktor  $\frac{180^\circ}{\pi}$  auf Grad umgerechnet:

$$MCD[\text{Grad}] = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{R_+^2 - R_-^2}{R_+^2 + R_-^2} \quad (3.2)$$

In Analogie zu (2.18) gilt für die Elliptizität  $\eta_K$  nach [14]:

$$\eta_K = -\frac{\Im(\varepsilon_{xy})}{n \cdot (n^2 - 1)} \quad (3.3)$$

Dies entspricht dem Verhältnis der Differenzen und Summen der Amplituden der reflektierten elektrischen Felder von links- und rechts-zirkular polarisiertem Licht. Der MCD bezieht sich auf die Intensitäten. Um den Zusammenhang zwischen MCD und  $\eta_K$  herzustellen, muss (3.3) modifiziert werden.

Wir nehmen an, ohne Magnetfeld sei der (komplexe) Brechungsindex  $N$  und im Feld gelte  $N_{\pm} = N \pm \Delta$ , wobei  $\Delta$  eine gegen  $N$  betragsmäßig kleine Größe darstellt. Es gilt  $N_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm i \cdot \varepsilon_{xy}$  und somit  $N_+^2 - N_-^2 = 2i\varepsilon_{xy}$ . Vernachlässigt man Terme, die quadratisch in  $\Delta$  sind, so folgt  $4\Delta N = 2i\varepsilon_{xy}$ . Für die Reflexionskoeffizienten gilt:  $R_{\pm}^2 = \left(\frac{N_{\pm}-1}{N_{\pm}+1}\right)^2$  und damit ergibt sich nach erneutem Vernachlässigen von Termen, die mindestens quadratisch in  $\Delta$  sind:

$$R_+^2 - R_-^2 \approx 2 \cdot \frac{N-1}{(N+1)^2} \cdot (N-1) \quad (3.4)$$

$$R_+^2 + R_-^2 \approx 2 \cdot \frac{N-1}{(N+1)^2} \cdot \frac{4\Delta N}{N+1} \quad (3.5)$$

$$\Rightarrow \frac{R_+^2 - R_-^2}{R_+^2 + R_-^2} \approx \frac{4\Delta N}{N^2 - 1} = \frac{2i\varepsilon_{xy}}{N^2 - 1} \quad (3.6)$$

Nimmt man nun an, dass der Imaginärteil von  $N$  gegenüber dem Realteil vernachlässigbar klein ist, folgt schließlich

$$MCD[\text{rad}] \approx -2 \cdot \frac{\Im(\varepsilon_{xy})}{n^2 - 1} = 2n \cdot \eta_K \quad (3.7)$$

Kerr-Drehung und Elliptizität bilden Real- und Imaginärteil des komplexen Kerr-Drehwinkels und sind über die Kramers-Kronig-Beziehung miteinander verknüpft [17, 18]. Der magnetische Zirkulardichroismus hängt mit dem Kerr-Drehwinkel über eine ähnliche Beziehungen zusammen (siehe Kapitel 14.2 im Anhang; Analoges gilt für den MCD in Transmission und den Faraday-Effekt [21]).

# Kapitel 4

## Berechnung der dielektrischen Funktion

R. Lang hat in seiner Dissertation [22] den magnetooptischen Kerr-Effekt von GaMnAs im sichtbaren Wellenlängenbereich untersucht. Dafür wurden auch Anpassungsrechnungen gemacht, um die Austauschparameter zu bestimmen. GaMnAs ist ein Halbleiter mit großer Bandlücke und es kann angenommen werden, dass bei nicht zu großen Magnetfeldern die Landau-Aufspaltung klein gegen die Aufspaltung der Bänder durch die Austauschwechselwirkung ist. Außerdem ist der g-Faktor von GaAs sehr klein. Also gilt in guter Näherung, dass die Bandaufspaltungen in Valenz- und Leitungsband jeweils voneinander unabhängig ausschließlich durch die Austauschaufspaltung bestimmt werden. Es hat sich gezeigt, dass diese stark vereinfachte Darstellung der Aufspaltung der Bänder zur Beschreibung der magnetooptischen Messungen im sichtbaren Wellenlängenbereich völlig ausreicht [22, 23].

Im Gegensatz zu Halbleitern mit großer Bandlücke (wie etwa Ge oder GaAs) muss bei der Berechnung der Bandstruktur von Halbleitern mit kleiner Bandlücke (wie etwa InSb oder InAs) die starke Wechselwirkung des Leitungsbandes mit dem Valenzband berücksichtigt werden. Dies führt z.B. zu einer extrem kleinen effektiven Masse der Elektronen ( $0.0135 \cdot m_0$  im Falle von InSb). Speziell in InSb ist der effektive g-Faktor des Leitungsbandes dem Betrag nach mit über 50 sehr groß, was starke magnetooptische Effekte erwarten

lässt. Von besonderem Interesse sind auch hier Beiträge der Austauschwechselwirkung hervorgerufen durch magnetische Ionen im Halbleiter.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden vor allem Halbleitern mit kleiner Bandlücke untersucht. Es sind dies im Besonderen InMnSb, InMnAs und GaMnSb. Am bereits gut untersuchten GaMnAs sollen lediglich die Formen der Hystereseschleifen erklärt werden, die von R. Lang [22] nur qualitativ betrachtet wurden.

## 4.1 Bandstrukturrechnungen

Um verschiedene Messungen an Halbleitern beschreiben zu können, ist es notwendig die Bandstruktur zumindest in der Nähe der Fermi-Energie möglichst genau zu kennen. Pseudopotentialrechnungen, die die gesamte Brillouin-Zone umfassen, können vielfach in der Literatur gefunden werden (z.B. [24]).

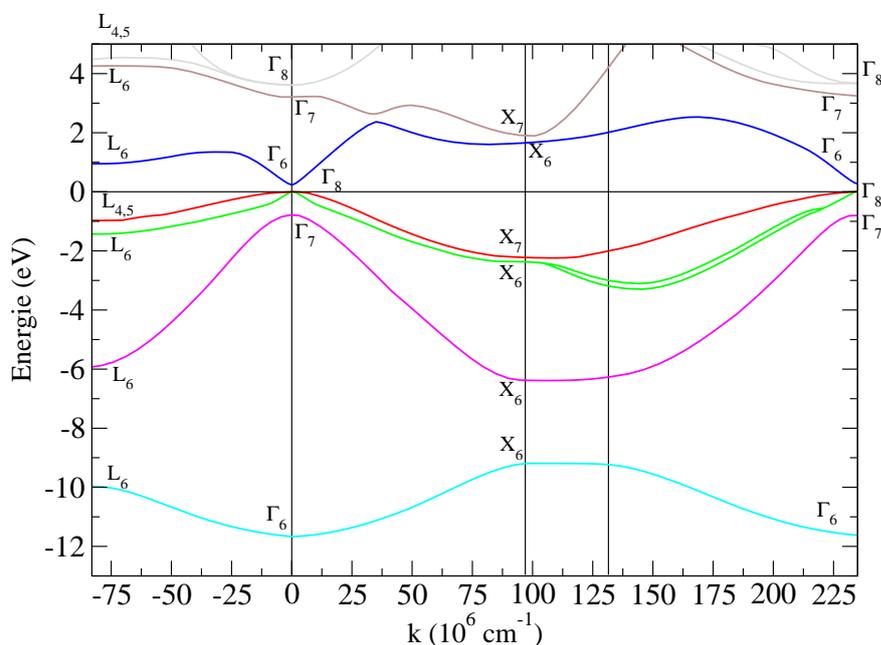


Abbildung 4.1: Bandstruktur von InSb nach [25] als Beispiel für die Bandstruktur eines Halbleiters mit Zink-Blende-Struktur

Oft ist es notwendig, neben der Bandstruktur vor allem deren *Änderung* im Magnetfeld zu kennen. Eine komplette Berechnung für die ganze Brillouin-Zone ist in diesem Fall sehr aufwändig und in aller Regel nicht nötig. Wenn optische Übergänge untersucht werden, so ist die Intensität der beobachteten Effekte abhängig von der Zustandsdichte für Energien nahe der Fermi-Energie (d.h. meist für Energien in der Nähe der Bandkanten). Für III-V-Halbleiter mit direkter Energielücke ist dies die Umgebung des  $\Gamma$ -Punktes. Es genügt deshalb, die Bandstruktur in der Nähe dieses Punktes im Abhängigkeit vom Magnetfeld zu berechnen.

An dieser Stelle soll eine Aufstellung gegeben werden, wie sich die gängigen Methoden zur Berechnung der Bandstruktur in der Nähe des  $\Gamma$ -Punktes ergeben und welche Methode im Rahmen dieser Arbeit angewandt wird.

#### a) Freies Elektron im Magnetfeld

Quantenmechanisch lässt sich ein Elektron durch die Schrödingergleichung beschreiben:

$$H\Psi = \left( \frac{\vec{p}^2}{2m} + V \right) \Psi = E\Psi \quad (4.1)$$

Das elektrostatische Potential  $V$  ist für freie Elektronen  $\equiv 0$ . Der Impuls  $\vec{p}$  eines freien Elektrons mit der Elementarladung  $e$  ist im Magnetfeld durch  $\vec{p} + e\vec{A}$  mit dem Vektorpotential  $\vec{A}$  zu ersetzen. Für ein Magnetfeld in  $z$ -Richtung kann für  $\vec{A}$  z.B. eine Landau-Eichung gewählt werden  $\vec{A} = (0, Bx, 0)$  und für die Flussdichte gilt damit  $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$ . Eingesetzt in die Schrödingergleichung zeigt sich, dass die  $z$ -Komponenten im Magnetfeld identisch zu denen ohne Magnetfeld sind. D.h. die Elektronenbewegung parallel zum Magnetfeld wird von diesem nicht beeinflusst. Für die Energien in der Ebene senkrecht zu  $\vec{B}$  ergibt sich die Schrödingergleichung eines verschobenen harmonischen Oszillators und die Gesamtenergie eines Elektrons im Magnetfeld lautet somit bei Vernachlässigung der Spinaufspaltung

$$E = \hbar\omega_c \cdot \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}, \quad n \in \mathbb{N}_0 \quad (4.2)$$

Die Energiebeiträge des ersten Terms für verschiedene  $n$  werden Landau-

Niveaus genannt und die Zyklotronfrequenz ist definiert als  $\omega_c := \frac{eB}{m}$ . Die zugehörigen Eigenfunktionen lauten z.B.

$$\Psi_n = \Phi_n \left( x + \frac{\hbar k_y}{eB} \right) \cdot e^{ik_y y} \cdot e^{ik_z z} \quad (4.3)$$

mit den Eigenfunktionen  $\Phi_n$  des harmonischen Oszillators für die auch die bekannten Kletteroperatoren  $a$  und  $a^\dagger$  definiert werden können:

$$a\Phi_n = \sqrt{n}\Phi_{n-1}, \quad a^\dagger\Phi_n = \sqrt{n+1}\Phi_{n+1} \quad (4.4)$$

und der entsprechende Besetzungsoperator lautet

$$N\Phi_n = a^\dagger a\Phi_n = n\Phi_n \quad (4.5)$$

#### b) Bandstruktur nach Luttinger und Kohn

In einem Festkörper ist das Potential  $V$  in Gleichung (4.1) das periodische Coulomb-Potential der Atome im Kristallgitter. Luttinger und Kohn [26] nutzten zur Beschreibung dieses Problems die Lösungen der Schrödinger-Gleichung für einen Kristall mit Diamant-Struktur ohne äußeres Magnetfeld. Speziell wird dabei nur die Oberkante des Valenzbandes betrachtet bei der  $q$  Bänder entartet sind. Es gilt also  $H_0\Phi_j = \epsilon_0\Phi_j \forall j = 1, \dots, q$ . Die restlichen Bänder haben andere Eigenenergien  $\epsilon_i$  und Eigenfunktionen  $\Phi_i$  ( $i \neq j$ ) und werden nur durch Störungsrechnung einbezogen. Die vollständigen Lösungen  $\Psi$  für die Elektronen im Kristall im Magnetfeld erfüllen die Gleichung  $(H_0 + U)\Psi = \epsilon\Psi$ , wobei das Magnetfeld (oder auch Kristalldefekte oder andere Störungen) als kleiner Beitrag  $U$  zum ungestörten Hamiltonoperator  $H_0$  hinzu addiert werden. Die Lösungen des ungestörten Problems sind die gitterperiodischen Blochfunktionen  $\Psi_{nk} = e^{i\vec{k}\vec{r}}u_{nk}$ . Die Funktionen  $u_{nk}$  kann man wiederum als Funktion bei  $k = 0$  ( $u_{n0}$ ) und dem gitterperiodischen Term ausdrücken und erhält neue Funktionen:  $\chi_{nk} = e^{i\vec{k}\vec{r}}u_{n0}$ . Da die  $\chi_{nk}$  wie auch die  $u_{nk}$  orthonormale Funktionen sind, kann man sie als Basis für die Entwicklung der Wellenfunktion benutzen:

$$\Psi = \sum_{n'} \int A_{n'}(k') \chi_{n'k'} dk' \quad (4.6)$$

Die  $\chi_{nk}$  werden wie folgt abgekürzt:  $|\chi_{nk}\rangle = |nk\rangle$ . Bildet man dann die Matrixelemente des Hamiltonoperators und integriert über  $r$  so erhält man

$$\sum_{n'} \int \langle nk | H_0 + U | n'k' \rangle dk' = \epsilon \sum_{n'} \int A_{n'}(k') \langle nk | n'k' \rangle dk' = \epsilon A_n(k) \quad (4.7)$$

Für das ungestörte Problem mit dem Operator  $H_0$  ist es günstig die Terme mit  $k$  und  $k'$  zusammen zu bringen und man erhält die Matrixelemente

$$\langle nk | H_0 | n'k' \rangle = \int e^{i(\vec{k}' - \vec{k})\vec{r}} u_{n0}^* \left( H_0 + \frac{\hbar \vec{k}' \cdot \vec{p}}{m} + \frac{\hbar^2 k'^2}{2m} \right) u_{n'0} dr \quad (4.8)$$

Die Integration über die Exponentialfunktion ergibt mit dem Volumen  $\Omega$  der Elementarzelle:  $\frac{(2\pi)^3}{\Omega} \delta(\vec{k} - \vec{k}')$ . Typisch für diese Art der Rechnung ist der  $\vec{k} \cdot \vec{p}$ -Term in den Interbandmatrixelementen (bzw. auch allgemein im Hamiltonoperator) wonach diese Rechnungen auch  $\vec{k} \cdot \vec{p}$ -Rechnungen genannt werden (eine gute Zusammenfassung dieser Methode findet sich z.B. in [27]). Dieser Term ergibt sich stets durch Anwendung von  $\frac{\vec{p}^2}{2m}$  auf Wellenfunktionen die mit  $e^{i\vec{k}\vec{r}}$  gitterperiodisch sind. Besagter Term kann hier durch  $k_\alpha p_{nn'}^\alpha$  mit  $\alpha \in \{x, y, z\}$  dargestellt werden:

$$p_{nn'}^\alpha = \frac{(2\pi)^3}{\Omega} \int_{Zelle} u_{n0}^* \left( \frac{\hbar}{i} \nabla_\alpha \right) u_{n'0} dr \quad (4.9)$$

Nach Umformulierung des Problems mittels Fouriertransformation erhalten Luttinger und Kohn als zu lösende Gleichung schließlich

$$\sum_{j'=1}^q \left( D_{jj'}^{\alpha\beta} \left( \frac{\hbar}{i} \nabla_\alpha \right) \left( \frac{\hbar}{i} \nabla_\beta \right) + U \delta_{jj'} \right) F_{j'}(\vec{r}) = \epsilon F_j(\vec{r}) \quad (4.10)$$

(der Energienullpunkt wurde so gewählt, dass die Valenzbandoberkante  $\epsilon_0 =$

0 entspricht) mit der “effektiven Masse”

$$D_{jj'}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2m} \delta_{jj'} \delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{m^2} \sum_i \frac{p_{ji}^\alpha p_{ij'}^\beta}{\epsilon_0 - \epsilon_i} \quad (4.11)$$

Die Indizes  $\alpha$  und  $\beta$  laufen über die Raumkoordinaten,  $i$  läuft über die nicht entarteten Bänder,  $j$  und  $j'$  laufen über die entarteten Bänder. Einsetzen des Magnetfeldes ergibt die folgende Gleichung (abweichend von der hier verwendeten Eichung benutzen Luttinger und Kohn [26] für das Vektorpotential  $\vec{A} = (-By, 0, 0)$ ):

$$\sum_{j'=1}^q \left( D_{jj'}^{\alpha\beta} \left( \frac{\hbar}{i} \nabla_\alpha + eBy \delta_{\alpha x} \right) \left( \frac{\hbar}{i} \nabla_\beta + eBy \delta_{\beta x} \right) \right) F_{j'}(\vec{r}) = \epsilon F_j(\vec{r}) \quad (4.12)$$

Wenn die Lösungen des ungestörten Problems  $\Psi_{j0}(\vec{r})$  sind, so ergibt sich nach Lösung von (4.12) für die Lösungen des gestörten Problems (d.h. inklusive Magnetfeld):

$$\Psi(\vec{r}) = \sum_{j=1}^q F_j(\vec{r}) \cdot \Psi_{j0}(\vec{r}) \quad (4.13)$$

Luttinger hat sich noch ausführlicher mit den effektive Massen-Tensoren  $D_{jj'} = k_\alpha k_\beta D_{jj'}^{\alpha\beta}$  mit  $k_\alpha = p_\alpha - eA_\alpha$  beschäftigt und die Symmetrien des Problems ausgenutzt [28] (diese Vorgehensweise ist wesentlich um die Anzahl der notwendigen Parameter gering zu halten [27]). Es werden dabei heute allgemein übliche Parameter eingeführt, die die Einflüsse der verschiedenen Bänder auf die Ergebnisse beschreiben:  $\gamma_1^L$ ,  $\gamma_2^L$ ,  $\gamma_3^L$ ,  $\kappa^L$  und manchmal noch die Spin-Bahn-Wechselwirkungskonstante  $q^L$ . Der obere Index  $L$  steht dabei für “Luttinger”, da diese Parameter heute in der Literatur als “Luttinger-Parameter” bezeichnet werden. Im praktischen Anwendungsfall sind alle Energien kleiner als 0 (da das Valenzband nach unten gekrümmt ist) und Luttinger verwendet deshalb  $-D_{jj'}$ . Mit den Abkürzungen  $g_1 := \frac{1}{\sqrt{3}}(2\gamma_3^L + \gamma_2^L)$  und  $g_2 := \sqrt{\frac{2}{3}}(\gamma_3^L - \gamma_2^L)$  nimmt die  $\vec{k} \cdot \vec{p}$ -Matrix die folgende Form an:

$$D = \begin{pmatrix} (\gamma_1^L + \gamma_3^L)(N + \frac{1}{2}) & & & & \\ + \frac{3\kappa^L}{2} + \frac{23q^L}{8} & -g_1 a^2 & -g_2 (a^\dagger)^2 & -\frac{q^L}{\sqrt{2}} & \\ -g_1 (a^\dagger)^2 & (\gamma_1^L - \gamma_3^L)(N + \frac{1}{2}) & 0 & g_2 (a^\dagger)^2 & \\ -\frac{\kappa^L}{2} - \frac{13q^L}{8} & & & & \\ -g_2 a^2 & 0 & (\gamma_1^L - \gamma_3^L)(N + \frac{1}{2}) & -g_1 a^2 & \\ + \frac{\kappa^L}{2} + \frac{13q^L}{8} & & & & \\ -\frac{q^L}{\sqrt{2}} & g_2 a^2 & -g_1 (a^\dagger)^2 & (\gamma_1^L + \gamma_3^L)(N + \frac{1}{2}) & \\ & & & -\frac{3\kappa^L}{2} - \frac{23q^L}{8} & \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Das Problem lässt sich also auf die Bestimmung von Eigenwerten und Eigenvektoren einer Matrix zurückführen und auf Grund der Kletteroperatoren kann für die Lösung der folgende Ansatz gewählt werden:

$$\Psi = \begin{pmatrix} C_1 u_n \\ C_2 u_{n+2} \\ C_3 u_{n-2} \\ C_4 u_n \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Wenn die Indizes  $n$  von  $u$  kleiner als 0 werden, muss die entsprechende Zeile und Spalte von  $D$  gestrichen werden. Die Lösungen beschreiben hier lediglich die schweren und leichten Löcher-Bänder, da nur diese nahe beieinander liegen. Bei  $k_z = 0$  entkoppelt das Gleichungssystem und man erhält zwei  $2 \times 2$ -Matrizen. Die entsprechenden Lösungen für verschiedene  $n$  ergeben Energieniveaus, deren Abstände bei großen  $n$  gegen die üblichen Zyklotron-Energien  $\hbar\omega_c$  konvergieren.

Die Luttinger-Parameter werden experimentell durch Bestimmung der effektiven Massen im Valenzband am  $\Gamma$ -Punkt festgelegt. Nach Pugh *et al.* [29] gilt:

$$\begin{aligned}
\gamma_1^L &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{m_{lh}} + \frac{1}{m_{hh}} \right) \\
\gamma_2^L &= \frac{1}{4} \left( \frac{1}{m_{lh}} - \frac{1}{m_{hh}} \right) \\
\gamma_3^L &= \frac{1}{4} \left( \frac{1}{m_{lh}} + \frac{1}{m_{hh}} - \frac{2}{m_{hh}^L} \right)
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Die Massen werden üblicherweise in Richtung [001] betrachtet, abgesehen von  $m_{hh}^L$  die der Masse entlang der [111]-Richtung entspricht. Der Parameter  $\kappa^L$  beschreibt die Zeeman-Aufspaltung und es gilt dafür die folgende Näherungsformel [30]:

$$\kappa^L = \gamma_3^L + \frac{2}{3}\gamma_2^L - \frac{1}{3}\gamma_1^L - \frac{2}{3} \tag{4.17}$$

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendeten Luttinger-Parameter sind in Tabelle 12.1 auf Seite 189 aufgeführt.

### c) Bandstruktur nach Pidgeon- und Brown

Luttinger und Kohn haben angenommen, dass die Bänder, für die man die gestörten Lösungen im Magnetfeld berechnen will, nahe beieinander liegen und alle anderen weit davon entfernt sind, so dass es genügt, für diese anderen Bänder Störungsrechnung anzuwenden. Für Halbleiter mit kleiner Bandlücke wie etwa InSb gilt dies nur noch eingeschränkt. Pidgeon und Brown haben deshalb die Beiträge des Split-Off-Bandes und des Leitungsbandes explizit in den Gleichungen für die Energieniveaus berücksichtigt [31]. Dazu mussten die Luttinger-Parameter modifiziert werden, da diese ja die entsprechenden Bänder implizit bereits enthalten:

$$\gamma_1 = \gamma_1^L - \frac{E_p}{3E_g}, \quad \gamma_2 = \gamma_2^L - \frac{E_p}{6E_g}, \quad \gamma_3 = \gamma_3^L - \frac{E_p}{6E_g}, \quad \kappa = \kappa^L - \frac{E_p}{6E_g} \tag{4.18}$$

mit der Bandlücke  $E_g$  und der Energie  $E_p = \frac{2m}{\hbar^2} P^2$  berechnet aus dem Impulsmatrixelement  $P = -i\frac{\hbar}{m} \langle S|p_z|Z \rangle$  nach Kane [32, 29]. Die Form der zu lösenden Gleichung entspricht der bei Luttinger und Kohn, allerdings kommt ein Term mit den Energien der Bänder bei  $k_z = 0$  hinzu, da nicht alle Bänder entartet sind. Die Spin-Bahn-Wechselwirkung zwischen Bändern (entsprechend dem Parameter  $q^L$ ) wird vernachlässigt.

Man erhält damit eine  $8 \times 8$ -Matrix für die beiden Spin-Zustände in den vier

beteiligten Bändern (Split-Off, leichtes Loch, schweres Loch, Leitungsband). Bei  $k_z = 0$  entkoppelt dieses Gleichungssystem zu zwei  $4 \times 4$ -Matrizen und liefert wieder zwei Sätze von Eigenenergien. Wechselwirkungen mit höheren Bändern und Unterschiede zwischen Diamant- und Zinkblende-Struktur werden über eine zusätzliche  $8 \times 8$ -Matrix berücksichtigt - allerdings sind diese Beiträge klein und werden bei Pidgeon und Brown nur zur Berechnung von Übergangsmatrixelementen nicht aber zur Bestimmung der Energieniveaus benutzt. In der Literatur werden diese Zusatzbeiträge oft sogar vollständig vernachlässigt. Pidgeon und Brown berechnen die Eigenwerte nur für  $k_z = 0$ .

Vor allem im InSb treten das so genannte "warping" und "k-linear-terms" auf. Unter "warping" versteht man die Tatsache, dass  $E(k)$  nicht in alle Richtungen quadratisch in  $k$  ist, sondern in manchen Richtungen davon abweicht - das Band ist verzerrt (= "warp" im Englischen). "k-linear-terms" ergeben sich durch das Fehlen der Inversionssymmetrie in Zink-Blende-Halbleitern. Diese beiden Beiträge werden im Pidgeon-und-Brown-Modell nicht berücksichtigt.

d) Bandstruktur nach Trebin *et al.*

Die bisher erwähnten Bandstrukturmodelle werden alle in der Regel nur bei  $k_z = 0$  benutzt. Außerdem werden viele Beiträge vernachlässigt ("warping", "k-linear-terms") und es wird nur jeweils eine Landau-Quantenzahl betrachtet. Trebin *et al.* [33, 34] haben ein vollständigeres Modell entwickelt, um auch die Wechselwirkungen aller Landau-Niveaus miteinander zu beschreiben. Hier soll keine detaillierte Beschreibung dieser Theorie gegeben werden, da sich das Grundprinzip nicht von den bereits erwähnten Modellen unterscheidet. Die entsprechenden Einträge in die Matrix, die zur Berechnung der Eigenzustände zu diagonalisieren ist, sind ausführlich in [34] dargestellt. Auch dieses Beschreibung beruht auf E. O. Kane [27].

Um eine komfortable Rechnung mit diesem sehr umfangreichen Modell zu ermöglichen haben Schmitz, Trebin und Rössler [35] das Fortran-Programm "TRS" geschrieben und veröffentlicht.

Es ist für dieses Programm nötig, Luttinger-Parameter, Bandlücke und andere Wechselwirkungsparameter vorzugeben. Die typischen Werte für InSb sind in [35] aufgeführt. Da Trebin *et al.* in [33, 34] vor allem Zyklotron-Resonanzen

im Valenzband gemessen haben, beschreiben die erhaltenen Luttinger-Parameter diese Übergänge optimal. Magnetooptische Experimente, die auf Interbandübergängen beruhen, werden besser durch die von Pidgeon und Brown [31] bestimmten Parameter beschrieben, da diese ebenfalls mit Hilfe von Interband-magnetooptischen Messungen erhalten wurden.

e) Beiträge durch die Austausch-Wechselwirkung zwischen magnetischen Ionen und freien Ladungsträgern

Bringt man magnetische Ionen in das Kristallgitter eines Halbleiters, so kommt es zu einer Austausch-Wechselwirkung zwischen den Löchern bzw. Elektronen in dessen Valenz- und Leitungsband und den Elektronen der lokalisierten magnetischen Ionen. Nach Rigaux [36] verwendet man zur Beschreibung dieser Wechselwirkung einen Hamilton-Operator vom Heisenberg-Typ:

$$H_{ex} = \sum_n J(\vec{r} - \vec{R}_n) \cdot \sigma \cdot S_n \quad (4.19)$$

mit dem Elektronenspin  $\sigma$ , dem Spin  $S_n$  der beteiligten lokalisierten Ionen und der Position der Elektronen  $\vec{r}$  und der Ionen  $\vec{R}_n$ .  $J(\vec{r} - \vec{R}_n)$  ist dabei das eigentliche Austauschintegral. Die Wellenfunktion der Elektronen ist über einen großen Bereich des Gitters ausgedehnt und da nicht jedes Atom durch ein magnetisches Ion ersetzt wurde wirkt auf die Elektronen nur ein mittlerer Spin  $\langle S_z \rangle$ . Wendet man  $H_{ex}$  zusammen mit dem Pidgeon-und-Brown-Modell bei  $k_z = 0$  an, um die Bandenergien zu berechnen, so sind zu den beiden entkoppelten  $4 \times 4$ -Matrizen die folgenden Austausch-Matrizen hinzu zu addieren:

$$M_a = \begin{pmatrix} 3A\frac{\alpha}{\beta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -A & -2A\sqrt{2} \\ 0 & 0 & -2A\sqrt{2} & A \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

$$M_b = \begin{pmatrix} -3A\frac{\alpha}{\beta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & 2A\sqrt{2} \\ 0 & 0 & -3A & 0 \\ 0 & 2A\sqrt{2} & 0 & -A \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

mit  $A = \frac{1}{6}N_0\beta x \langle S_z \rangle$ . Gleichung (5.7) (siehe unten) zeigt, dass  $\langle S_z \rangle$  direkt proportional zur Magnetisierung ist.  $N_0\alpha$  und  $N_0\beta$  beschreiben die Austauschenergien zwischen den magnetischen Ionen und den Elektronen im Leitungsband bzw. den Löchern im Valenzband.

Wie oben bereits erwähnt, erhält man aus dem Pidgeon-und-Brown-Modell lediglich die Energieniveaus bei  $k_z = 0$ . Für eine allgemeinere Berechnung der Zustände ist das Verfahren nach Trebin *et al.* geeigneter. Darin ist der Austausch nicht enthalten und muss analog zu der Vorgehensweise von Rigaux explizit zu den Matrizen hinzu addiert werden. Dabei wird ausgenutzt, dass jeder Eintrag in den Matrizen (4.20) und (4.21) Beiträge bestimmter Basisfunktionen koppelt. Da die Basisfunktionen bei Rigaux und Trebin identisch sind, können die entsprechenden Terme einfach übertragen werden.

Eine Erweiterung des Pidgeon-und-Brown-Modells auf endliche Werte im  $k$ -Raum, die zusätzlich die Austauschwechselwirkung enthält, findet sich bei Kossut [37].

In der Literatur findet man  $N_0\alpha$  in der Regel mit negativem Vorzeichen und  $N_0\beta$  mit positivem Vorzeichen. Dies ergibt sich aus der Art der Wechselwirkung zwischen den Elektronen der lokalisierten Mn-Ionen und den freien Ladungsträgern, d.h. ob diese ferromagnetisch oder antiferromagnetisch ist. Aus magnetooptischen Messungen beide Vorzeichen zu *bestimmen* ist nur schwer möglich. Bei einem Material wie CdMnTe, bei dem es kaum freie Ladungsträger gibt, ergeben sich alle beobachteten magnetooptischen Effekte aus Übergängen zwischen Valenz- und Leitungsband. Dabei lässt sich die Differenz  $N_0(\beta - \alpha)$  bestimmen, da sie Amplitude und Vorzeichen magnetooptischer Effekte beeinflusst. Wenn z.B. aus Messungen der Raman-Spektren eine der Austausch-Konstanten bekannt ist, so ist es möglich Betrag und Vorzeichen der anderen Konstanten zu erhalten. In ferromagnetischen III-V-Halbleitern ist es aber noch nie gelungen mit Raman-Spektroskopie eine der Austausch-Konstanten zu bestimmen. Außerdem liegt die Fermi-Energie in diesen Systemen tief im Valenzband, so dass ein großer Teil der Übergänge zwischen Valenz- und Leitungsband blockiert ist. Das hat zur Folge, dass sich das Vorzeichen der magnetooptischen Messungen abhängig von der Ladungs-

trägerdichte der konkret untersuchten Probe ändern kann. Damit wird es so gut wie unmöglich  $N_0(\beta - \alpha)$  und vor allem dessen Vorzeichen genau festzulegen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird deshalb im Weiteren stets nur der Betrag von  $N_0\beta$  angegeben. Es wird sich zeigen, dass alle beobachteten Effekte im Wesentlichen nur auf Übergänge im Valenzband zurückzuführen sind, so dass  $N_0\alpha$  nicht zu den Messungen beiträgt und damit hier nicht bestimmbar ist.

f) Bandstrukturechnung nach Sanders *et al.*

Eine besser handhabbare Alternative zum komplizierten Verfahren nach Trebin *et al.*, bei der auch der Austausch berücksichtigt wird, wurde auf der Basis der Arbeiten von Pidgeon und Brown [31] und Kossut [37] von Sanders *et al.* vorgestellt [30]. Hierbei ist wieder jedes Landau-Niveau einzeln zu berechnen und für jeden Punkt im  $k$ -Raum das Eigenwertproblem zu lösen. Dieses Verfahren liefert gute Ergebnisse und ist relativ einfach numerisch zu realisieren. Dabei setzt sich die Hamilton-Matrix aus drei Beiträgen zusammen:

- Landau-Matrix:

$$H_L = \begin{pmatrix} L_a & L_c \\ L_c^\dagger & L_b \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

(erzeugt die Landau-Aufspaltung und die  $k$ -abhängige Bandstruktur an sich; Untermatrizen  $L_{a,b,c}$  siehe unten)

- Zeeman-Matrix:

$$H_Z = \frac{\hbar^2}{m_0 \cdot \lambda^2} \cdot \begin{pmatrix} Z_a & 0 \\ 0 & -Z_a \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

(erzeugt die Spin-Aufspaltung im äußeren Magnetfeld,  $\lambda := \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m_0\mu_B B}}$ )

- Austausch-Matrix:

$$H_{Mn} = xN_0 \langle S_Z \rangle \begin{pmatrix} D_a & 0 \\ 0 & -D_a \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

(erzeugt die Spin-Aufspaltung durch die Austauschwechselwirkung in magnetisierten Proben)

Da das Modell nach Sanders im Folgenden verwendet werden wird, soll an dieser Stelle genauer auf die Einzelkomponenten der Matrizen eingegangen werden. Dabei werden die folgenden Abkürzungen benutzt:

$$V := \sqrt{\frac{\hbar^2}{m_0} \cdot \frac{E_p}{2}} \quad (4.25)$$

$$A := \frac{\hbar^2 \gamma_4}{2m_0} \cdot \left( \frac{2N+1}{\lambda^2} + k_z^2 \right) \quad (4.26)$$

$$P := \frac{\hbar^2 \gamma_1}{2m_0} \cdot \left( \frac{2N+1}{\lambda^2} + k_z^2 \right) \quad (4.27)$$

$$Q := \frac{\hbar^2 \gamma_2}{2m_0} \cdot \left( \frac{2N+1}{\lambda^2} - 2k_z^2 \right) \quad (4.28)$$

$$L := \frac{\hbar^2 \gamma_3}{m_0} \cdot \left( \frac{-\sqrt{6}k_z a}{\lambda} \right) \quad (4.29)$$

$$M := \frac{\hbar^2 (\gamma_2 + \gamma_3)}{2m_0} \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{\lambda^2} a^2 \right) \quad (4.30)$$

Die  $\gamma_i$  sind identisch zu den von Pidgeon und Brown verwendeten modifizierten Luttinger-Parametern abgesehen von

$$\gamma_4 := \frac{1}{m_e^*} - \frac{E_p}{3} \left( \frac{2}{E_g} + \frac{1}{E_g + \Delta} \right) \quad (4.31)$$

( $\Delta$  ist der Energieunterschied zwischen den entarteten leichten und schweren Loch-Bändern bei  $k=0$  und  $B=0$  und den Split-Off-Bändern,  $m_e^*$  ist die effektive Masse der Elektronen im Leitungsband).

Der Impulsoperator im Magnetfeld ist definiert durch  $\hbar \vec{k} = \vec{p} + e\vec{A}$  mit  $\vec{p} = -i\hbar \nabla$  und damit lassen sich die Kletteroperatoren für die Eigenfunktionen eines harmonischen Oszillators definieren:

$$a = \frac{\lambda}{\sqrt{2}} (k_x - ik_y) \quad \text{und} \quad a^\dagger = \frac{\lambda}{\sqrt{2}} (k_x + ik_y) \quad (4.32)$$

Der Besetzungszahloperator lautet wieder wie üblich  $N = a^\dagger a$ .

Für ein Magnetfeld parallel zur  $\hat{e}_z$ -Achse gilt für das Vektorpotential z.B. unter Benutzung einer Landau-Eichung:  $\vec{A} = -By\hat{e}_x$ . Es werden die bereits von Pidgeon und Brown benutzten Basisfunktionen ( $|t\rangle \hat{=} u_{t0}$ ) gewählt:

$$|1\rangle = \left| J = \frac{1}{2}, m_J = \frac{1}{2} \right\rangle = |S \uparrow\rangle \text{ (Leitungsband, spin-up)} \quad (4.33)$$

$$|2\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |(X + iY) \uparrow\rangle \text{ (schweres Loch, spin-up)} \quad (4.34)$$

$$|3\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} |(X - iY) \uparrow + 2Z \downarrow\rangle \text{ (leichtes Loch, spin-down)} \quad (4.35)$$

$$|4\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = \frac{i}{\sqrt{3}} |-(X - iY) \uparrow + Z \downarrow\rangle \text{ (Split-Off-Band, spin-down)} \quad (4.36)$$

$$|5\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = |S \downarrow\rangle \text{ (Leitungsband, spin-down)} \quad (4.37)$$

$$|6\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}} |(X - iY) \downarrow\rangle \text{ (schweres Loch, spin-down)} \quad (4.38)$$

$$|7\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{i}{\sqrt{6}} |(X + iY) \downarrow - 2Z \uparrow\rangle \text{ (leichtes Loch, spin-up)} \quad (4.39)$$

$$|8\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |(X + iY) \downarrow + Z \uparrow\rangle \text{ (Split-Off-Band, spin-up)} \quad (4.40)$$

In dieser Repräsentation lassen sich die drei Matrizen  $H_L$ ,  $H_z$  und  $H_{Mn}$  bzw. deren Untermatrizen wie folgt darstellen [30]:

$$L_a = \begin{pmatrix} E_g + A & i\frac{V}{\lambda}a^\dagger & i\sqrt{\frac{1}{3}}\frac{V}{\lambda}a & \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V}{\lambda}a \\ -i\frac{V}{\lambda}a & -P - Q & -M & i\sqrt{2}M \\ -i\sqrt{\frac{1}{3}}\frac{V}{\lambda}a^\dagger & -M^\dagger & -P + Q & i\sqrt{2}Q \\ \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V}{\lambda}a^\dagger & -i\sqrt{2}M^\dagger & -i\sqrt{2}Q & -P - \Delta \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

$$L_b = \begin{pmatrix} E_g + A & -\frac{V}{\lambda}a & -\sqrt{\frac{1}{3}}\frac{V}{\lambda}a^\dagger & i\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V}{\lambda}a^\dagger \\ -\frac{V}{\lambda}a^\dagger & -P - Q & -M^\dagger & i\sqrt{2}M^\dagger \\ -\sqrt{\frac{1}{3}}\frac{V}{\lambda}a & -M & -P + Q & i\sqrt{2}Q \\ -i\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V}{\lambda}a & -i\sqrt{2}M & -i\sqrt{2}Q & -P - \Delta \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

$$L_c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sqrt{\frac{2}{3}}Vk_z & i\sqrt{\frac{1}{3}}Vk_z \\ 0 & 0 & -L & -i\sqrt{\frac{1}{2}}L \\ -i\sqrt{\frac{2}{3}}Vk_z & L & 0 & i\sqrt{\frac{3}{2}}L^\dagger \\ -\sqrt{\frac{1}{3}}Vk_z & -i\sqrt{\frac{1}{2}}L & i\sqrt{\frac{3}{2}}L^\dagger & 0 \end{pmatrix} \quad (4.43)$$

$$Z_a = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2}\kappa & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\kappa}{2} & -i\sqrt{\frac{1}{2}}(\kappa + 1) \\ 0 & 0 & i\sqrt{\frac{1}{2}}(\kappa + 1) & \kappa + \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

$$D_a = \begin{pmatrix} \frac{\alpha}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\beta}{6} & -i\frac{\sqrt{2}}{3}\beta \\ 0 & 0 & i\frac{\sqrt{2}}{3}\beta & \frac{\beta}{6} \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

Nach Bestimmung der Eigenwerte der Matrix  $H = H_L + H_Z + H_{Mn}$  in Abhängigkeit von Landau-Quantenzahl und Position im  $k$ -Raum erhält man die komplette Bandstruktur in der Nähe des  $\Gamma$ -Punktes. Die Eigenfunktionen  $F_{n,\nu,\vec{k}}$  von  $H$  lauten

$$F_{n,\nu,\vec{k}} = \sum_{l=1}^8 [\mathcal{F}_{n,\nu,\vec{k}}]_l \cdot |u_l\rangle \quad (4.46)$$

mit den Einhüllenden  $\mathcal{F}_{n,\nu,\vec{k}}$  und den gitterperiodischen Funktionen  $|u_l\rangle$  der acht Bänder ( $[x]_i$  sei die  $i$ -te Komponente von  $x$ ). Dabei ist zu beachten, dass wie bei Luttinger und Kohn für  $\mathcal{F}_{n,\nu,\vec{k}}$  folgender Ansatz gemacht werden

muss ( $n$  =Landau-Quantenzahl,  $\nu$  =Nummer des Bandes,  $a_{n,j,\nu}(k_z) \in \mathbb{C}$ ,  $\mathcal{A}$  =Oberfläche der Probe in der xy-Ebene) [30]:

$$\mathcal{F}_{n,\nu,\vec{k}} = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{A}}} \cdot e^{i(k_y y + k_z z)} \cdot \begin{pmatrix} a_{n,1,\nu}(k_z) \Phi_{n-1} \\ a_{n,2,\nu}(k_z) \Phi_{n-2} \\ a_{n,3,\nu}(k_z) \Phi_n \\ a_{n,4,\nu}(k_z) \Phi_n \\ a_{n,5,\nu}(k_z) \Phi_n \\ a_{n,6,\nu}(k_z) \Phi_{n+1} \\ a_{n,7,\nu}(k_z) \Phi_{n-1} \\ a_{n,8,\nu}(k_z) \Phi_{n-1} \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

Für die konkrete numerische Diagonalisierung ist die Matrix  $H_L$  zuerst auf (4.47) anzuwenden um die Kletteroperatoren aufzulösen und man erhält eine Matrix, die Einträge enthält, die proportional zur eingesetzten Landau-Quantenzahl  $n$  sind. Wenn ein bestimmter Wert  $n$  eingesetzt wird, so entspricht das Ergebnis nicht für alle Bänder  $n$  - man erhält stattdessen auch Zustände mit höherer oder niedrigerer Quantenzahl. Ergeben sich Funktionen  $\Phi_j$  mit  $j < 0$ , so sind die entsprechenden Zeilen und Spalten in der Matrix Null zu setzen. Damit sind auch die entsprechenden Komponenten der Eigenvektoren Null.

Die Einträge  $a_{n,i,\nu}(k_z)$  werden gebraucht, um die Dipolmatrixelemente zu berechnen. Mit deren Hilfe kann die dielektrische Funktion ermittelt werden (siehe Abschnitt 4.2 bzw. [38]).

Bei magnetooptischen Experimenten beobachtet man Dipolübergänge zwischen verschiedenen Bändern. Damit ein bestimmter Übergang stattfinden kann, muss einer der beiden beteiligten Zustände besetzt und der andere unbesetzt sein. Die dabei entscheidende Größe ist die Lage der Fermi-Energie  $E_F$ . Bei niedrig dotiertem InSb befindet sich diese Grenze bei tiefen Temperaturen innerhalb der Bandlücke, so dass bei  $k = 0$  alle Übergänge zwischen Valenz- und Leitungsband möglich sind und im Vergleich zu Übergängen bei endlichen  $k$ -Werten auf Grund der hohen kombinierten Zustandsdichte dominieren. Außerdem sinkt die Oszillatorstärke mit der Landau-Quantenzahl

$n$  ab, so dass nur kleine  $n$  von Bedeutung sind. Vergleiche von gemessenen Kerr- und MCD-Spektren mit Rechnungen mit Hilfe des Modells nach Trebin sind in den Abbildungen 4.2 und 4.3 dargestellt. Es ist bemerkenswert, dass die Rechnung mit Parametern aus der Literatur (bis auf eine Normierungskonstante) ohne Anpassung durchgeführt wurde.

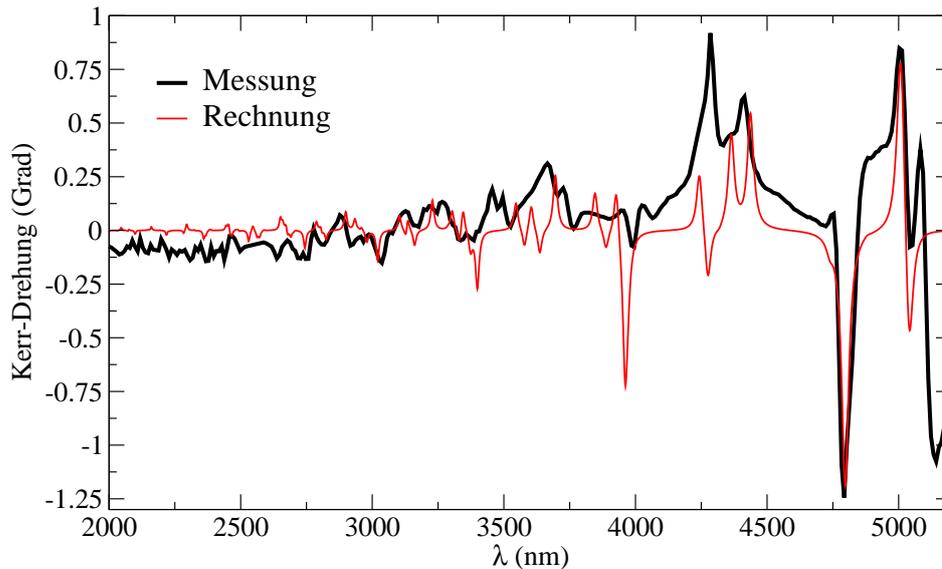


Abbildung 4.2: Vergleich zwischen gemessenem und berechnetem Spektrum der Kerr-Drehung an reinem InSb bei  $B=45$  kG

Bei Proben mit hoher Ladungsträgerdichte, wie den hier untersuchten Mn-haltigen III-V-Halbleitern, befindet sich die Fermi-Energie einige Hundert meV unter der Valenzbandoberkante, so dass die zur dielektrischen Funktion beitragenden Übergänge bei  $k=0$  vergleichsweise hohe Energien aufweisen. Hier erzeugt vor allem die große Anzahl an Übergängen innerhalb des Valenzbandes die beobachteten Effekte. Da sich  $E_F$  weit unten im Valenzband befindet, müssen große Landau-Quantenzahlen  $n$  berücksichtigt werden, um allen Beiträgen adäquat Rechnung zu tragen. Außerdem befindet sich der Fermi-Wellenvektor bei relativ hohen  $k$ -Werten, so dass auch bis weit in den  $k$ -Raum hinaus gerechnet werden muss. Ist zusätzlich das Magnetfeld klein und damit die Landau-Aufspaltung gering, wird die benötigte Anzahl von Landau-Niveaus schnell sehr hoch.

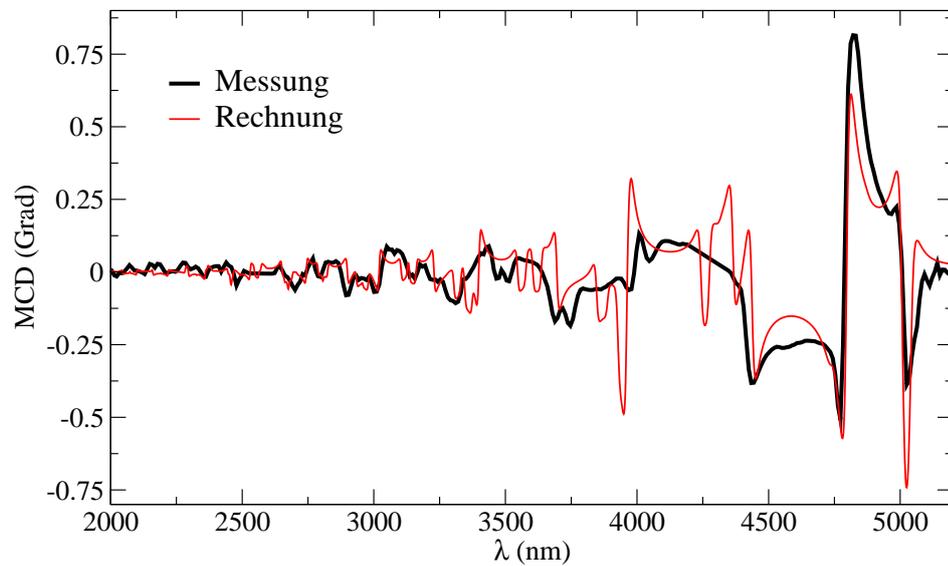


Abbildung 4.3: Vergleich zwischen gemessenem und berechnetem Spektrum des MCD an reinem InSb bei  $B=45$  kG

Die Landau-Niveaus selbst besitzen eine gewisse Unschärfe. Sie hat zum einen homogene Anteile durch Stöße der Elektronen und zum anderen Beiträge durch inhomogene Anordnung der Mn-Ionen. Diese Verbreiterung bedeutet, dass, falls die Landau-Aufspaltung klein ist, die einzelnen Niveaus überlappen und sich ein Kontinuum ausbildet. Diese Annahme gilt für das Schwere-Loch-Band auf Grund der großen Masse und der daraus resultierenden geringen Aufspaltung teilweise sogar noch im hohen Magnetfeld.

## 4.2 Einfluss von Interbandübergängen auf die dielektrische Funktion

Für die elektrische Polarisation  $\vec{P}$  gilt

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \cdot \chi \cdot \vec{E} \quad (4.48)$$

und die dielektrische Verschiebung  $\vec{D}$  ist mit dem elektrischen Feld durch Gleichung (2.5) verbunden. Damit folgt für die dielektrische Funktion  $\varepsilon(\omega)$ :

$$\varepsilon(\omega) = \mathbf{1} + \chi(\omega) \quad (4.49)$$

(Da  $\chi$  und  $\varepsilon$  im Allgemeinen Tensoren zweiter Stufe sind, ist die  $\mathbf{1}$  in Gleichung (4.49) als  $3 \times 3$ -Einheitsmatrix zu verstehen.) Die im Folgenden dargestellte Vorgehensweise zur Bestimmung der dielektrischen Funktion beruht auf der ausführlichen Herleitung in der Diplomarbeit von Ch. Thurn [38].

Die Polarisation eines Probenstücks ist der Mittelwert der Ausrichtung aller elementaren elektrischen Dipole  $\vec{d}$  dividiert durch das Volumen  $V$  und in der Quantenmechanik ist dafür der Erwartungswert des Dipoloperators  $\langle \vec{d} \rangle$  zu berechnen. Dazu werden die Eigenfunktionen  $F_{n,\nu,\vec{k}}$  aus dem vorherigen Abschnitt benötigt (siehe Gleichung (4.46)) bzw. deren Einhüllenden  $\mathcal{F}_{n,\nu,\vec{k}}$  (siehe Gleichung (4.47)). Die Bandstrukturechnungen beruhen auf Störungsrechnungen und ergeben deshalb die Eigenfunktionen in einer niedrigeren Ordnung als die Eigenwerte. Um genauere Ergebnisse für die Dipolmatrixelemente  $\vec{d}_{ij}$  (besonders bei deren  $k$ -Abhängigkeit) zu erhalten, drückt man diese über die Impulsmatrixelemente  $\vec{p}_{ij}$  aus:

$$\vec{d}_{ij}(\vec{k}) = \mathbf{i}e \frac{\hbar \vec{p}_{ij}(\vec{k} = 0)}{m \cdot (E_j(\vec{k}) - E_i(\vec{k}))} \quad (4.50)$$

Damit wird die beobachtete  $k$ -Abhängigkeit der Dipolmatrixelemente besser wiedergegeben, da die Energien in höherer Ordnung bekannt sind und der Betrag der  $\vec{d}_{ij}$  verringert sich mit steigender Übergangsenergie <sup>1</sup>. Im Zähler von Gleichung (4.50) sind die Impulsmatrixelemente bei  $k=0$  einzusetzen, die jedoch wie die Eigenfunktionen nur in niedrigerer Ordnung bekannt sind. Wie in Abbildung 4.4 im folgenden Abschnitt zu sehen ist, kommt es durch die Landau-Aufspaltung im Valenzband dazu, dass sich manche Bänder überschneiden. Die Energiedifferenz geht in der Nähe des Schnittpunkts gegen Null. Auch das Impulsmatrixelement sollte bei exakter Rechnung gegen Null gehen, aber es kann nur in niedrigerer Ordnung bestimmt werden und bleibt deshalb endlich. Damit divergiert  $\vec{d}_{ij}(\vec{k})$ .

Im Falle undotierter Halbleiter sind alle Zustände im Valenzband besetzt und es treten keine Übergänge an den Schnittpunkten zweier Bändern auf. Bei Interbandübergängen ist die Übergangsenergie mindestens so groß wie die Bandlücke und die Dipolmatrixelemente bleiben beschränkt.

Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben weisen meist sehr hohe Ladungsträgerdichten auf, so dass die Fermi-Energie  $E_F$  tief im Valenzband liegt. Damit werden Übergänge zwischen Valenzbandzuständen mit verschwindender Übergangsenergie möglich. In diesem Fall ist die Umrechnung der Dipolmatrixelemente gemäß Gleichung (4.50) ungeeignet. Tatsächlich wird der numerische Fehler kleiner, wenn die Dipolmatrixelemente *nicht* durch  $k$ -abhängige Energien korrigiert werden - d.h. Gleichung (4.50) wird mit den Energien in Abwesenheit des Magnetfeldes bei  $\vec{k} = 0$  gerechnet:

$$\vec{d}_{ij} = ie \frac{\hbar \vec{p}_{ij}(\vec{k} = 0)}{m \cdot (E_j(\vec{k} = 0, B = 0) - E_i(\vec{k} = 0, B = 0))} \quad (4.51)$$

Bei der numerischen Umsetzung der Berechnung der Dipolmatrixelemente führt man eine willkürliche Grenze  $E_{Grenze}$  ein. Sind die Übergangsenergien größer als dieser Wert, so wird Gleichung (4.50) verwendet, andernfalls Gleichung (4.51).

<sup>1</sup>Die Gleichung (4.50) gilt für die Basisfunktionen (d.h. vor Anwendung der Störungsrechnung) exakt - für die gestörten Eigenfunktionen ist sie eine Näherung. Außerdem beruht diese Umrechnung auf dem Kommutator  $[\vec{r}, H] = \frac{i\hbar}{m} \cdot \vec{p}$ , der so nur in Abwesenheit eines Magnetfeldes vollständig ist. Die Korrekturen sind jedoch im Allgemeinen klein [38].

Erst mit Hilfe dieses zweiteiligen Verfahrens ist es möglich, die Form der spektralen Abhängigkeit der gemessenen magnetooptischen Effekte rechnerisch zu reproduzieren [38].

Für die Bestimmung der dielektrischen Funktion oder der Suszeptibilität ist außer den Dipolmatrixelementen auch die Besetzung der Zustände zu berücksichtigen. Die Fermi-Verteilungsfunktion  $f_0(E)$  gibt bei endlicher Temperatur  $T$  an, wie stark ein bestimmter Zustand bei der Energie  $E$  besetzt ist:

$$f_0(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E-E_F}{kT}\right)} \quad (4.52)$$

Für zirkular polarisierte Lichtbündel gelten die Polarisations-Einheitsvektoren  $\hat{e}_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_x \pm i\hat{e}_y)$  und nach Ch. Thurn [38] kann die Suszeptibilität wie folgt berechnet werden:

$$\chi_\pm(\omega) = \chi_\infty + \frac{eB}{4\pi^2\varepsilon_0\hbar} \cdot \frac{2\pi}{L_z} \cdot \sum_{i,j,k_z} \frac{|\vec{d}_{ij}\hat{e}_\pm|^2 \cdot (f_0(E_j(k_z)) - f_0(E_i(k_z)))}{E_j(k_z) - E_i(k_z) - \hbar\omega - i\Gamma} \quad (4.53)$$

$\chi_\infty$  bezeichnet alle Beiträge, die nicht von den explizit berücksichtigten Dipolübergängen stammen und sollte im hier betrachteten Wellenlängenbereich konstant sein. Die Größe  $\Gamma$  ist eine Dämpfungskonstante, die der homogenen Linienverbreiterung Rechnung trägt.

Eine zu (4.53) analoge Gleichung für die dielektrischen Funktion  $\varepsilon(\omega)$  für Interbandübergänge, wie sie in der Literatur üblich ist, findet sich z.B. bei Kim *et al.* [39]:

$$\varepsilon(\omega) \propto \sum_{k,c,v} \left( \frac{P_{cv}(k)}{E_{cv}(k)} \right)^2 \cdot \left( \frac{1}{\hbar\omega - E_{cv}(k) + i\Gamma} - \frac{1}{\hbar\omega + E_{cv}(k) + i\Gamma} \right) \quad (4.54)$$

mit  $E_{cv}(k) \hat{=} E_j(\vec{k}) - E_i(\vec{k})$ ,  $P_{cv}^2(k) \hat{=} \left| \vec{p}_{ij}(\vec{k} = 0)\hat{e}_\pm \right|^2$  und es wird dabei nur jeweils über einen Satz von Zuständen entsprechend Leitungs- (c) und Valenzband (v) summiert. Auf die Übergänge innerhalb eines Bandes wird in Abschnitt 4.4 näher eingegangen.

Ein Punkt, der schließlich noch zu beachten ist, ist die Tatsache, dass sich in

einem realen Halbleiter bei optischer Anregung nicht nur quasi-freie Elektronen im Leitungsband bilden, sondern auch Exzitonen. Die dabei entstehende Lokalisierung der Elektronen bedeutet eine Einschränkung der möglichen Impulse bzw.  $k$ -Werte (es sind im Wesentlichen nur noch  $k$ -Werte bis zum Kehrwert des Bohr-Radius möglich). Das führt dazu, dass in intrinsischen Halbleitersystemen die optischen Übergänge überwiegend in unmittelbarer Nähe des  $\Gamma$ -Punktes (d.h.  $k = 0$ ) stattfinden und es bei Berechnungen ausreicht, ausschließlich diesen Bereich zu betrachten.

### 4.3 typische Ergebnisse für reine Halbleiter

Um zu überprüfen, wie gut die Berechnung der Bandstruktur und der dielektrischen Funktion mit den Messungen übereinstimmt wurden die Kerr-Drehung und der magnetische Zirkulardichroismus in Abhängigkeit von der verwendeten Lichtwellenlänge an reinem InSb und reinem InAs bei tiefer Temperatur ( $T=1.8$  K) und hohem Feld gemessen. Unter Benutzung der aus der Literatur bekannten Luttinger-Parameter (siehe Abschnitt 12) wurden die Spektren berechnet und mit den Messungen verglichen.

Abbildung 4.4 zeigt das berechnete Leitungsband (LB), das Spin-Bahn-Split-Off-Band (SO) und die schweren (HH) und leichten Löcher-Bänder (LH) wie sie sich für reines InSb bei  $B=100$  kG ergeben. Man erkennt deutlich die Landau-Aufspaltung und z.B. am untersten Leitungsbandniveau ebenso die Spin-Aufspaltung. Dargestellt ist zur besseren Übersicht lediglich jedes sechste Landau-Niveau bis  $n=80$  im ersten Viertel der Brillouin-Zone. Hier liegt die Fermi-Energie in der Bandlücke.

In den Abbildungen 4.2 und 4.3 (auf Seite 39 bzw. 40) wurde das Verfahren nach Trebin *et al.* benutzt und es sind deutlich die einzelnen Übergänge zwischen verschiedenen Landau-Niveaus zu erkennen (für reine Halbleiter liefert das Verfahren nach Trebin in Kombination mit Gleichung (4.54) die beste Übereinstimmung mit dem Experiment). Die Maxima und Minima in der Kerr-Drehung entsprechen jeweils zirkular polarisierten Übergängen zwischen Valenz- und Leitungsband. Übergänge mit niedriger Landau-

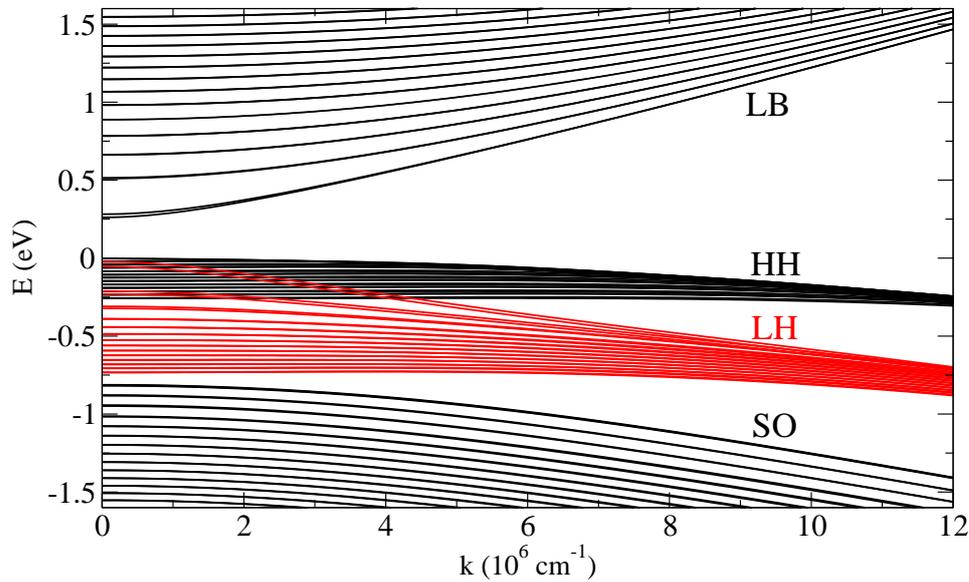


Abbildung 4.4: berechnete Bandstruktur von reinem InSb bei  $B=100$  kG; gezeigt ist jedes sechste Landau-Niveau bis  $n=80$

Quantenzahl befinden sich bei hohen Wellenlängen und man erkennt, dass hin zu niedrigen Wellenlängen mit steigender Landau-Quantenzahl die Amplitude der Strukturen abnimmt. Das entspricht abnehmenden Dipolmatrixelementen mit steigender Landau-Quantenzahl. Es wurden analoge Messungen bei verschiedenen Magnetfeldstärken durchgeführt. Dabei zeigt sich, dass die Amplitude mit dem Feld steigt und sich wie erwartet die energetischen Abstände zwischen den Übergängen auf Grund der zunehmenden Landau-Aufspaltung vergrößern (d.h. die Maxima wandern zunehmend zu kleineren Wellenlängen und entfernen sich voneinander).

Die Abbildungen 4.5 und 4.6 zeigen den zu den Abbildungen 4.2 und 4.3 analogen Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Spektren für InAs. Sowohl bei InSb als auch InAs gibt es in den dargestellten Berechnungen außer der absoluten Amplitude keine anpassbaren Parameter und man erkennt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Spektren.

Die Amplitude einer magnetooptischen Messung (bzw. die Dämpfung der

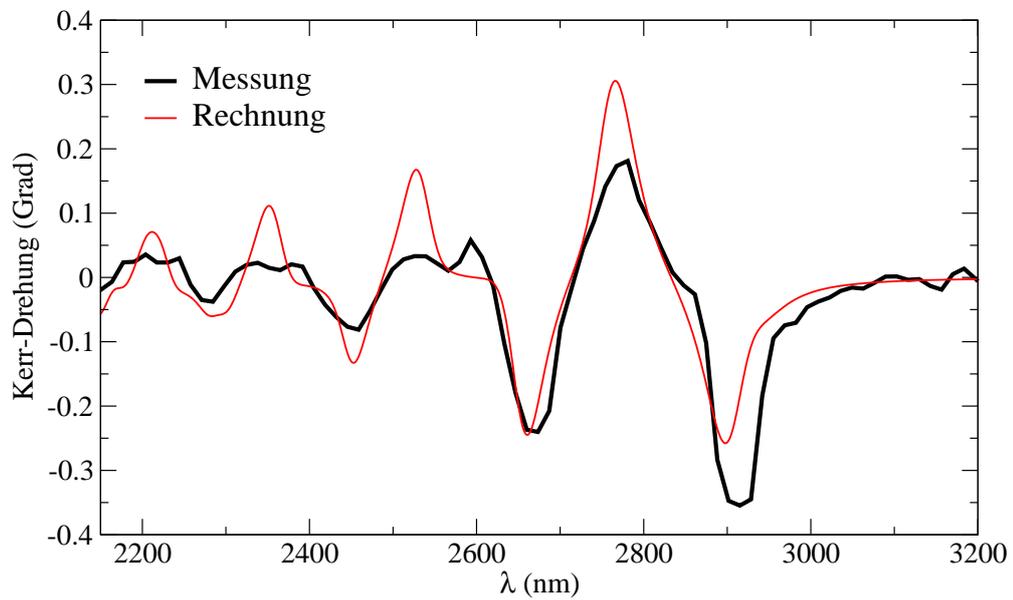


Abbildung 4.5: Vergleich zwischen gemessenem und berechnetem Spektrum der Kerr-Drehung an reinem InAs bei  $B=56$  kG

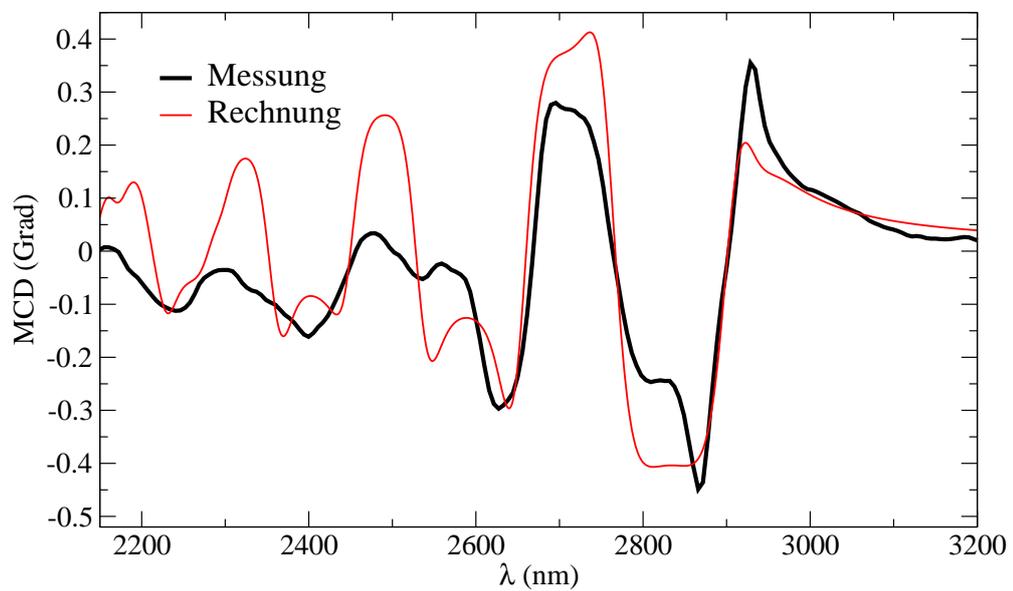


Abbildung 4.6: Vergleich zwischen gemessenem und berechnetem Spektrum des MCD an reinem InAs bei  $B=56$  kG

verschiedenen Übergänge) hängt bei intrinsischen Proben oft stark von der Beschaffenheit der Oberfläche ab. Ein einfaches Polieren ist vielfach nicht ausreichend, um gut aufgelöste Spektren wie in den Abbildungen 4.2 und 4.5 zu erhalten. Als InSb-Probe wurde hier ein vom Hersteller chemisch polierter Wafer verwendet. Die InAs-Probe wurde in einem ersten Schritt lediglich mechanisch poliert, was nicht ausreichte, um deutliche Strukturen in Kerr-Effekt und MCD zu sehen. Erst nach Anätzen der Oberfläche durch Brom zeigte sich das in Abbildung 4.5 dargestellte Ergebnis mit den klar erkennbaren Minima und Maxima entsprechend zirkular polarisierten Übergängen zwischen verschiedenen Landau-Niveaus in Valenz- und Leitungsband. Durch das Ätzen werden die Oberflächenschichten, die eine durch mechanisches Polieren gestörte Kristallstruktur aufweisen sowie Unebenheiten und Oberflächenverunreinigungen beseitigt.

## 4.4 Einfluss von Intrabandübergängen auf die dielektrische Funktion

Neben Interbandübergängen besteht auch die Möglichkeit von Übergängen innerhalb von Valenz- und Leitungsband. Dies hat vor allem dann große Bedeutung für magnetooptische Effekte, wenn die Ladungsträgerdichte und damit die Fermi-Energie groß ist, was bei intrinsischen Halbleitern nicht der Fall ist, wohl aber in Metallen oder  $\text{III}_{1-x}\text{Mn}_x\text{V}$ -Halbleitern. Bei p-dotierten Halbleitern (wie etwa GaMnAs) sind im Valenzband viele Zustände unbesetzt (siehe Abschnitt 6). Damit sind Übergänge bei endlichen  $k$ -Werten innerhalb des Valenzbandes zwischen verschiedenen Landau-Niveaus möglich. Diese Übergänge erzeugen Beiträge zur dielektrischen Funktion die oftmals weit im Infraroten liegen, da der Energieunterschied innerhalb der Bänder meist klein ist. Sind die effektiven Massen klein, so kann dieser Beitrag zu höheren Energien verschoben werden und bei Halbleitern mit kleiner Bandlücke kann dessen Energie sogar die Bandlücke übersteigen.

Die klassische Beschreibung von Intrabandübergängen besteht in der Beschreibung der Bewegung freier Ladungsträger im elektromagnetischen Feld nach Drude gemäß der Gleichung

$$m \cdot \dot{\vec{v}} + m \cdot \Gamma \cdot \vec{v} = e \cdot \vec{E}_0 \cdot e^{i\omega t} + e \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (4.55)$$

( $m$  und  $e$  sind die effektive Masse und die Ladung;  $\Gamma$  entspricht einer Dämpfung). Es besteht ein Zusammenhang zwischen der elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma$  und der dielektrischen Funktion  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty \cdot \mathbf{1} + \mathbf{i} \cdot \frac{\sigma(\omega)}{\varepsilon_0 \omega} \quad (4.56)$$

$\varepsilon_\infty$  beschreibt dabei den Beitrag des Kristallgitters zur dielektrischen Funktion. Bei einer Ladungsträgerdichte  $N$  verbindet das Ohmsche Gesetz die Stromdichte  $\vec{j} = N \cdot e \cdot \vec{v}$  mit der elektrischen Feldstärke:

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (4.57)$$

Zur Vereinfachung werden zwei Abkürzungen verwendet: Die bereits in Abschnitt 4.1 eingeführte Zyklotronfrequenz  $\omega_c := \frac{eB}{m}$  und die Plasmafrequenz  $\omega_p := \sqrt{\frac{N \cdot e^2}{m \cdot \varepsilon_0}}$ .

Das typische Ergebnis für die dielektrische Funktion eines Plasmas im Magnetfeld lautet damit folgendermaßen [40]:

$$\varepsilon_{\pm}(\omega) = \varepsilon_{\infty} - \frac{\omega_p^2}{\omega \cdot (\omega \pm \omega_c - i\Gamma)} \quad (4.58)$$

Im quantenmechanischen Bild muss man an Stelle der freien Bewegung der Ladungsträger Übergänge zwischen verschiedenen Landau-Niveaus innerhalb des Valenzbandes betrachten. P. R. Wallace hat dazu die entsprechenden Formeln hergeleitet [41]:

$$\varepsilon_+(\omega) = \frac{\omega_p^2}{\varepsilon_0 \omega^2} \cdot \left( 1 + \frac{m}{N} \cdot \sum_{nk_z} \frac{f_0(E_{n-1}(k_z)) - f_0(E_n(k_z))}{E_{n-1}(k_z) - E_n(k_z) - \hbar\omega} \cdot \frac{(\hbar\omega_c)^2}{2\pi \cdot \hbar^2} \cdot n \right) \quad (4.59)$$

$$\varepsilon_-(\omega) = \frac{\omega_p^2}{\varepsilon_0 \omega^2} \cdot \left( 1 + \frac{m}{N} \cdot \sum_{nk_z} \frac{f_0(E_{n+1}(k_z)) - f_0(E_n(k_z))}{E_{n+1}(k_z) - E_n(k_z) - \hbar\omega} \cdot \frac{(\hbar\omega_c)^2}{2\pi \cdot \hbar^2} \cdot (n+1) \right) \quad (4.60)$$

Die Summation erstreckt sich dabei jeweils über alle relevanten Werte im  $k$ -Raum und alle Landau-Niveaus. Die Fermi-Verteilungsfunktion  $f_0$  gibt wie üblich den Besetzungsgrad der verschiedenen Energieniveaus  $E_n(k_z)$  an. Die Energien nehmen mit der Landau-Quantenzahl im Valenzband immer weiter ab, d.h.  $E_{n-1} > E_n$ . Das bedeutet, dass der Nenner innerhalb der Summe in Gleichung (4.59) Null und der Summand dementsprechend resonant werden kann. Im Gegensatz dazu ist der Nenner in (4.60) wegen  $E_{n+1} - E_n < 0$  stets kleiner als Null. Deshalb bezeichnet man  $\varepsilon_+$  als zyklotron-aktive Mode und  $\varepsilon_-$  als zyklotron-inaktive Mode.

In den Gleichungen (4.59) und (4.60) wurde jeweils keine Dämpfung eingeführt. Berücksichtigt man diese, so entspricht der erste Summand der klassischen Drude-Formel ohne äußeres Magnetfeld und die Summe entspricht (4.53). Dabei wurde für die Dipolmatrixelemente die einfachste Form ge-

wählt, nämlich eine Konstante multipliziert mit der Landau-Quantenzahl und dem Magnetfeld (keine Korrektur durch die Energien mit Hilfe der Impulsmatrixelemente).

Bei verdünnt-magnetischen II-VI-Halbleitern wie CdMnTe ergibt der Einbau von  $\text{Mn}^{2+}$ -Ionen keine zusätzlichen freien Ladungsträger. Für diese Systeme kann man somit auf Grund der geringen Plasma-Frequenz die eben beschriebenen Terme vernachlässigen. In Materialien mit metallischem Charakter sind aber deutliche Effekte durch die freien Ladungsträger im Magnetfeld beobachtet worden [16]. Ferromagnetische III-V-Halbleiter wie etwa GaMnAs unterscheiden sich von den nicht-ferromagnetischen vor allem dadurch, dass sie eine entsprechend große Ladungsträgerdichte aufweisen. Oft haben diese Systeme sogar metallischen Charakter. Es wäre also zu erwarten, dass die Beiträge durch das Plasma der freien Ladungsträger (in der Regel Löcher im Valenzband) an der dielektrischen Funktion merklichen Anteil haben.

In der klassischen Beschreibung nach Drude wird die spektrale Position einer Plasmaresonanz durch die Plasmafrequenz  $\omega_p$  bestimmt. Diese ist proportional zur Wurzel der Ladungsträgerdichte und umgekehrt proportional zur Wurzel der effektiven Masse der Ladungsträger. Durch die größere Zustandsdichte finden sich im Valenzband nahe der Bandkante vor allem schwere Löcher. Da deren effektive Masse groß ist, liegt  $\omega_p$  weit im Infraroten. Abbildung 4.7 zeigt den berechneten MCD nach Gleichung (4.58) im Vergleich zur Messung an InMnSb-Probe 70424A. Die Probenhersteller geben eine Ladungsträgerdichte in der Größenordnung von  $10^{20}\text{cm}^{-3}$  an; Rechnungen, die alle Übergänge zwischen den verschiedenen Bändern berücksichtigen, würden die Messung gut beschreiben, wenn  $p \approx 3 \cdot 10^{19}\text{cm}^{-3}$  gesetzt wird (siehe Kapitel 11).

In Abbildung 4.7 zeigt sich, dass die Plasma-Resonanz für die erwähnten Ladungsträgerdichten jeweils außerhalb des Wellenlängenbereichs der Messung liegt. Damit tragen die freien Ladungsträger nicht gemäß der klassischen Beschreibung zu den beobachteten magnetooptischen Effekten bei. Damit die Beiträge freier Ladungsträger bei der Wellenlänge der gemessenen Resonanz

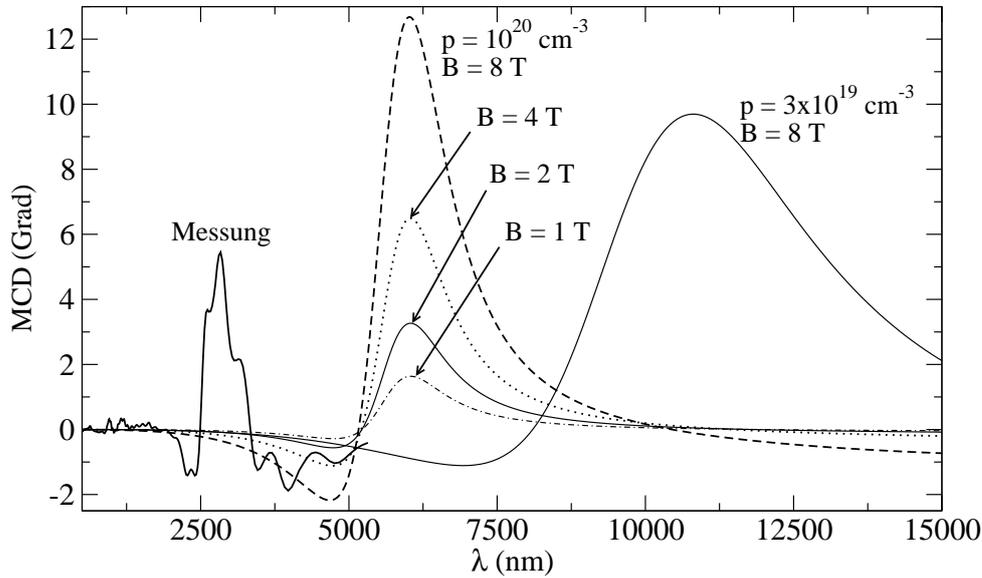


Abbildung 4.7: magnetischer Zirkulardichroismus der freien Ladungsträger nach dem Drude-Modell berechnet für verschiedene Ladungsträgerdichten und Magnetfelder im Vergleich zur Messung an InMnSb

der MCD auftreten, muss entweder die Ladungsträgerdichte in der Rechnung erhöht werden (was unrealistisch ist) oder es gelten andere effektive Massen. Bei dünnen Epitaxieschichten können die Massen in der Probenebene deutlich kleiner werden als in einer dicken Probe. Da die Schichtdicken hier aber meist einige 100 nm betragen, sind die effektiven Massen wohl identisch zu denen von Proben mit makroskopischen Abmessungen. Die Variation des Magnetfeldes ergibt, dass die Amplitude der Plasma-Resonanz linear im Magnetfeld ist. Experimentell beobachtet man aber eine Variation der Amplitude linear in der Magnetisierung der Probe. In der Literatur wird zur Beschreibung derartiger Phänomene an Stelle des Magnetfeldes eine Konstante multipliziert mit der Probenmagnetisierung eingesetzt und als effektives Magnetfeld deklariert [42, 43]. Als theoretische Begründung für diesen Ansatz wird die Spin-Bahn-Wechselwirkung zwischen den ausgerichteten Spins ( $\hat{=}$  Spinpolarisation der Ladungsträger im Magnetfeld) und den Ladungsträgern, die durch das elektrische Feld des Lichts beschleunigt werden, diskutiert. Diese Vorgehensweise liefert zumindest für Metalle gute Ergebnisse [44]. Auch die

Form des berechneten magnetischen Zirkulardichroismus stimmt gut mit der hier gemessenen Wellenlängenabhängigkeit überein (siehe Abbildung 4.7). Die Resonanz-Position bleibt für unsere Proben dabei allerdings stets zu weit im Infraroten.

Auf Grund dieser Erkenntnisse wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit Gleichung (4.58) nicht benutzt. Die Beiträge der Gleichungen (4.59) und (4.60) sind in Gleichung (4.53) automatisch enthalten. Prinzipiell besteht auch die Möglichkeit, dass Übergänge innerhalb eines Bandes zwischen verschiedenen  $k$ -Werten, aber der gleichen Landau-Quantenzahl auftreten. Diese werden in Gleichung (4.53) nicht berücksichtigt.

Wie in Abbildung 4.4 auf Seite 45 zu sehen ist, verlaufen ab etwa  $k = 6 \cdot 10^6 \text{cm}^{-1}$  die leichten und schweren Loch-Bänder annähernd parallel. Bei hohen Landau-Quantenzahlen gilt dies praktisch im ganzen betrachteten  $k$ -Bereich und die Abstände betragen bei InSb ca. 0.5 eV. Das bedeutet, dass alle Übergänge innerhalb des Valenzbandes (außer denen die vom Split-Off-Band ausgehen) Übergangsenergien in diesem Bereich aufweisen. Dies führt in Summe zu einer starken Resonanz in der dielektrischen Funktion, deren Form derer der klassischen Beschreibung ähnelt. Die zum Magnetfeld proportionale Landau-Aufspaltung verschiebt die Energien der schweren und leichten Löcher-Zustände in den Übergängen in die gleiche Richtung. Zustände im Leitungsband würden in die entgegengesetzte Richtung verschoben. Deshalb hat das äußere Feld zwar Einfluss auf die Resonanz-Positionen der Interbandübergänge, aber Amplitude und spektrale Resonanzposition von Intra-valenzbandübergängen bleiben weitgehend unverändert. Nur die starke Verschiebung der Spin-Niveaus durch die Austausch-Aufspaltung hat deutlichen Einfluss auf die Übergangsenergien von links- und rechts-zirkular polarisiertes Licht (diese werden gegeneinander verschoben). Damit ergibt sich die in der Messung beobachtete lineare Abhängigkeit der Amplitude magnetooptischer Effekte von der Magnetisierung. Die Dämpfung jedes Übergangs hat auf die endgültige Form der Resonanz in der dielektrischen Funktion weniger Einfluss als bei intrinsischen Halbleitern, da die Breite der Signatur durch die Vielzahl an Übergängen mit unterschiedlichen Energien bestimmt wird und nicht von einem einzelnen Übergang.

# Kapitel 5

## Magnetismus

Man unterscheidet verschiedene Formen des Magnetismus danach, wie sich die Materie unter Einwirkung eines äußeren Magnetfeldes verhält. So wie ein elektrisches Feld elementare Dipole ausrichtet bzw. in Materie ohne elementare Dipole durch Ladungsverschiebung Dipolmomente induziert, so präzedieren elementare magnetische Momente um die Achse eines äußeren Magnetfeldes. Auch ohne statisches magnetisches Moment werden im magnetischen Feld die Elektronen auf eine Kreisbahn gezwungen und somit wird ein magnetisches Moment induziert. Im folgenden werden die wichtigsten Zusammenhänge referiert [45].

### 5.1 Diamagnetismus

Setzt man ein atomares System einem äußeren Magnetfeld aus, so werden in einem klassischen Bild in der Elektronenhülle Kreisströme induziert, deren Feld nach der Lenzschen Regel dem äußeren Feld entgegen gerichtet ist. Man bezeichnet diesen Effekt als Langevinschen Diamagnetismus für Isolatoren. Für die Magnetisierung erhält man für  $n_0$  Atome pro Volumeneinheit mit jeweiliger Kernladungszahl  $Z$ , einer effektiven Elektronenmasse  $m^*$  und dem

Bohrschen Radius  $a_0$  in einem äußeren Magnetfeld  $B$ :

$$M_{dia} = -n_0 \frac{e^2 B}{6m^*} Z a_0^2 \quad (5.1)$$

Quantenmechanisch ist die Bildung von Landau-Niveaus zu berücksichtigen. Dies führt zum Landauschen Diamagnetismus freier Ladungsträger z.B. in Metallen. Es gilt für Elektronen mit der Zustandsdichte  $D(E_F)$  an der Fermi-Kante  $E_F$ :

$$\chi_{Landau} = -\frac{\mu_B^2}{3} \cdot D(E_F) \quad (5.2)$$

( $\mu_B$  ist das Bohrsche Magneton  $= \frac{e\hbar}{2m_0}$ ) Diamagnetische Beiträge sind zwar bei allen Materialien vorhanden, aber betragsmäßig so klein, dass sie von allen anderen eventuell auftretenden magnetischen Effekten überdeckt werden.

## 5.2 Paramagnetismus

Grundlage für einen Paramagneten ist ein System aus nicht wechselwirkenden Teilchen, die über ein *permanentes* magnetisches Moment verfügen.

Ein magnetisches Moment  $\vec{m}$  könnte sich in einem Magnetfeld nach klassischer Vorstellung beliebig ausrichten, im quantenmechanischen Bild sind jedoch nur diskrete Einstellungen des Momentes in Bezug auf die Magnetfeldrichtung (ohne Beschränkung der Allgemeinheit sei dies die z-Achse) erlaubt. Die Energie eines magnetischen Moments mit der magnetischen Quantenzahl  $m_j$  im äußeren Feld  $B$  ist gegeben durch

$$E = -g m_j \mu_B B \quad (5.3)$$

Bei einem freien Elektron kann die magnetische Quantenzahl die beiden Werte  $\pm \frac{1}{2}$  annehmen; bei einem Elektron mit Gesamtdrehimpuls  $j$  sind folgende Einstellungen möglich:  $m_j = -j, \dots, j$ . Offensichtlich entsprechen damit die verschiedenen Einstellungen des magnetischen Moments verschiedenen Energieniveaus die bei einer gewissen Temperatur  $T$  unterschiedlich stark besetzt sind. Um die Gesamt magnetisierung von  $n_0$  magnetischen Momenten

pro Volumeneinheit zu erhalten, muss über alle Einstellungen der magnetischen Momente summiert werden, gewichtet mit der jeweiligen Besetzung gemäß der Boltzmann-Verteilung  $\exp\left(-\frac{gm_J\mu_B B}{k_B T}\right)$  (bei einem System, das viele Elektronen enthält, schreibt man zur besseren Unterscheidung von einzelnen Elektronen die Quantenzahlen mit Großbuchstaben, z.B. Gesamtdrehimpuls  $J$ ). Damit die Gesamtanzahl der magnetischen Momente nicht überschritten wird, wird durch die Summe der Gewichtungsfaktoren dividiert.

$$M = n_0 \cdot \left( \sum_{m_J=-J}^{+J} \left( -gm_J\mu_B e^{-\frac{gm_J\mu_B B}{k_B T}} \right) \right) / \left( \sum_{m_J=-J}^{+J} e^{-\frac{gm_J\mu_B B}{k_B T}} \right) \quad (5.4)$$

Insgesamt richten sich die magnetischen Momente makroskopisch zum Teil entlang der Magnetfeldrichtung aus und zwar abhängig von der Stärke des externen Magnetfeldes  $H$  und der Temperatur  $T$ . Dies lässt sich als effektive Spin-Komponente  $\langle S_z \rangle$  entlang der Magnetfeldrichtung interpretieren. Wenn die eben beschriebene Summation ausgeführt wird, ergibt sich eine Brillouin-Funktion  $B_J(a)$ :

$$B_J(a) = \frac{2J+1}{2J} \coth\left(\frac{2J+1}{2J} \cdot a\right) - \frac{1}{2J} \coth\left(\frac{1}{2J} \cdot a\right) \quad (5.5)$$

mit  $a = \frac{J \cdot g \cdot \mu_B \cdot \mu_0}{k_B} \cdot \frac{H}{T}$  für Paramagneten, so dass gilt:

$$\langle S_z \rangle = J \cdot B_J\left(\frac{J \cdot g \cdot \mu_B \cdot \mu_0}{k_B} \cdot \frac{H}{T}\right) \quad (5.6)$$

Für die Magnetisierung des Materials folgt damit:

$$M = n_0 \cdot g \cdot \mu_B \cdot \langle S_z \rangle \quad (5.7)$$

Im paramagnetischen Fall richten sich bereits vorhandene magnetische Momente parallel zum äußeren Magnetfeld aus und die Magnetisierung hat somit positives Vorzeichen. Außerdem ist der paramagnetische Beitrag zur Magnetisierung deutlich größer als der diamagnetische Beitrag und tritt deutlich gegenüber diesem hervor.

Bei hohen Temperaturen oder kleinen Feldern ist das Argument des  $\coth$  in der Brillouin-Funktion klein und es ist möglich die Brillouin-Funktion in eine Taylorreihe zu entwickeln:

$$B_J(a) \approx \frac{J+1}{J} \cdot \frac{a}{3} \Rightarrow M \approx n_0 \frac{g^2 \mu_B^2 J(J+1)}{3k_B T} \mu_0 H \quad (5.8)$$

Nach der Definition der magnetischen Suszeptibilität  $\chi$  gilt damit bei hohen Temperaturen das Curie-Gesetz

$$\chi = \frac{n_0 g^2 \mu_B^2 \mu_0 J(J+1)}{3k_B T} =: \frac{C}{T} \quad (5.9)$$

$C$  ist die so genannte Curie-Konstante.

Das magnetische Moment  $\vec{m}_z$  eines freien Teilchens mit Gesamtdrehimpuls  $\hbar \vec{j}$  ist  $\vec{m}_z = -g \cdot \mu_B \cdot \vec{j}$ . Ein freies Elektron hat eine Spin-Quantenzahl von  $s = \frac{1}{2}$ . Der  $g$ -Faktor eines freien Elektrons ist in guter Näherung gleich zwei und somit ist das magnetische Moment des freien Elektrons  $|m_z| = \mu_B$ . Diese Überlegungen gelten ebenso für Leitungselektronen in einem Festkörper.

Nimmt man eine Ladungsträgerdichte  $N$  an, so ergibt sich für ein freies Elektronengas mit parabolischer  $E(k)$ -Beziehung (Paulischer Paramagnetismus):

$$M = \frac{3N\mu_B^2}{2E_F} B \quad (5.10)$$

$$\chi_{Pauli} = \mu_B^2 D(E_F) = -3 \cdot \chi_{Landau} \quad (5.11)$$

### 5.3 Ferromagnetismus

In einem Ferromagneten gibt es im Gegensatz zu einem Paramagneten eine zusätzliche Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten. Damit wird es möglich, dass auch ohne äußeres magnetisches Feld eine spontane Magnetisierung auftritt. Am bekanntesten ist dieser Effekt bei Eisen, von dem sich die Bezeichnung Ferromagnetismus ableitet. Einige Merkmale eines Ferromagneten unterscheiden ihn deutlich von Paramagneten:

Wird ein Ferromagnet in ein externes Magnetfeld gebracht, so bemerkt man einen im Vergleich zu einem Paramagneten viel steileren Anstieg der Magnetisierung. Es stellt sich eine spontane Magnetisierung der Probe ein, die ab einer gewissen Feldstärke gesättigt bleibt. Wird das externe Magnetfeld wieder abgeschaltet, so geht die Magnetisierung nicht auf Null zurück - es bleibt eine remanente Magnetisierung zurück. Wenn man die Magnetisierung neutralisieren will, muss ein dem ursprünglichen Feld entgegengerichtetes Feld angelegt werden. Dessen Stärke bezeichnet man als die Koerzitivfeldstärke.

Wird die Temperatur erhöht, so sinkt die Sättigungsmagnetisierung ab, bis bei der so genannten ferromagnetischen Curie-Temperatur keine spontane Magnetisierung mehr auftritt. Bei noch höheren Temperaturen verhält sich das Material wie ein Paramagnet (es existieren ja permanente magnetische Momente, lediglich die thermische Energie ist größer als deren Kopplung) und für die Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität gilt  $\chi = \frac{C}{T'}$ . Im Gegensatz zu einem "normalen" Paramagneten ist hier an Stelle der absoluten Temperatur der Unterschied der absoluten Temperatur von der so genannten paramagnetischen Curie-Temperatur  $T_C$  einzusetzen ( $T' = T - T_C$ ). Die paramagnetische liegt stets oberhalb der ferromagnetischen Curie-Temperatur und der Unterschied rührt daher, dass die Magnetisierung erst bei Temperaturen deutlich über der ferromagnetischen Curie-Temperatur der eines Paramagneten entspricht. Nahe der Curie-Temperatur ist die Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität etwas anders als die eines Paramagneten und nähert sich dieser erst bei höheren Temperaturen an. Bei Temperaturen knapp oberhalb von  $T_C$  gilt [46]:

$$\chi \propto \frac{1}{(T - T_C)^{1.33}} \quad (5.12)$$

Die Formel der Suszeptibilität für hohe Temperaturen ( $T \gg T_C$ )

$$\chi = \frac{C}{T - T_C} \quad (5.13)$$

nennt man "Curie-Weiss-Gesetz".

Theoretisch erfassen lässt sich der Ferromagnetismus durch verschiedene Modelle: Bei hohen Temperaturen (aber noch unterhalb von  $T_C$ ) wendet man die so genannte Molekularfeldnäherung an und bei niedrigen Temperaturen ist die Theorie der Spin-Wellen angebrachter. Diese beiden Beschreibungen werden in den folgenden Abschnitten kurz erläutert werden (angelehnt an das Buch von Kopitzki [45]).

### 5.3.1 Molekularfeldnäherung

Wie bereits erwähnt, liegt die Ursache des Ferromagnetismus in einer Kopplung der magnetischen Momente durch die Austauschwechselwirkung. Im Heisenberg-Modell ist die Austauschenergie zweier Spins  $\vec{S}_1$  und  $\vec{S}_2$  gegeben durch

$$E = -2A\vec{S}_1\vec{S}_2 \quad (5.14)$$

Ist die Austauschkonstante  $A$  positiv, so wird die Energie des Systems bei parallel ausgerichteten Spins abgesenkt. Es kann also zu einer spontanen Magnetisierung kommen. Ist  $A$  negativ, so ist es günstig, wenn sich die Spins antiparallel ausrichten und das Material wird antiferromagnetisch. Bei verdünnt-magnetischen Halbleitern wie sie in der vorliegenden Arbeit untersucht werden, ist der Abstand der magnetischen Ionen zu groß für das Auftreten einer direkten Austauschwechselwirkung. Hier wird der Austausch durch freie Ladungsträger vermittelt und kann z.B. durch die so genannte RKKY-Wechselwirkung beschrieben werden. In Kapitel 6.1 wird darauf genauer eingegangen.

In der Molekularfeldnäherung nimmt man an, dass es genügt statt einer Wechselwirkung aller magnetischen Momente in einer Probe untereinander nur die Wechselwirkung eines Spins mit dem effektiven Feld, hervorgerufen durch alle anderen magnetischen Momente, zu betrachten. Dieses effektive Feld  $\vec{B}_A$  ist proportional zur Magnetisierung:

$$\vec{B}_A = \mu_0\gamma\vec{M} \quad (5.15)$$

( $\gamma := \frac{2Az}{n_0g^2\mu_B^2\mu_0}$  ist die Molekularfeldkonstante für ein System, bei dem alle Spins  $z$  nächste Nachbarn besitzen). Die Einstellungsenergie eines Spinmoments  $\vec{S}_i$  in diesem Feld ist gegeben durch:

$$E = -(-g\mu_B\vec{S}_i)\mu_0\gamma\vec{M} \quad (5.16)$$

Das Molekular- oder Austausch-Feld  $\vec{B}_A$  wird für alle Berechnungen an einem Ferromagneten zur Flussdichte (hervorgerufen durch das äußere Feld) hinzu addiert und ein magnetisches Moment ist neben dem *äußeren* Feld noch einem zusätzlichen *inneren* Feld ausgesetzt. Man kann damit die Magnetisierung eines Ferromagneten mit den Beziehungen für Paramagneten unter Beachtung des *effektiven* Gesamtfeldes  $B_{eff} = B_{ext} + B_A$  berechnen. Dabei taucht die Magnetisierung auf der linken Seite der Gleichung und im Argument der Brillouin-Funktion auf und kann somit nicht explizit angegeben werden. Nach Kopitzki [45] ist es von Vorteil, statt dem äußeren Feld die Variable  $\alpha := \frac{g\mu_B J(B_{ext} + \mu_0\gamma M)}{k_B T}$  als unabhängige Größe zu verwenden. Damit kann zumindest graphisch oder numerisch die spontane Magnetisierung bestimmt werden.

$$M(\alpha) = \frac{k_B T}{\mu_0 \gamma g \mu_B J} \alpha - \frac{B_{ext}}{\mu_0 \gamma} \quad \text{und} \quad M(\alpha) = n_0 g \mu_B J B_J(\alpha) \quad (5.17)$$

Der Schnittpunkt der beiden Gleichungen (5.17) ergibt  $\alpha$  welches nach der spontanen Magnetisierung  $M$  aufgelöst werden kann.

Dies kann man auch nutzen, um die ferromagnetische Curie-Temperatur zu ermitteln, indem man die Temperatur bestimmt, bei der die beiden Beziehungen (5.17) für kleines  $\alpha$  die gleiche Steigung aufweisen, da es bei höheren Temperaturen keinen Schnittpunkt und damit keine spontane Magnetisierung mehr geben kann. Man erhält

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{k_B T}{\mu_0 \gamma g \mu_B J} \quad \text{und} \quad \frac{dM}{d\alpha} = n_0 g \mu_B \frac{J+1}{3} \quad (5.18)$$

Es gibt somit nur dann eine spontane Magnetisierung wenn gilt  $\frac{k_B T}{\mu_0 \gamma g \mu_B J} < n_0 g \mu_B \frac{J+1}{3}$  bzw.

$$T < n_0 \frac{\mu_0 g^2 J(J+1) \mu_B^2}{3k_B} \gamma = C\gamma = T_C \quad (5.19)$$

Für hohe Temperaturen - also kleines  $\alpha$  - folgt durch Näherung der Brillouin-Funktion für die Suszeptibilität wieder ein Curie-Weiss-Gesetz allerdings nur mit der ferromagnetischen statt der paramagnetischen Curie-Temperatur - in der Molekularfeldnäherung gibt es keinen Unterschied zwischen diesen beiden Temperaturen.

Das Austauschfeld ist in der Regel so groß, dass das externe Feld dagegen kaum noch ins Gewicht fällt, was erklärt, warum die Flussdichte bei gesättigter spontaner Magnetisierung durch das äußere Feld kaum noch ansteigt.

### 5.3.2 Spin-Wellen

In der Nähe des absoluten Nullpunkts der Temperatur beschreibt die Molekularfeldnäherung die Messwerte für die Suszeptibilität eines Ferromagneten nicht angemessen. In diesem Grenzfall liefert die so genannte Spin-Wellen-Theorie bessere Ergebnisse:

Thermische Anregungen im System bestehen nicht in einem Umklappen eines Spins um  $180^\circ$  sondern in einer Präzession aller Spins um die Magnetfeldachse. Die kollektive Anregung der gekoppelten Bewegungen der verschiedenen Spins wird "Magnon" genannt. Je mehr Magnonen angeregt sind, desto stärker ist die Präzession und der mittlere Gesamtspin ist weiter von der Einstellung parallel zum äußeren Feld entfernt. Es verringert sich dadurch die Gesamtmagnetisierung. Bei tiefen Temperaturen ergibt sich im Rahmen dieses Modells die folgende Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung in guter Übereinstimmung mit experimentellen Beobachtungen:

$$M(T) = M(0) \cdot \left( 1 - \frac{0.0587}{sS} \left( \frac{k_B T}{2AS} \right)^{\frac{3}{2}} \right) \quad (5.20)$$

( $s$  ist die Anzahl der Spins  $S$  pro Elementarzelle). Die Abhängigkeit (5.20) wird Blochsches  $T^{\frac{3}{2}}$ -Gesetz genannt.

### 5.3.3 Domänen

Alle Systeme in der Natur streben nach minimaler Energie (und maximaler Entropie  $S$ ; z.B. beschrieben durch Minimierung die Gibbssche freie Enthalpie  $G$  bei Temperatur  $T$  und Enthalpie  $H$ :  $G = H - T \cdot S$ ). Für einen Magneten bedeutet ein weitläufiges Streufeld außerhalb des Magneten selbst eine große Energie  $\sim \int B \cdot H dV$  [47]. Es wird das Streufeld über das Volumen integriert in dem dieses Feld existiert.

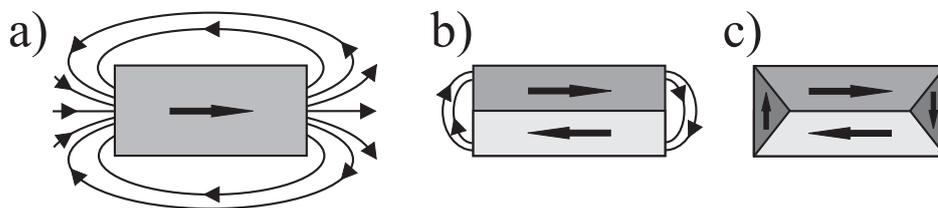


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung möglicher Domänen in einem magnetisierten Probenstück

In dem in Abbildung 5.1 a) dargestellten Fall eines homogen magnetisierten Körpers verlaufen die Feldlinien von einem Pol um die gesamte Probe herum bis zum anderen Pol. Das Streufeld erstreckt sich somit über ein großes Volumen und folglich ist die Energie des Streufeldes groß. Wenn sich zwei Gebiete ausbilden, die entgegengesetzt magnetisiert sind, so müssen die Feldlinien nur vom Pol eines Gebietes zum direkt daneben liegenden Pol des anderen Gebietes verlaufen, die Feldlinien müssen einen kürzeren Weg außerhalb des Magneten zurücklegen und das Integrationsvolumen verringert sich - siehe Abbildung 5.1 b). Wenn noch mehr Teilgebiete mit unterschiedlicher Magnetisierung unter geeigneten Winkeln zueinander existieren, so kann die Energie noch weiter reduziert werden. Im in Abbildung 5.1 c) dargestellten Fall existiert kein Feld außerhalb der Probe. Die Teilbereiche mit einheitlicher Magnetisierung werden "Weissche Bezirke" oder "Domänen" genannt. An den Grenzen gehen die elementaren magnetischen Momente von einer zur anderen Ausrichtung über. Diese Grenzen nennt man je nach der Art des Übergangs Blochsche oder Neelsche Wände. Die Unterscheidung ist lediglich für dünne Schichten möglich: wenn die Magnetisierung an beiden Seiten der

Wand in der Schichtebene liegt, dann dreht sich die Magnetisierung in einer Bloch-Wand von der einen Richtung in die andere über Zwischeneinstellungen die Komponenten senkrecht zur Schichtebene besitzen (alle Einstellungen sind parallel zur Wand). In einer Neel-Wand bleibt die Magnetisierung immer in der Schichtebene. Bei dreidimensionalen Systemen existiert keine Ebene bezüglich der man diese beiden Typen unterscheiden könnte. Bei dünnen Schichten wären theoretisch Bloch- und Neel-Wände möglich, aber wegen des entmagnetisierenden Feldes und magnetischer Anisotropie (z.B. Verspannungen - siehe unten) ist meist eine Neel-Wand zwischen Domänen energetisch günstiger.

In den Domänen wird eine Ausrichtung der Magnetisierung parallel zu sogenannten *leichten Richtungen* im Kristall bevorzugt, da eine Magnetisierung entlang dieser Richtungen energetisch günstiger ist als entlang anderer Richtungen. In einer Domänenwand treten Zwischeneinstellungen der Magnetisierung auf, die nicht entlang leichter Richtungen verlaufen. Außerdem ergibt sich durch die Tatsache, dass benachbarte magnetische Momente in den Wänden nicht parallel stehen eine große Austauschenergie. Durch die Bildung von Domänen verringert sich zwar die Energie durch das Streufeld, aber gleichzeitig muss zur Bildung der Domänenwände Energie aufgewendet werden. Es stellt sich ein Gleichgewicht zwischen diesen beiden Beiträgen ein, das sich z.B. durch die Temperatur beeinflussen lässt, da die Energie der Domänenwände davon abhängt.

Wird an einen Ferromagneten ein äußeres magnetisches Feld angelegt, so ist es energetisch günstig, wenn die elementaren magnetischen Momente parallel oder zumindest unter einem möglichst kleinen Winkel zum Feld ausgerichtet sind. Die Domänen, die einer geringen Energie entsprechen weiten sich aus und die Domänen-Wände fangen an zu wandern. Bei großem Feld existieren nur noch wenige Domänen und es wird energetisch am günstigsten, wenn sich die magnetischen Momente genau parallel zum äußeren Feld einstellen. Die Magnetisierung dreht sich bei steigendem Feld kontinuierlich von einer leichten Richtung weg hin zur Feldrichtung.

Dies äußert sich makroskopisch in einer kontinuierlich mit der äußeren Feld-

stärke bis zu einem Sättigungswert ansteigenden Magnetisierung. Wird das äußere Feld wieder abgesenkt, so bleiben große Domänen mit der ursprünglichen Ausrichtung der magnetischen Momente zurück, da eine parallele Einstellung energetisch günstig ist. Es existiert zwar eine Konfiguration mit vielen kleinen Domänen, wie vor dem Anlegen des Feldes, die energetisch günstiger sein kann, aber für den Übergang in diese Konfiguration ist eine Aktivierungsenergie von Nöten - siehe nächster Abschnitt. (Domänenwände können an Kristalldefekten hängen bleiben und springen erst bei weiter verändertem Feld darüber hinweg - Barkhausen-Effekt) Insgesamt bleibt eine endliche Gesamt-Magnetisierung nach Abschalten des Feldes zurück, die "Remanenz" genannt wird. Um die Magnetisierung weiter zu verringern ist ein dem ursprünglichen äußeren Feld entgegengerichtetes Feld nötig. Die Gesamtmagnetisierung verschwindet beim "Koerzitivfeld". Es ergibt sich die in Abbildung 5.2 dargestellte Kurve. Die vom Koordinatenursprung aus ansteigende Kurve wird Neukurve genannt. Sie tritt dann auf, wenn die die Probe vor dem Einschalten des Feldes keine Gesamtmagnetisierung aufweist. Das kann z.B. dadurch erreicht werden, dass sie über die Curie-Temperatur aufgeheizt und anschließend ohne äußeres Feld abgekühlt wird.

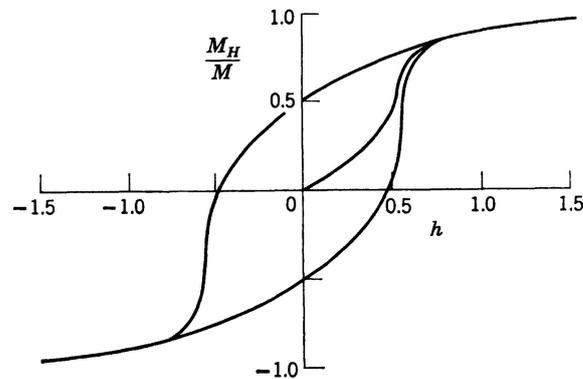


Abbildung 5.2: Darstellung einer typischen Hystereseschleife der Magnetisierung eines Ensembles vieler zufällig orientierter Domänen in einem äußeren Feld  $h$  nach Morrish [47] ( $h$  ist eine Größe die das äußere Magnetfeld  $H$  normiert auf die Sättigungsmagnetisierung  $M$  und die Kristallanisotropie darstellt), die Ordinate zeigt die Magnetisierung  $M_H$  normiert auf die Sättigungsmagnetisierung  $M$

In der Praxis beobachtet man vor allem bei dünnen Schichten gelegentlich Magnetisierungskurven mit einem Umschlag von einer Magnetisierungsrichtung zur um  $180^\circ$  gedrehten Stellung bei extrem kleiner Änderung des äußeren Feldes. Das kommt daher, dass es bei dünnen Schichten vorkommen kann, dass die Domänen Dimensionen von mehrere Mikrometern erreichen [4] - durch die speziellen Anisotropiegegebenheiten dünner Schichten (siehe nächster Abschnitt) kann es trotz größerem Streufeld energetisch günstiger sein nur wenige Domänen zu bilden. Bei geeigneter Messmethode kann somit die Ummagnetisierung einer einzelnen (oder nur von sehr wenigen) Domäne(n) beobachtet werden. Dies äußert sich auch darin, dass oft keine ideale Neukurve beobachtet werden kann. Bereits bei  $H=0$  existiert eine Vorzugsrichtung und man beobachtet nur eine einheitlich magnetisierte Domäne.

## 5.4 Stoner-Wohlfarth-Modell

Im Falle dünner Schichten kann als gute Näherung angenommen werden, dass das Material nur aus einer Domäne mit homogener Magnetisierung besteht. Dazu haben Stoner und Wohlfarth [48] ein Modell für ein homogen magnetisiertes Rotationsellipsoid in einem äußeren Magnetfeld aufgestellt. Es ist zu beachten, dass eine dünne Schicht der Extremfall eines oblaten Rotationsellipsoids ist (siehe z.B. das Buch von Morrish [47] bzw. die Dissertation von M. Reinwald [49], welche eine Formulierung angibt, die gut auf die hier untersuchten Systeme anwendbar ist). Man betrachtet die Energiedichte des Systems, die sich auf Grund der Einstellung der Magnetisierung des Ellipsoids relativ zum Feld ergibt (vergleiche Abbildung 5.3). Die Energie eines magnetischen Moments  $\vec{\mu}$  in einem äußeren Magnetfeld  $\vec{H}$  ist gegeben durch  $E = -\mu_0 \cdot \vec{\mu} \cdot \vec{H}$ . Für eine makroskopische Betrachtung eines Ellipsoids mit homogener Magnetisierung muss über alle magnetischen Momente darin summiert werden bzw. es ist über das Volumen des Ellipsoids zu integrieren:  $E_{ges} = -\mu_0 \int \vec{\mu} \cdot \vec{H} dV$ . Da das Feld im Innern homogen ist, kann  $\vec{H}$  aus dem Integral herausgezogen werden und man erhält:  $E_{ges} = -\mu_0 \cdot \vec{M} \cdot \vec{H} \cdot V$ .

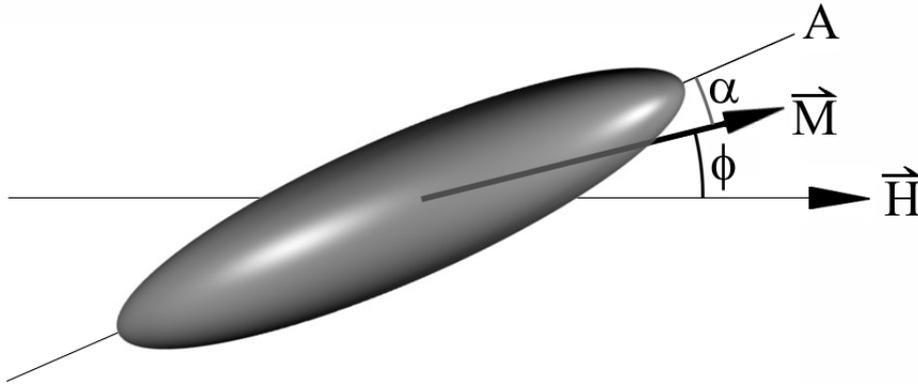


Abbildung 5.3: Modellvorstellung eines magnetischen Partikels als prolaten Rotationsellipsoid nach [47], A stellt die lange Hauptachse des Ellipsoids dar

Die freie Energiedichte  $F = E/V$  ist damit

$$F = -\vec{B}_{ext} \cdot \vec{M} \quad (5.21)$$

Wenn die Magnetisierung parallel zum äußeren Feld  $\vec{B}_{ext} = \mu_0 \vec{H}$  steht, ist das Skalarprodukt mit der Magnetisierung maximal und die Energiedichte minimal. Da in diesem Modell von einer stets einheitlichen Magnetisierung in einer Richtung für das ganze System ausgegangen wird, ist  $M$  eine Konstante ( $M = |\vec{M}|$ ), nämlich die Sättigungsmagnetisierung der Probe. Um zu berechnen, wie sich die Magnetisierung im Bezug auf das äußere Feld einstellt, muss man die Einstellung bestimmen, für die die Energiedichte minimal wird, d.h. in diesem Fall würde die Magnetisierung der Feldrichtung exakt folgen bzw. die Magnetisierung wäre immer parallel zum äußeren Feld gerichtet und die bisherige Beschreibung würde keine Hysterese ergeben. Der Grund für eine Hysterese liegt darin, dass es *lokale* energetische Minima gibt, die nicht unbedingt das *absolute* Minimum darstellen müssen, d.h. ein Mechanismus existiert, so dass neben  $\vec{M} \parallel \vec{B}_{ext}$  noch andere Einstellungen energetisch bevorzugt sind. Es ist z.B. oft günstig eine einkristalline Probe entlang bestimmter Kristallachsen zu magnetisieren. Diese Tatsache folgt aus der Spin-Bahn-Wechselwirkung der Elektronen, die an unterschiedlichen Gitterpositionen bzw. in unterschiedlichen Richtungen unterschiedlich stark ist

[50]. Im weiteren wird eine kubische Kristallstruktur betrachtet. Man führt Parameter  $\alpha_i$  ein, um die Einstellung der Magnetisierung in Bezug auf die kubischen Kristallachsen zu beschreiben -  $\alpha_i$  ist der Kosinus des Winkels zwischen Magnetisierungsrichtung  $\vec{M}$  und einer Würfelkante  $x_i$  des kubischen Gitters. Aus Symmetriegründen können diese Parameter nur mit geraden Potenzen in die Energiedichte eingehen (es macht keinen Unterschied, ob die Magnetisierung entlang der positiven oder negativen [100]-Richtung anliegt, da diese Richtungen ununterscheidbar sind). Außerdem sind in einem kubischen Kristall die drei Raumrichtungen gleichwertig - d.h. der Kristall ist invariant unter Drehungen um  $90^\circ$  um eine der Würfelkanten. Damit müssen in der Formel für die Energiedichte die  $\alpha_i$  vertauschbar sein, ohne dass sich der Wert ändert. Terme, die diese Symmetriebedingungen erfüllen sind z.B.  $\alpha_x^2\alpha_y^2 + \alpha_y^2\alpha_z^2 + \alpha_z^2\alpha_x^2$  und  $\alpha_x^2\alpha_y^2\alpha_z^2$ . Der Kristallanisotropiebeitrag zur Energiedichte wird damit üblicherweise wie folgt dargestellt:

$$F_{Kristall} = K_{c1} \cdot (\alpha_x^2\alpha_y^2 + \alpha_y^2\alpha_z^2 + \alpha_z^2\alpha_x^2) + K_{c2} \cdot \alpha_x^2\alpha_y^2\alpha_z^2 \quad (5.22)$$

$K_{c1}$  beschreibt die Kristallanisotropie in erster Ordnung,  $K_{c2}$  beschreibt die nächsthöhere Ordnung, die die geforderte Symmetrie erfüllt. Durch  $F_{Kristall}$  kann es bei einem äußerem Magnetfeld in positiver Richtung entlang einer Kristallachse ein energetisches Minimum für eine Magnetisierung in positiver wie auch in negativer Richtung geben. Wenn die Probe in eine Richtung magnetisiert wurde und das äußere Magnetfeld in die entgegengesetzte Richtung eingestellt wird, aber schwach ist, so verharrt die Magnetisierung in der dazu antiparallelen Richtung, da die beiden Minima durch einen Potentialberg getrennt sind, der erst durch genügend hohe Energiezufuhr überwunden werden könnte. Erst wenn das äußere Feld genügend groß ist, existiert nur noch ein energetisches Minimum - die Einstellung parallel zum Feld - und die Magnetisierung richtet sich neu aus: parallel zum äußeren Feld. Eine starke Änderung der Magnetisierung tritt immer dann auf, wenn bei sich änderndem Feld ein Minimum der Energiedichte zu einem Sattelpunkt wird (eine zweite Möglichkeit ist die - zumindest kurzfristige - Domänenbildung; siehe unten).

Neben der Kristallanisotropie gibt es noch weitere Beiträge zur Energiedichte. Das Stoner-Wohlfarth-Modell gilt für Rotationsellipsoide. Wenn das Ellipsoid keine Kugel ist, ist das entmagnetisierende Feld zu berücksichtigen (so dass auch für einen Ferromagneten  $\text{div}\vec{B} = 0$  erfüllt werden kann). Dieses kann durch einen Tensor  $N$  beschrieben werden. Bei Magnetisierung entlang der Achse des Ellipsoids deren Länge groß ist gegen die dazu senkrechte Ausdehnung ist die zusätzliche Energiedichte durch das entmagnetisierende Feld 0. Für die Richtungen senkrecht dazu ist der Beitrag größer als Null, abhängig von den Dimensionen des Ellipsoids. Im Falle einer dünnen Schicht kann man näherungsweise von einem Ellipsoid ausgehen, das in einer Richtung unendlich dünn ist (in dieser Richtung ist der Entmagnetisierungsfaktor =1) und in den beiden anderen Dimensionen unendlich lang ist (hier ist der Entmagnetisierungsfaktor =0).

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \vec{M} = M \cdot \begin{pmatrix} \sin \vartheta \cos \varphi \\ \sin \vartheta \sin \varphi \\ \cos \vartheta \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

Für die Darstellung der Magnetisierung in Kugelkoordinaten nimmt man an, die z-Achse sei die Achse senkrecht zur Oberfläche der Schicht und der Winkel  $\vartheta$  sei der Winkel zwischen Magnetisierung und z-Achse ( $\vartheta$  ist damit der Polarwinkel); der Azimut  $\varphi$  wird ausgehend von einer leichten Kristallachse wie z.B. der [100]-Richtung in der Probenoberfläche gemessen. Somit ist der Beitrag der Entmagnetisierung zur Energiedichte gegeben durch

$$F_{entmag} = \frac{\mu_0}{2} \cdot N \vec{M} \cdot \vec{M} = \frac{\mu_0}{2} \cdot M^2 \cdot \cos^2(\vartheta) \quad (5.24)$$

Für eine Probe, die dünn ist im Vergleich zu Länge und Breite, bedeutet der Term  $F_{entmag}$ , dass eine Magnetisierung senkrecht zur Oberfläche einem energetischen Maximum entspricht. Der Entmagnetisierungsbeitrag wird 0 für eine Magnetisierung in der Probenoberfläche ( $\vartheta = 90^\circ$ ).

In epitaktisch hergestellten Dünnschichtproben kann es Verspannungen der verschiedenen Schichten durch deren unterschiedliche Gitterkonstanten ge-

ben. Je nach Art dieser Verspannungen kann die Senkrechte zur Probenoberfläche entweder noch schwerer zu magnetisieren sein als durch das entmagnetisierende Feld zu erwarten, oder aber sie wird sogar zur leichten Richtung. Dies berücksichtigt man durch Einführung eines uniaxialen Zusatzparameters  $K_u$  in die Energiedichte:

$$F_{uniaxial} = -K_u \cdot \cos^2(\vartheta) \quad (5.25)$$

Ist dieser Parameter positiv, so wird der uniaxiale Beitrag minimal für  $\vartheta = 0^\circ$  oder  $\vartheta = 180^\circ$ , d.h. in diesem Fall wäre die Senkrechte zur Oberfläche leichter zu magnetisieren als ohne die Verspannungen. Um diese Richtung leichter zu machen als die Kristallrichtungen in der Probenoberfläche muss  $K_u$  das entmagnetisierende Feld kompensieren und somit gelten:  $K_u > \frac{\mu_0}{2} \cdot M^2$ . Im Fall von GaMnAs auf InGaAs-Substrat existiert eine Druckspannung in Wachstumsrichtung, da die Gitterkonstante im Substrat größer ist als in der ferromagnetischen GaMnAs-Schicht und der große Wert von  $K_u$  bewirkt, dass die leichte Richtung der Probe senkrecht zur Schichtebene liegt [51].

Ausgedrückt durch die in (5.23) bereits erwähnten Kugelkoordinaten nach M. Reinwald [49] ergibt sich für die Gesamtenergiedichte  $F_{ges}$  der Ausdruck (5.26). Für die Winkel gelten folgende Bezeichnungen  $\vartheta$ =Winkel zwischen Magnetisierung  $\vec{M}$  und z-Achse (senkrecht zur Schicht-Ebene),  $\vartheta_H$ =Winkel zwischen äußerem Magnetfeld  $\vec{H}$  und der z-Achse,  $\varphi$  und  $\varphi_H$  sind die Winkel von Magnetisierung bzw. äußerem Feld in der x-y-Ebene in Bezug auf die x-Achse gegeben durch die leichte Richtung (in der Regel [100]).

$$\begin{aligned} F_{ges} = & -\mu_0 H \cdot M \cdot (\sin \vartheta \sin \vartheta_H \cos(\varphi - \varphi_H) + \cos \vartheta \cos \vartheta_H) \\ & + \frac{\mu_0}{2} M^2 \cos^2 \vartheta - K_u \cdot \cos^2 \vartheta \\ & + \frac{K_{c1}}{4} (\sin^2(2\vartheta) + \sin^4 \vartheta \sin^2(2\varphi)) + \frac{K_{c2}}{16} \cdot \sin^2(2\vartheta) \sin^2(2\varphi) \end{aligned} \quad (5.26)$$

Während sich das externe Magnetfeld ändert, bilden sich neben dem energetischen Minimum, das der aktuellen Ausrichtung der Magnetisierung entspricht andere Minima aus. Diese sind unter Umständen energetisch tiefer als das

bisher eingenommene Minimum. Um von einem Minimum in das nächste zu gelangen, müsste ein energetisches Maximum überwunden werden, weshalb die Magnetisierung meist im lokalen Minimum verweilt, bis dieses Minimum vollständig verschwindet (sobald aus dem Minimum ein Sattelpunkt wird, springt die Ausrichtung der Magnetisierung). Für einzelne magnetische Momente ist es eventuell möglich, die Potentialbarrieren zu überwinden (oder zu durchtunneln) und somit in ein anderes Minimum zu gelangen. Damit entsteht ein kleiner Bereich mit anderer Magnetisierung als im Rest der Probe - es bildet sich zumindest kurzzeitig eine Domäne aus. Dafür ist allerdings eine gewisse Energiedichte  $\Delta F$  nötig, da Domänenwände gebildet werden müssen. Ist die Energie, die durch den Übergang von einem lokalen Minimum zu einem anderen gewonnen wird, größer als dieser Energiebedarf, so bildet sich die Domäne dauerhaft aus, die den energetisch günstigeren Zustand darstellt. Wenn das Magnetfeld ein wenig weiter wächst, so weitet sich diese Domäne auf Kosten der anderen Domäne(n) praktisch instantan auf die ganze Probe aus und das ganze System verbleibt im neuen Minimum der Energiedichte (dies kann in einer realen Probe dennoch ein gewisses Magnetfeldintervall in Anspruch nehmen, so dass sich eventuell der Sprung der sich aus dem Stoner-Wohlfarth-Modell ergibt bei einer Messung als gradueller Übergang von einem in einen anderen Zustand darstellt - aber im Rahmen des Modells hat die Probe immer eine einheitliche Magnetisierung und keine Domänen). Wird zu wenig oder gar keine Energie gewonnen bildet sich keine neue Domäne. Aufgrund dieser Möglichkeit das lokale Minimum zu verlassen, ergeben sich Stufen in den Hystereseschleifen bereits bei kleineren Feldern als auf Grund der Bildung der Sattelpunkte in der Energiedichte zu erwarten wäre [50].

Die Energiedichte  $\Delta F$  zur Bildung der Domänenwände hängt davon ab, wie die relative Ausrichtung der magnetischen Momente auf beiden Seiten der Wand ist. Bei fast paralleler Ausrichtung ist die Energiedichte minimal ( $\approx 0$ ), wohingegen sie bei antiparalleler Ausrichtung maximal wird. Für die Simulation im Rahmen des Stoner-Wohlfarth-Modells wird deshalb die Energiedichte durch den folgenden Term in Anlehnung an Hrabovsky *et al.* [52] berücksichtigt:

$$\Delta F = \Delta F_0 \cdot (1 - \cos(\xi_n - \xi_{n-1})) \quad (5.27)$$

Bei einem Magnetfeldwert entsprechend Index  $n-1$  sei die Magnetisierung im Raum gemäß  $\xi_{n-1} = (\vartheta_{n-1}, \varphi_{n-1})$  ausgerichtet. Bei einem etwas anderen Magnetfeldwert, entsprechend dem folgenden Index  $n$ , könnte sich eine neue Ausrichtung  $\xi_n = (\vartheta_n, \varphi_n)$  einstellen.  $\xi_n - \xi_{n-1}$  entspricht der Winkeldifferenz im dreidimensionalen Raum. Sprünge der Magnetisierungsausrichtung ergeben sich dann, wenn die Unterschiede der Energiedichten der Minima nach (5.26) größer als die jeweiligen Domänenbildungsenergiedichten  $\Delta F$  sind. Jedes möglich Minimum entspricht dabei auf Grund der unterschiedlichen Winkel einem anderen Wert von  $\Delta F$ .  $\Delta F_0$  ist jedoch eine für eine bestimmte Probe charakteristische Größe (Hrabovsky *et al.* [52] drücken diese durch ein kritisches Magnetfeld  $H_c$  aus:  $\Delta F_0 = H_c \cdot M$ ).

Für die energetischen Minima ist zu beachten, dass dort die Ableitung von (5.26) nach den Winkeln  $\vartheta$  und  $\varphi$  Null ist. Man kann in diesem Fall die Ableitung mit einer beliebigen Zahl  $a$  multiplizieren und erhält trotzdem die gleichen Minima ( $0 \cdot a = 0$ ). Die Anisotropieparameter sind also im Allgemeinen nur bis auf eine Konstante  $a$  bestimmbar. Die Sättigungsmagnetisierung lässt sich jedoch durch eine SQUID-Messung sehr genau bestimmen, so dass damit  $a$  festgelegt ist. Wenn ein Satz empirischer Parameter ( $\tilde{K}_{c1}$ ,  $\tilde{K}_{c2}$ ,  $\tilde{K}_u$ ,  $\tilde{\Delta F}$ ,  $\tilde{M}$ ) bekannt ist, so dass das Stoner-Wohlfahrt-Modell genau die gemessenen Hystereseschleifen beschreibt, so kann durch Festlegung der Sättigungsmagnetisierung auf den gemessenen Wert  $M$  der richtige Parametersatz zur Beschreibung der Probe erhalten werden.  $a$  ist festgelegt durch:  $M = a \cdot \tilde{M}$  und man erhält die endgültigen Anisotropie-Parameter durch:  $K_{ci} = a \cdot \tilde{K}_{ci} \forall i \in \{1, 2\}$ ,  $\Delta F = a \cdot \tilde{\Delta F}$  und  $K_u = \frac{\mu_0}{2} \tilde{M}^2 \cdot (a^2 - 1) + a \cdot \tilde{K}_u$ .

Zur Veranschaulichung des Stoner-Wohlfahrt-Modells sollen an dieser Stelle einige typische Beispiele erläutert werden: Bei Hysteresemessungen an Dünnschichtproben mit leichter Achse in der Probenoberfläche findet man bei einem Magnetfeld senkrecht zur Oberfläche Hystereseschleifen, deren Flächenmittelpunkt nicht bei  $H = 0$  sondern bei endlichem  $H$  liegt. In der Umgebung von  $H = 0$  ist keine Hysterese zu beobachten (siehe Abbildung 5.4 und auch Abbildung 8.3 auf Seite 132). Im Bereich sehr kleiner Felder beobachtet man keine Hysterese sondern lediglich einen linearen Anstieg der Magnetisierung

mit dem Feld. Für starkes positives bzw. negatives Feld ist die Magnetisierung parallel zu  $\vec{H}$  und die Messkurve verläuft flach.

Dies steht im Gegensatz zu Proben mit leichter Richtung senkrecht zur Probenoberfläche in welchem Fall sich die aus Lehrbüchern bekannten Hystereseschleifen ergeben (vergleiche dazu Abbildung 5.4). Wir nehmen an, es sei  $\vartheta_H = 0^\circ$ ,  $\varphi_H = 0^\circ$  und  $K_{c2} = 0$  (höhere Ordnungen der Anisotropie werden vernachlässigt), so dass sich die Gleichungen stark vereinfachen. Es gilt damit:

$$F_{ges} = -\mu_0 H M \cos(\vartheta) + \left(\frac{\mu_0}{2} M^2 - K_u\right) \cdot \cos^2(\vartheta) + \frac{K_{c1}}{4} \cdot (\sin^2(2\vartheta) + \sin^4(\vartheta) \sin^2(2\varphi)) \quad (5.28)$$

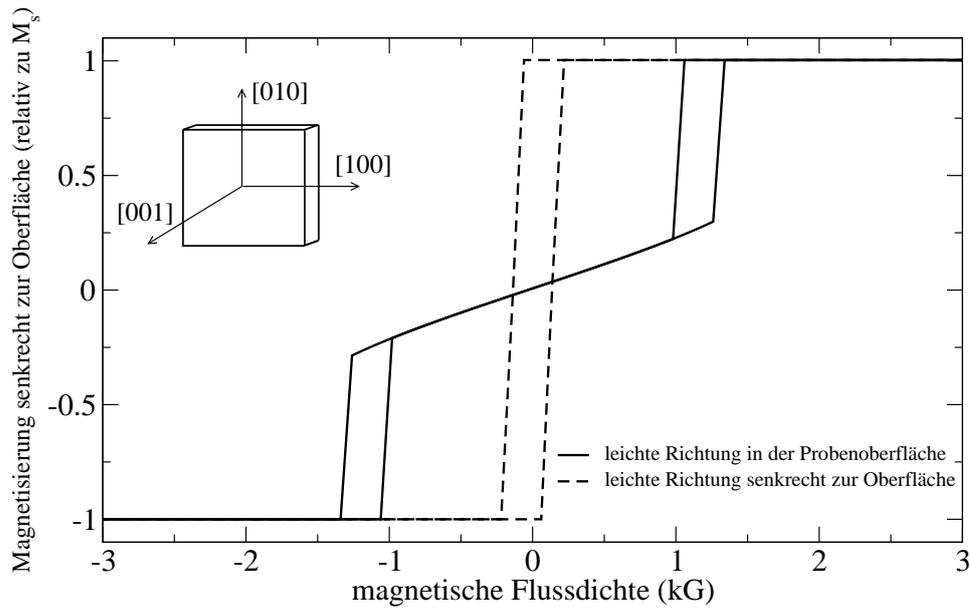


Abbildung 5.4: berechnete Hystereseschleifen von Proben deren leichte Richtung in der Oberfläche liegt bzw. deren leichte Richtung senkrecht zur Oberfläche liegt bei Anlegen eines äußeren Magnetfeldes senkrecht zur Oberfläche; das eingefügte Bild zeigt die Lage der Kristallachsen relativ zur Probenoberfläche

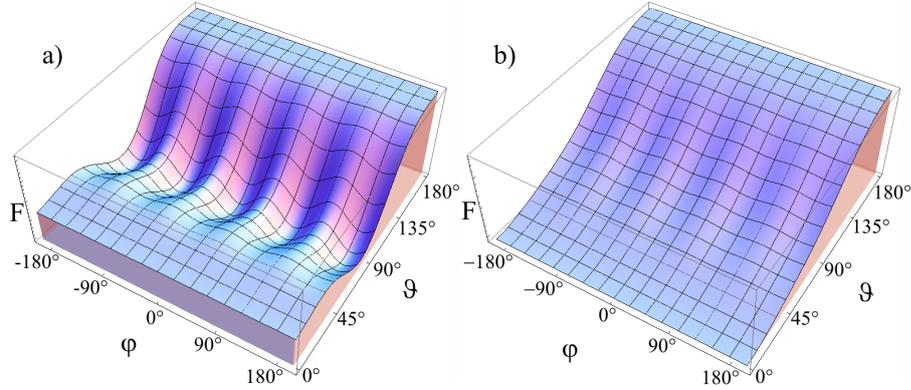


Abbildung 5.5: Energiedichte in Abhängigkeit von den Winkeln  $\vartheta$  und  $\varphi$  der Magnetisierung für eine Probe mit leichter Richtung in der Oberfläche bei a) kleinem Feld und b) großem Feld senkrecht zur Oberfläche (Parameter von GaMnAs-Probe 10529A)

Abbildung 5.5 zeigt die Energiedichte bei zwei unterschiedlich starken Magnetfeldern senkrecht zur Oberfläche einer Probe mit kubischer Kristallsymmetrie und leichter Richtung der Magnetisierung in  $[100]$ -Richtung. Die Probe sei so orientiert, dass die leichten Richtungen in der Oberfläche und senkrecht dazu liegen (siehe symbolische Darstellung in Abbildung 5.4). Man erkennt in Teilbild a) deutlich, dass entlang der  $\varphi$ -Achse mehrere gleich tiefe Minima existieren - in diesem Fall bei einem Winkel  $\vartheta$  von ca.  $90^\circ$  was einer Magnetisierung in der Oberfläche entspricht. Dieses Bild ergibt sich im Prinzip für jedes Feld bis die Minima zu Sattelpunkten werden, es ändert sich lediglich die relative Höhe der Maxima bei  $\vartheta = 0^\circ$  und  $180^\circ$ . Bei großem Feld verschwinden die Minima zu Gunsten eines einzigen Minimums bei  $\vec{M} \parallel \vec{H}$  ( $\vartheta = 0^\circ$ , Teilbild b)). Da alle Kristallrichtungen in der Oberfläche ( $\varphi = 0^\circ, \pm 90^\circ, \pm 180^\circ$ ) energetisch gleichwertig sind, genügt es exemplarisch den Fall  $\varphi = 0^\circ$  zu betrachten:

$$F_{ges} = -\mu_0 H M \cos(\vartheta) + \left(\frac{\mu_0}{2} M^2 - K_u\right) \cdot \cos^2(\vartheta) + \frac{K_{c1}}{4} \sin^2(2\vartheta) \quad (5.29)$$

Für alle Rechnungen in diesem Abschnitt wurden die Anisotropie-Parameter von GaMnAs-Probe 10529A verwendet, wie sie in Tabelle 8.1 auf Seite 131 aufgeführt sind.

Die Energiedichte  $F_{ges}$  ist in Abbildung 5.6 als Funktion des Winkels  $\vartheta$  für verschiedene Werte  $\mu_0 H$  des äußeren Feldes aufgetragen.

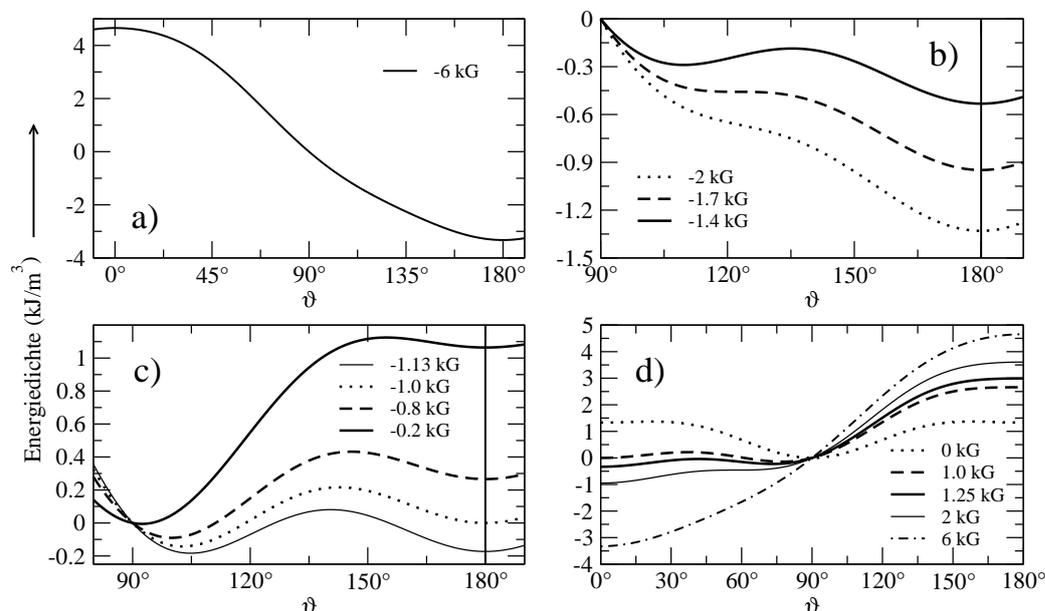


Abbildung 5.6: Energiedichte als Funktion des Winkels  $\vartheta$  zwischen Magnetisierung und positiver Magnetfeldrichtung für verschiedene Magnetfeldstärken für eine Probe mit leichter Richtung in der Probenoberfläche. Die Kurven stellen eine Folge von markanten Positionen aus der Hystereseschleife dar. Die y-Werte für  $B = \pm 6$  kG sind mit zwei zu multiplizieren.

In Teilbild a) erkennt man, dass für große Felder (6 kG) die Energiedichte nur *ein* absolutes Minimum aufweist, nämlich bei einer Einstellung der Magnetisierung parallel zum äußeren Feld ( $H$  ist hier negativ, so dass im Falle  $\vartheta = 180^\circ$   $\vec{M}$  parallel zu  $\vec{H}$  ist).

Teilbild b) zeigt den Magnetfeldbereich, in dem sich gerade ein zusätzliches lokales Minimum ausbildet. Bei -2 kG gibt es nur ein Minimum bei  $\vartheta = 180^\circ$ . Da dieser Winkel genau einer  $\langle 100 \rangle$ -Richtung entspricht, verbleibt dieses Minimum bei verschiedenen Feldern bei diesem Winkel. Steigt das Feld auf ca. -1.7 kG, so bildet sich bei  $\vartheta \approx 120^\circ$  ein Sattelpunkt aus. Steigt das Feld weiter, ergibt sich bei Winkeln kleiner als dieser Wert ein zusätzliches Minimum. Dies ist z.B. bei -1.4 kG bei  $\vartheta \approx 110^\circ$  der Fall. Die Magnetisierung

verharrt bei einem von -2 kG auf -1.4 kG steigenden Feld bei  $\vartheta = 180^\circ$ , da kein energetisch günstigeres Minimum existiert.

In Teilbild c) erkennt man, dass bei -1.13 kG die Minima bei  $\vartheta = 180^\circ$  und  $\approx 105^\circ$  energetisch gleichwertig sind - eine Änderung der Magnetisierungsrichtung würde keinen energetischen Vorteil bringen und  $\vec{M}$  bleibt parallel zu  $\vec{H}$  gerichtet. Erst, wenn der Energiegewinn durch eine Neuausrichtung der Magnetisierung die Grenzenergiedichte  $\Delta F$  für die Domänenbildung übersteigt, springt  $\vec{M}$  in das neue absolute Minimum bei  $\vartheta \approx 100^\circ$ . Dies ist für die GaMnAs-Probe 10529A für  $H = -1$  kG der Fall. Steigt das äußere Feld weiter in Richtung  $H = 0$  an, so wandert die Position des absoluten Minimums kontinuierlich von  $100^\circ$  zu  $90^\circ$ . Dieser letzte Wert entspricht einer Magnetisierung der Probe in der Oberfläche und wird erreicht, wenn das äußere Feld gerade Null ist.

In Teilbild d) erkennt man, dass die Energiedichte bei  $\mu_0 H = 0$  kG symmetrisch zu  $\vartheta = 90^\circ$  ist. Die Einstellungen von  $\vec{M}$  senkrecht zur Probenoberfläche ( $0^\circ$  oder  $180^\circ$ ) entsprechen lokalen Minima, da es sich bei den kristallografischen Achsen um äquivalente leichte Richtungen handelt. Wegen des entmagnetisierenden Feldes und der Verspannung der Epitaxieschichten sind die Einstellungen senkrecht zur Oberfläche aber energetisch viel ungünstiger, als die Einstellung der Magnetisierung in der Oberfläche ( $\vartheta = 90^\circ$ ). Wie man in Teilbild d) sieht, sinkt mit steigendem Feld die Energiedichte des Minimums bei  $\vartheta = 0^\circ$  ab und das Minimum in der Nähe von  $\vartheta = 90^\circ$  wandert zu kleineren Winkeln. Da die Magnetisierung bei  $\mu_0 H = 0$  kG bei  $\vartheta = 90^\circ$  ist, folgt  $\vec{M}$  diesem Minimum vorerst - d.h. die Magnetisierung dreht sich kontinuierlich aus der Oberfläche der Probe heraus. Wenn die Energiedichte des Minimums bei  $\vartheta = 0^\circ$  weit genug abgesunken ist, damit durch einen Sprung der Magnetisierung in diese Position die Energiedichte, die zur Domänenbildung erforderlich ist, kompensiert werden kann, richtet sich  $\vec{M}$  wieder parallel zu  $\vec{H}$  aus (d.h.  $\vartheta = 0^\circ$ ). Da dieses Minimum für noch höhere Felder das absolute Minimum bleibt und sich die Position des Minimums auch nicht mehr ändert, bleibt nach dem Sprung der Magnetisierung der Messwert unverändert. Dies ist in Abbildung 5.4 der Fall für  $\mu_0 H > 1.5$  kG. Die kon-

tinuierliche Änderung der Position des Minimums in der Nähe von  $\vartheta = 90^\circ$  für kleine Felder ergibt die endliche Steigung der Kurve zwischen  $-1$  kG und  $+1$  kG. Es wird auch deutlich, dass es in den Magnetfeldbereichen, in denen zwei energetisch ähnlich tiefe Minima existieren, von der Vorgeschichte abhängt, welches Minimum die Magnetisierung einnimmt und dadurch kommt die Hysterese zu Stande.

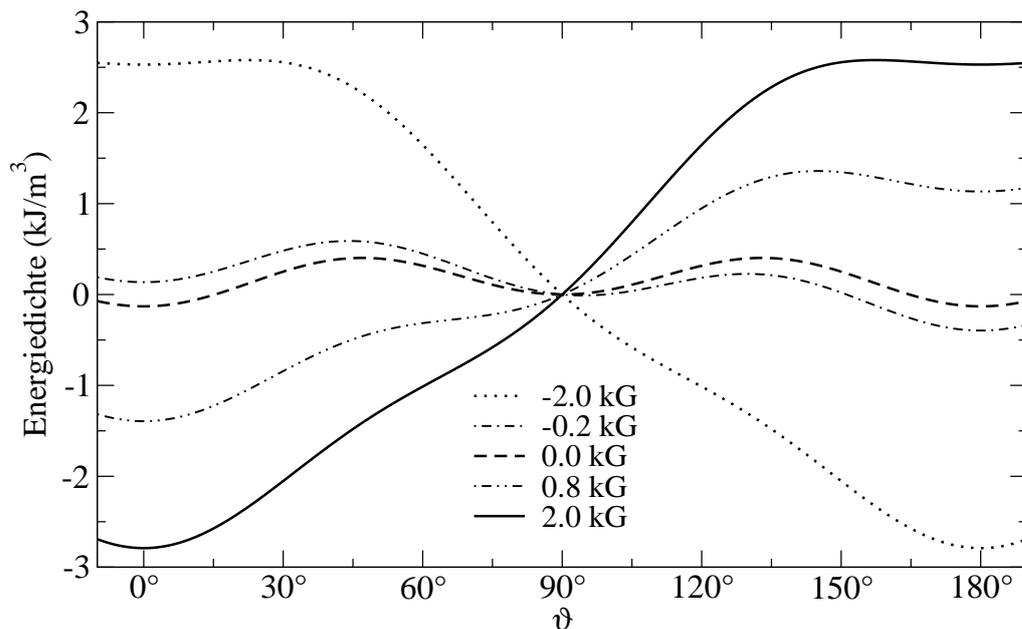


Abbildung 5.7: Energiedichte als Funktion des Winkels  $\vartheta$  zwischen Magnetisierung und positiver Magnetfeldrichtung für verschiedene Magnetfeldstärken für eine Probe mit leichter Richtung senkrecht zur Probenoberfläche

Um eine Probe mit leichter Richtung senkrecht zur Oberfläche zu erhalten, muss lediglich der uniaxiale Beitrag so verändert werden, dass der Beitrag der Entmagnetisierung kompensiert wird. Für Probe 10529A mit einer Sättigungsmagnetisierung von  $13.3 \cdot 10^3 \frac{A}{m}$  bedeutet das, dass  $K_u$  größer als  $0.11 \frac{kJ}{m^3}$  sein muss (weitere Parameter: siehe Seite 131). Im Weiteren soll als Beispiel  $K_u = 0.24 \frac{kJ}{m^3}$  verwendet werden.

In Abbildung 5.7 erkennt man wieder, dass die Energiedichte bei großem äußeren Feld nur ein absolutes Minimum bei einer Magnetisierungseinstellung parallel zum Feld aufweist. Bei stark negativem Feld gilt also  $\vartheta = 180^\circ$ .

Sinkt der Betrag des Feldes ab, so erscheint auch bei  $\vartheta = 90^\circ$  ein lokales Minimum der Energiedichte, da dies einer der Kristallachsen entspricht. Bei  $\mu_0 H = -0.2$  kG ist dieses Minimum aber z.B. noch nicht so tief wie das absolute Minimum. Bei  $\mu_0 H = 0$  kG sind die Einstellungen der Magnetisierung senkrecht zur Oberfläche immer noch energetisch günstiger als die Einstellung in der Oberfläche ( $K_u$  wurde gerade so gewählt). Bei  $-0.2$  kG ist die Energiedichte bei  $\vartheta = 90^\circ$  geringer als bei  $\vartheta = 0^\circ$ . Allerdings ist die Einstellung  $\vartheta = 180^\circ$  energetisch noch günstiger. Das bedeutet, dass wenn sich die Magnetisierung neu ausrichtet, die  $\vartheta = 0^\circ$ -Einstellung übersprungen wird, da sie nie die günstigste Lage darstellt (bei experimentellen Messungen zeigt sich gelegentlich, dass die Magnetisierung für einen kleinen Magnetfeldbereich in der  $\vartheta = 0^\circ$ -Stellung verweilt, bevor nach  $\vartheta = 180^\circ$  gesprungen wird; die Austauschenergie der Domänenwände ist geringer, wenn die angrenzenden Domänen senkrecht zueinander stehende Magnetisierungen enthalten als wenn die Magnetisierungen antiparallel zueinander sind). Dementsprechend verschwindet das Minimum bei  $\vartheta = 90^\circ$  bereits bei kleinen positiven Feldern wieder (in Abbildung 5.7 wäre dies bei Feldern knapp unter 0.8 kG der Fall). Die Stufe in der Hysterese in Abbildung 5.4 tritt bei  $\pm 0.15$  kG auf.

Für den Fall, dass gilt:  $\frac{\mu_0}{2} M_s^2 = K_u$  ergibt sich, dass eine Einstellung der Magnetisierung unter  $45^\circ$  zur Oberfläche bei positivem  $K_{c1}$  eine schwere Richtung darstellt. Ist  $K_{c1}$  negativ, so ist diese Einstellung eine leichte Richtung, was z.B. bei InMnAs der Fall sein kann [53]. Eine genaue Kompensation des entmagnetisierenden Feldes durch die Verspannungen zwischen den Schichten ist unwahrscheinlich, weshalb die leichte Richtung nicht genau unter  $45^\circ$  zur Oberfläche liegen muss. Es zeigt sich außerdem, dass sich die Anisotropieparameter mit der Temperatur ändern und sich deshalb die Form der Hystereseschleifen verändert (siehe Kapitel 8.1 und 10.1 und [51]).

Zum Abschluss dieser Beispielbetrachtung sei noch ein komplizierter Fall erwähnt: Der Verlauf der Energiedichte für verschiedene äußere Felder für den Fall, dass  $\vec{H}$  unter einem endlichen Winkel zur Oberfläche anliegt. Hierbei ergibt sich eine breite Palette an Minima und damit viele Möglichkeiten der Neuausrichtung der Magnetisierung. Es gelten wieder die Anisotropiepara-

meter der GaMnAs-Probe 10529A und es sei z.B.  $\vartheta_H = 45^\circ$  und  $\varphi_H = 45^\circ$ . Dieser Fall ist in Abbildung 5.8 dargestellt - die Minima sind jeweils durch einen Punkt gekennzeichnet.

In Teilbild a) erkennt man in Abwesenheit eines äußeren Feldes die Minima der Energiedichte an den Kristallachsen in der Probenoberfläche ( $\varphi = 0^\circ, \pm 90^\circ$  und  $\pm 180^\circ$  und  $\vartheta = 90^\circ$ ). Wenn das äußere Feld einen kleinen Wert annimmt (Teilbild b)), so werden die Minima, die der Magnetfeldrichtung am nächsten liegen begünstigt - in diesem Fall die Minima bei  $\varphi \approx 0^\circ$  und  $\approx 90^\circ$ . Der Winkel  $\vartheta$  zur Probennormalen bleibt noch nahe  $90^\circ$ . Steigt das Feld weiter an (Teilbild c)), existieren nur noch die beiden Minima bei  $\varphi \approx 0^\circ$  und  $\approx 90^\circ$  und der entsprechende Winkel  $\vartheta$  hat sich bereits merklich von  $90^\circ$  entfernt. Bei großem Feld schließlich (Teilbild d)) ist nur noch ein energetisches Minimum vorhanden, nämlich bei  $\vartheta = 45^\circ$  und  $\varphi = 45^\circ$ , was einer Einstellung parallel zum äußeren Feld entspricht.

Mit Hilfe des Stoner-Wohlfarth-Modells können (im Allgemeinen numerisch) die Einstellungen der Magnetisierung bestimmt werden, die Minima der Energiedichte entsprechen, so dass für jede Messgeometrie und für jedes externe Feld die Position der Magnetisierung berechnet werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit werden vor allem der magnetooptische Kerr-Effekt und der magnetische Zirkulardichroismus zur Messung der magnetischen Eigenschaften verwendet (siehe Kapitel 2). Dabei ist es vom Einfallswinkel des Lichts abhängig, welche Komponente(n) der Magnetisierung man tatsächlich beobachten kann. Der Zusammenhang zwischen den aus dem Stoner-Wohlfarth-Modell bestimmten Komponenten der Magnetisierung und den gemessenen magnetooptischen Effekten wird in Kapitel 7.5 beschrieben.

Zum Abschluss dieses Kapitels soll noch erwähnt werden, dass es neben der vorgestellten Gleichung (5.26) noch andere Möglichkeiten gibt den verschiedenen Beiträgen zur magnetischen Anisotropie Rechnung zu tragen. Insbesondere ist in Halbleitern mit Zink-Blende-Struktur auf Grund der Spin-Bahn-Wechselwirkung nicht jede kubische Achse gleichwertig. Zwar entspricht die Magnetisierung entlang aller  $\langle 100 \rangle$ -Achsen bezüglich der Kristallanisotropie stets der gleichen Energiedichte, jedoch unterscheiden sich die Achsen

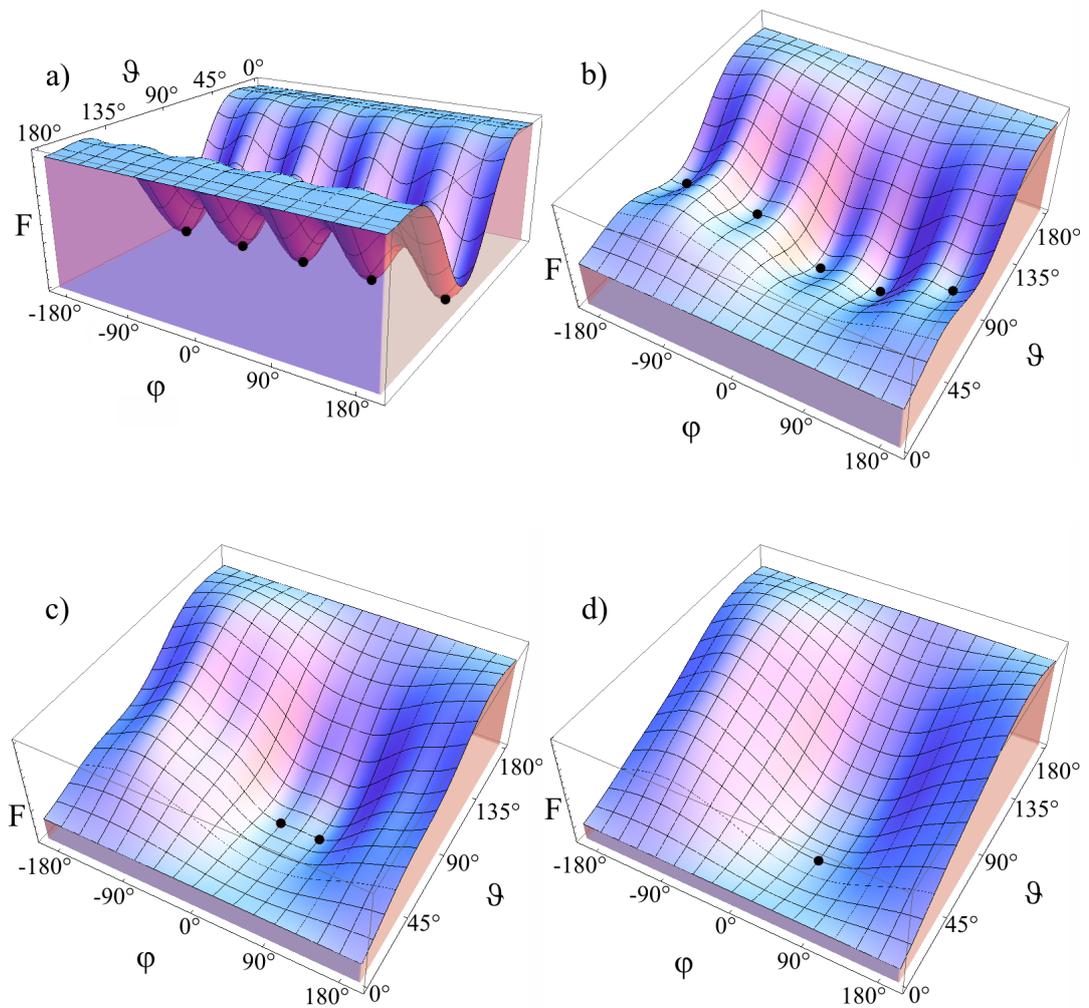


Abbildung 5.8: Energiedichte als Funktion der Magnetisierungseinstellung in Bezug auf die leichte Richtung ( $\varphi$ ) und die Senkrechte zur Probenoberfläche ( $\vartheta$ ) bei einem äußeren Magnetfeld unter  $\vartheta_H = 45^\circ$  und  $\varphi_H = 45^\circ$  für GaMnAs-Probe 10529A; a)  $\mu_0 H = 0$  kG, b)  $\mu_0 H = 0.7$  kG, c)  $\mu_0 H = 2$  kG, d)  $\mu_0 H = 6$  kG

[110] und  $[1\bar{1}0]$  [51]. Dem ließe sich durch einen Faktor  $-K_{2\parallel} \cdot \sin^2 \vartheta \sin^2(\varphi - \frac{\pi}{4})$  Rechnung tragen. Neben der uniaxialen Anisotropie (durch die Verspannungen der Epitaxieschichten) kann man noch höhere Ordnungen der Beiträge senkrecht zur Oberfläche hinzufügen, wie etwa die kubische Anisotropie:  $-\frac{K_{4\parallel}}{2} \cos^4 \vartheta$ . Liu *et al.* [51] haben diese umfangreichere Gleichung der Energiedichte benutzt, um Messungen der ferromagnetischen Resonanz an GaMnAs-Proben zu beschreiben. Für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit magnetooptisch gemessenen Hystereseschleifen ergaben sich dadurch zwar vereinzelt im Detail bessere Anpassungen der Simulation an die Messkurven, durch das Vorhandensein zweier zusätzlicher Anisotropieparameter werden die Ergebnisse aber zunehmend unspezifischer (die Änderung des uniaxialen Parameters kann z.B. durch den kubischen teilweise wieder kompensiert werden, so dass kein eindeutiges Resultat gefunden werden kann). Außerdem konvergieren Simulationsrechnungen aus dem selben Grund numerisch zunehmend schlechter. Es wird deshalb im Weiteren nur noch Gleichung (5.26) verwendet.



# Kapitel 6

## Eigenschaften

### verdünnt-magnetischer Halbleiter

Wie in der Einleitung bereits erwähnt, leitet sich der Begriff “verdünnt-magnetischer Halbleiter” vom englischen Ausdruck “diluted magnetic semiconductor” für einen Halbleiter mit einem gewissen Anteil magnetischer Ionen ab. Ein typisches Modellsystem dafür ist CdMnTe. Der II-VI-Halbleiter CdTe ist diamagnetisch und das Mn tritt im CdMnTe teilweise an die Stelle des Cd. Mn gibt seine beiden 4s Elektronen an das Te ab wie es auch bei Cd geschieht. Im Gegensatz zu Cd ist beim Mn die 3d-Schale nicht vollständig, sondern nur zur Hälfte gefüllt. Der Einbau von Mn bewirkt keine Änderung der Ladungsträgerkonzentration (Cd und Mn stammen aus der Nebengruppe gleicher Periode und haben somit die gleiche Anzahl Valenzelektronen) und das magnetische Moment des Mn ist nur durch den Spin der 3d-Elektronen gegeben. Es gilt  $J = S = \frac{5}{2}$  und das Material verhält sich wie zu erwarten paramagnetisch [54]. Was für CdMnTe gilt, trifft weitgehend unverändert auch auf die meisten anderen II-Mn-VI-Halbleiter zu. CdMnTe kann sehr leicht in guter Qualität durch das Bridgeman-Verfahren hergestellt werden, da Mn mit CdTe in einem großem Konzentrationsbereich eine feste Lösung bildet. Bei großem Mn-Anteil kommt es zunehmend zu antiferromagnetischer Wechselwirkung. II-Mn-VI-Halbleiter sind in seltenen Fällen auch ferromagnetisch [55].

Ähnlich verhält es sich auch für IV-VI-Halbleiter wie etwa PbTe. Diese Systeme haben kleine Bandlücken und eine andere Kristallstruktur (meist NaCl-Struktur). Im Gegensatz zu den II-VI-Halbleitern ist es hier allerdings möglich, durch Einbau von Mn in gewissem Maße die Ladungsträgerdichte zu erhöhen und damit leichter Ferromagnetismus zu erreichen [56]. Die hohe Ladungsträgerkonzentration ist erforderlich, um eine Wechselwirkung zwischen den weit voneinander entfernten magnetischen Momenten der Mn-Atome zu vermitteln. Eine Möglichkeit dafür stellt die RKKY-Wechselwirkung dar (siehe Abschnitt 6.1).

Bei III-V-Halbleitern erzeugt man durch das Einbringen von Mn bereits eine hohe Löcherdichte da die Anzahl der Valenzelektronen von Mn nicht mit der von Elementen der III. Hauptgruppe übereinstimmt. Dementsprechend wurden bereits bald nachdem die ersten III-Mn-V-Halbleiter in guter Qualität hergestellt werden konnten, ferromagnetische Eigenschaften beobachtet [57]. Ein typischer Vertreter der III-Mn-V-Halbleiter ist GaMnAs. Wie das Ga muss auch das Mn drei Elektronen an das As abgeben und es bildet sich  $\text{Mn}^{3+}$ . Die halb gefüllte 3d-Schale stellt aber einen energetisch günstigen Zustand dar, so dass eines der drei abgegebenen Elektronen meist stark an das Mn gebunden bleibt. Dieser Zustand  $\text{Mn}^{3+} + e^-$  verhält sich effektiv wie ein  $\text{Mn}^{2+}$ -Ion mit fünf Elektronen in der 3d-Schale [58]. Das entsprechende Elektron fehlt dem GaAs-Gitter - es verbleibt ein Loch. Nicht alle Mn-Atome werden an Stelle des Ga eingebaut, manche besetzen Zwischengitterplätze und stellen dem Gitter Elektronen zur Verfügung. Der aus dem ersten Prozess entstehende Löcherüberschuß wird also teilweise kompensiert. Insgesamt folgt aus dem Einbau von Mn in GaAs nicht nur der Einbau magnetischer Momente sondern auch eine hohe p-Dotierung. Letztere ist ganz entscheidend für das Auftreten von Ferromagnetismus (siehe Abschnitt 6.1) und es wird versucht diese zu erhöhen. Dies erreicht man z.B. dadurch, dass man die Probe nach der epitaktischen Herstellung tempert, um die Mn-Atome die sich auf Zwischengitterplätze befinden auf reguläre Gitterplätze zu bringen bzw. in die Zwischenschicht zwischen Substrat und ferromagnetischer Schicht (in der Literatur häufig "Buffer" genannt) hinein diffundieren zu lassen. Analoges gilt für alle III-Mn-V-Halbleiter. Im Allgemeinen besteht also

eine gewisse Diskrepanz zwischen der Mn-Dichte  $n_{Mn}$  und der Ladungsträgerdichte  $n_c$ . Das Sarma *et al.* [59] haben sich mit der Situation  $\frac{n_c}{n_{Mn}} \ll 1$  beschäftigt um die Magnetisierung in solchen Systemen zu bestimmen. Die Wechselwirkung zwischen Löchergas und lokalisierten magnetischen Momenten führt dabei dazu, dass die Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung bei  $n_c \approx n_{Mn}$  zwar der Spin-Wellentheorie entspricht, aber  $M$  bei  $\frac{n_c}{n_{Mn}} \ll 1$  bei niedrigen Temperaturen mit der Temperatur schnell absinkt. Ab etwa der halben Curie-Temperatur fällt  $M$  wieder grob  $\propto -T^{\frac{3}{2}}$  ab. Das Sarma *et al.* benutzten zur Beschreibung eine statische Molekularfeld-Theorie (es wurden auch noch andere Theorien getestet, deren Ergebnisse stimmen aber nicht so gut mit den Messungen der vorliegenden Arbeit überein).

$Mn^{2+}$  hat eine voll abgeschlossene Argon-Edelgasschale und fünf Elektronen im 3d-Zustand. Da damit in jedem Subniveau des d-Zustandes genau ein Elektron ist, heben sich die Bahndrehimpulse dieser fünf Elektronen vektoriell gegenseitig auf. Es bleibt lediglich der Spin-Drehimpuls übrig, was die theoretische Beschreibung sehr vereinfacht. Es gilt  $L = 0$  und  $J = S = \frac{5}{2}$  und damit  $g = 2$ .

Durch die hohen Ladungsträgerdichten kann in  $Ga_{1-x}Mn_xAs$  für  $x > 0.02$  Ferromagnetismus entstehen und im Bereich  $0.03 < x < 0.055$  zeigt es sogar metallischen Charakter [60]. Man erreicht Curie-Temperaturen von bis zu 110 K bei  $x \approx 0.053$  [6, 61]. Die Wechselwirkung der Mn-Ionen mit den freien Ladungsträgern kann durch Einbringen anderer Dotierungsatome im System beeinflusst werden (die Wechselwirkung ändert sich mit zunehmender Akzeptorkonzentration und somit auch die Curie-Temperatur).

Bei III-V-Halbleitern ist das Einbringen von magnetischen Ionen wie etwa Mn in merklicher Konzentration nur epitaktisch möglich, da sich sonst leicht Ausscheidungen von Mn bilden [62, 63]. Vor einigen Jahren ist es in der Arbeitsgruppe von Prof. J. K. Furdyna an der University of Notre Dame gelungen, ferromagnetische InMnSb- und InMnAs- Epitaxieschichten in hoher Qualität herzustellen [8, 9]. Erste Untersuchungen zeigten auch, dass die leichte Richtung der InMnSb-Proben senkrecht zur Oberfläche liegt [64]. Bei InMnAs liegt die leichte Richtung bei tiefen Temperaturen unter einem end-

lichen Winkel zur Oberfläche und dreht sich erst mit steigender Temperatur heraus, so dass sie schließlich senkrecht zur Oberfläche liegt [53]. Dies liegt darin begründet, dass sich die Anisotropieparameter mit der Temperatur stark ändern können und somit unterschiedliche Ausrichtungen der Magnetisierung bei  $H=0$  energetisch günstig sein können.

Bei GaMnAs-Proben ist es möglich, in mit Hilfe der Niedertemperatur-Molekularstrahlepitaxie gewachsene dünne Schichten Mn in einem relativ großen Konzentrationsbereich einzubauen (nach Ohno [65] bis etwa 7%). Berechnungen an Hand des Modells der RKKY-Wechselwirkung ergeben gute Übereinstimmung mit den gemessenen magnetischen Eigenschaften [65]. Wegen des breiten Bereichs der möglichen Mn-Konzentrationen und der verschiedenen möglichen Zwischenschichten zwischen Substrat und GaMnAs-Schicht können viele verschiedene Kombinationen der Anisotropieparameter eingestellt werden. Dies führt dazu, dass GaMnAs-Proben mit leichter Richtung in der Oberfläche (“In-Plane-Probe”) und senkrecht zur Oberfläche (“Out-Of-Plane-Probe”) existieren, die deutlich unterschiedliche Hystereseschleifen aufweisen. Wie bereits für InMnAs erwähnt, hängen die relativen Größen der verschiedenen Parameter stark von der Temperatur ab und somit verändert sich abhängig davon die Lage der leichten Richtung. Wenn die Richtung senkrecht zur Oberfläche der  $[001]$ -Richtung entspricht, so sind in der Oberfläche  $[100]$  bzw.  $[010]$  gleichberechtigte leichte Richtungen. Im Gegensatz dazu entsprechen  $[110]$  und  $[\bar{1}\bar{1}0]$  zwei unterschiedlich schweren Richtungen, was auf die speziellen Bindungsverhältnisse im Zink-Blende-Kristall zurückzuführen ist [51]. Die Art der Zwischenschicht zwischen GaMnAs und dem Substrat bestimmt, ob in der Schicht in Wachstumsrichtung Zug- oder Druckkräfte durch die unterschiedlichen Gitterkonstanten herrschen. Die Gitterkonstante von GaMnAs steigt proportional zur Mn-Konzentration. Die Atome in GaMnAs liegen somit weiter auseinander, als die in einer angrenzenden GaAs-Schicht. Dadurch ziehen sich die Elementarzellen in der Ebene parallel zur Grenzfläche zwischen GaMnAs und GaAs zusammen und dehnen sich in Wachstumsrichtung aus. Die Mn-Atome liegen damit in der Ebene näher beisammen, als senkrecht dazu und die Wechselwirkung zwischen ihnen ist in der Ebene stärker. Damit werden die kubischen Kristallachsen parallel zur

Grenzfläche zu leichten Richtungen. Eine InGaAs-Zwischenschicht besitzt eine größere Gitterkonstante als GaMnAs, die Elementarzellen von GaMnAs dehnen sich in der Ebene parallel zur Grenzfläche aus und ziehen sich in Wachstumsrichtung zusammen. Die Mn-Atome liegen damit in der Richtung senkrecht zur Oberfläche näher zusammen und es entsteht eine Out-of-plane-Probe.

In einem Festkörper existieren sehr viele Zustände, die mit Elektronen besetzt werden können. Die energetisch niedrigsten werden zuerst gefüllt, bis alle Elektronen untergebracht sind. Bei intrinsischen Halbleiter-Systemen liegt die Fermi-Energie  $E_F$  bei  $T=0$  innerhalb der Bandlücke. Das Valenzband ist komplett gefüllt, das Leitungsband komplett leer. Optische Absorptionsprozesse können Elektronen vom Valenz- ins Leitungsband befördern, Übergänge innerhalb der Bänder sind nicht möglich. Dotiert man den Halbleiter, so entstehen im Valenzband z.B. Löcher, also Fehlstellen von Elektronen (p-Dotierung). Damit ist das Valenzband nicht mehr ganz mit Elektronen gefüllt und die Fermi-Energie liegt unterhalb der Valenzbandoberkante innerhalb des Valenzbandes. Optische Übergänge zum Leitungsband sind weiterhin möglich, haben aber größere Energie als die Bandlücke. Diesen Effekt nennt man "Moss-Burstein-Shift". Da nun direkt über der Fermi-Energie freie Zustände existieren, sind Übergänge innerhalb des Valenzbandes mit niedrigerer Energie als der Bandlücke möglich. Je höher die Ladungsträgerdichte, desto tiefer im Valenzband liegt  $E_F$  und desto mehr Zustände als Ziel möglicher optischer Intraband-Anregungen sind vorhanden. Auch deren Energie steigt an. Bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten verdünnt-magnetischen Halbleitern sind die Löcherdichten so groß, dass die Fermi-Energie oft mehrere Hundert meV unter der Valenzbandoberkante liegt, was zu deutlichen Verschiebungen von Strukturen in gemessenen Spektren führt. Die normalerweise weit im Infraroten zu findenden Intravalenzbandübergänge erscheinen dann schon bei Wellenlängen von nur wenigen  $\mu\text{m}$ .

## 6.1 RKKY-Wechselwirkung

In ferromagnetischen Metallen wie Eisen oder Nickel kommt es zu einer kollektiven Ausrichtung der magnetischen Momente durch die direkte oder indirekte Wechselwirkung der benachbarten magnetischen Momente. In einem verdünnt-magnetischen Halbleiter sind die magnetischen Momente magnetischer Ionen wie z.B. Mn meistens weit voneinander entfernt, so dass eine direkte Wechselwirkung nicht möglich ist. Die magnetischen Momente koppeln aber an die Spins freier Ladungsträger [66, 67].

C. Zener hat zu Beginn der 1950er Jahre eine einfache Theorie entwickelt, um den Ferro- oder Antiferromagnetismus mancher Übergangsmetalle zu erklären [68]. Es wurde dabei gezeigt, dass die Wechselwirkung der d-Elektronen direkt benachbarter Atome zu einer entgegengesetzten Ausrichtung der Spins d.h. zu Antiferromagnetismus führt. Metalle besitzen aber eine sehr hohe Dichte an freien Ladungsträgern und die Elektronen eines nicht vollständig gefüllten d-Orbitals koppeln stark an diese freien Elektronen. Da die Ladungsträger beweglich sind, können sie eine Kopplung zwischen d-Elektronen verschiedener Atome vermitteln und es zeigt sich, dass sich eine ferromagnetische Ausrichtung ergeben kann. Je nach dem, welche Art des Austausches dominiert (über freie Ladungsträger oder direkt) wird das Metall ferro- oder antiferromagnetisch. Das Zener-Modell wurde bald wieder verworfen, da nicht berücksichtigt wird, dass die Polarisation der freien Ladungsträger nicht in der gesamten Probe konstant ist, sondern stark variiert (es treten vor allem Quanten-Oszillationen der Elektronen-Spin-Polarisation in der Nähe der lokalisierten magnetischen Momente auf) [6].

Einen ähnlichen Ansatz verfolgten Ruderman und Kittel [69] einige Jahre nach Zener: Um zu erklären, warum die Kernspin-Resonanzlinien einiger Metalle ohne Quadrupolmoment unerwartet breit sind, wurde die Ausrichtung zweier Kernspins über die Hyperfeinwechselwirkung vermittelt durch Leitungselektronen vorgeschlagen. Beschrieben wird dies als Doppelstreuung und wird durch Störungsrechnung berücksichtigt. Ein Leitungselektron wird an einem Kernspin gestreut und anschließend an einem zweiten Kernspin

nochmals, so dass es sich danach wieder im ursprünglichen Zustand befindet. Am Elektron hat sich nichts verändert, aber es kann eine Wechselwirkung übertragen werden, die die Spins der Kerne ausrichtet. Falls die Elektrodichte groß genug ist, kann diese Form der Austauschkopplung zwischen Kernspins die Größenordnung der magnetischen Dipolwechselwirkung erreichen. Wenn die Kernspins mehrerer Atome ausgerichtet sind, wirken diese als effektives Feld auf die Leitungselektronen und deren Energie spaltet auf. Energetisch günstiger ist die Einstellung der Spins der freien Ladungsträger parallel zu den Kernspins und es ergibt sich zumindest teilweise eine elektronische Spinpolarisation. Nach Ruderman und Kittel variiert die Stärke der Wechselwirkung der Kernspins mit dem Abstand  $R$  über die freien Elektronen proportional zu  $\cos(k_m \cdot R) \cdot R^{-3}$ , wobei  $k_m$  der größte auftretende Wellenvektor der Elektronen ist.

T. Kasuya betrachtet statt der Kernspins wieder die d-Elektronen [70]. Er nahm an, dass die Wechselwirkung der freien Ladungsträger sowie die Wechselwirkung der d-Elektronen jeweils untereinander vernachlässigbar klein ist. Viel stärker sei dagegen der Austausch zwischen d-Elektronen und freien Ladungsträgern (d.h. Leitungselektronen, da sich auch Kasuya wie Ruderman und Kittel auf Metalle bezieht). Es wird angenommen, dass in einem periodischen Gitter bei gleich ausgerichteten d-Elektronen-Spins für die Leitungselektronen diese Spins ebenfalls als periodisches Gitter erscheinen und damit keine Streuung auftritt. Sind die Spins der d-Elektronen jedoch unterschiedlich eingestellt, so werden Leitungselektronen an diesem unregelmäßigen Gitter gestreut. In erster Ordnung Störungsrechnung ergibt dies einen zusätzlichen Beitrag zum elektrischen Widerstand. In zweiter Ordnung jedoch entspricht diese Streuung einer effektiven Spin-Spin-Wechselwirkung zwischen den d-Elektronen von der typischen Form:  $\sum J \cdot \vec{S} \cdot \vec{s}$  ( $J$ =Wechselwirkungskonstante,  $\vec{s}$ =Elektronenspin,  $\vec{S}$ =ortsfester Spin). Als Vereinfachung wird dabei angenommen, dass Bahndrehimpulse durch das Kristallfeld auf Null reduziert werden ("quenching"). Die Anregungen der d-Elektronenspins breiten sich als Spinwellen aus und gehorchen damit dem bereits in Kapitel 5.3.2 erwähnten  $T^{\frac{3}{2}}$ -Gesetz.

K. Yosida zeigte, dass der s-d-Austausch zwischen d-Elektronen und s-artigen Leitungselektronen nicht nur die Energie, sondern auch die Wellenfunktion der Elektronen merklich verändert [71]. Rechnungen zeigten, dass die Polarisation der Elektronen-Spins nicht weit ausgedehnt ist, sondern vor allem in der Nähe der Atome mit ausgeprägtem d-Elektronenspin (d.h. unvollständig gefüllten d-Orbitalen) lokalisiert ist.

In einer zusammenfassenden Arbeit erklärte J. H. Van Vleck [72] die entscheidenden Unterschiede zwischen den Rechnungen von Zener und Ruderman-Kittel-Kasuya-Yosida und warum letztere Herangehensweise vollständiger ist. In dieser Arbeit wurden auch diese vier Namen in engerem Zusammenhang erwähnt, so dass später für diese Form der Wechselwirkung von lokalisierten magnetischen Momenten über den Umweg über freie Ladungsträger der Begriff RKKY-Wechselwirkung (nach den Anfangsbuchstaben der vier erwähnten Autoren) gebräuchlich wurde.

Die Wechselwirkungsenergie  $E_{RKKY}$  zweier lokalisierter magnetischer Momente  $\vec{I}_n$  und  $\vec{I}_m$  im Abstand  $\vec{r}_{nm}$  ist bei einem Fermi-Wellenvektor der Elektronen von  $\vec{k}_F$  durch (6.1) gegeben:

$$E_{RKKY} = A_{RKKY} \cdot \vec{I}_n \cdot \vec{I}_m \quad (6.1)$$

$$A_{RKKY} \propto \frac{1}{(\vec{r}_{nm})^4} \cdot \left( 2\vec{k}_F \vec{r}_{nm} \cos \left( 2\vec{k}_F \vec{r}_{nm} \right) - \sin \left( 2\vec{k}_F \vec{r}_{nm} \right) \right) \quad (6.2)$$

Ist  $E_{RKKY}$  negativ, so wird die Gesamtenergie abgesenkt und die entsprechende Einstellung der magnetischen Momente stellt den energetisch günstigsten Zustand dar. Das bedeutet, dass für negative Austausch-Konstante  $A_{RKKY}$  eine parallele Einstellung von  $\vec{I}_n$  und  $\vec{I}_m$  bevorzugt wird und für positives  $A_{RKKY}$  eine antiparallele Einstellung. Die Wechselwirkung oszilliert mit steigendem Abstand  $|\vec{r}_{nm}|$  zwischen ferro- und antiferromagnetischem Typ (Friedel-Oszillationen) und nimmt schnell an Stärke ab. Für geringe Abstände ist die Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten ferromagnetisch und bei einer Ladungsträgerdichte von  $n$  ist die absolute Größe von  $A_{RKKY}$  proportional zu  $n^{4/3}$  [22].

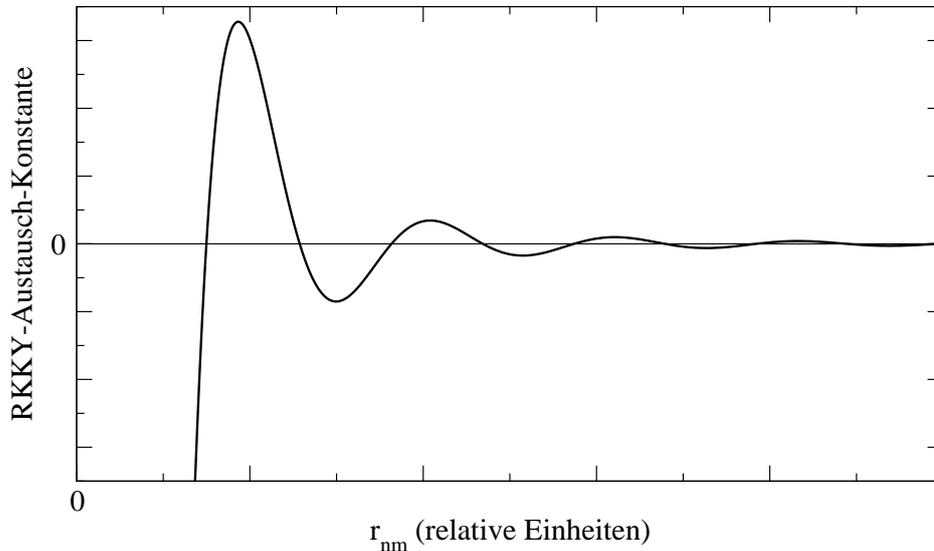


Abbildung 6.1: Austauschkonstante der RKKY-Wechselwirkung in Abhängigkeit vom Abstand der magnetischen Momente  $|\vec{r}_{nm}|$

Für die durch die freien Ladungsträger (d.h. Löcher im Falle der III-Mn-V-Halbleiter) vermittelte Wechselwirkung zwischen magnetischen Momenten ist es unerheblich, ob die Wechselwirkung zwischen den freien Ladungsträgern und den d-Elektronen im Mn ferro- oder antiferromagnetisch ist. Der Abstand der lokalisierten magnetischen Momente ist hier kleiner als der Abstand des ersten Nulldurchgangs in Abbildung 6.1, womit die Wechselwirkung zwischen magnetischen Momenten ferromagnetisch ist [65]. Analog zu Betrachtungen zum Magnetotransport unterscheidet man zwischen lokalisierten und delokalisierten Elektronen. Ist die Ladungsträgerdichte in III-Mn-V-Halbleitern groß genug, sind viele Zustände makroskopisch ausgedehnt, die Löcher können Ladung von einem Ende der Probe zum anderen transportieren und die Probe besitzt metallischen Charakter. Bei zu geringer oder zu großer Ladungsträgerdichte (siehe z.B. GaMnAs, oben) ist die Probe isolierend, da die Ladungsträger in der Nähe der magnetischen Momente (Verunreinigungen) lokalisiert sind. Die Leitfähigkeit ist deshalb zwar gering, die Spin-Polarisation der Ladungsträger reicht aber immer noch aus, um einen Austausch zwischen benachbarten magnetischen Momenten zu vermitteln, da

die Abstände der Mn-Atome geringer sind als die Lokalisierungsreichweite. Somit können sowohl metallische als auch isolierende Proben ferromagnetische Eigenschaften aufweisen.

Obwohl es gelegentlich Zweifel am tatsächlichen Auftreten der RKKY-Wechselwirkung gibt [73], so beschreibt dieser theoretische Ansatz doch eine ganze Reihe von tatsächlich beobachteten Eigenschaften verdünnt-magnetischer Halbleiter gut. Z.B. kann auf Basis dieser Theorie das Verhalten von p-InMnSb bei Messung des anormalen Hall-Effekts und des negativen Magnetowiderstandes erklärt werden [74].

# Kapitel 7

## Experimentelle Vorgehensweise

Um magnetische Eigenschaften eines Halbleiters zu messen, bieten sich magnetooptische Verfahren an, da damit sowohl die Magnetisierung als auch Bandstruktureigenschaften detektierbar sind. Außerdem sind keine Kontakte an der Probe erforderlich und die Messungen verlaufen zerstörungsfrei.

Der bekannteste magnetooptische Effekt ist der von Michael Faraday 1845 entdeckte und nach ihm benannte Faraday-Effekt: Passiert ein linear polarisierter Lichtstrahl ein Medium, welches parallel zur Ausbreitungsrichtung des Strahls magnetisiert ist, so dreht sich dabei die Polarisations Ebene des Lichts. Der analoge Effekt für reflektiertes Licht ist der oben bereits genauer beschriebene magnetooptische Kerr-Effekt (siehe Abschnitt 2).

Messungen mit reflektiertem Licht ermöglichen selektiven Einblick in die Eigenschaften der obersten Probenschicht - der magnetooptische Kerr-Effekt wird z.B. eingesetzt um die Domänen an der Oberfläche eines Ferromagneten sichtbar zu machen. Da die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben dünne Epitaxieschichten sind, ist die Reflexion der Transmission vorzuziehen. Im Falle von Transmissionsmessungen würde auch das verhältnismäßig dicke Substrat zum gemessenen Effekt beitragen und das Ergebnis verfälschen. Außerdem ist das Absorptionsvermögen in der ferromagnetischen Schicht auf Grund der hohen Ladungsträgerdichte meist so groß, dass nur ein sehr kleiner Anteil des Lichts diese passieren kann.

Kerr-Effekt und MCD zeigen nur das makroskopische Verhalten der Probe im Magnetfeld. Die makroskopischen Effekte lassen sich unter großem Aufwand auf mikroskopische Probeneigenschaften zurückführen. Magnetische Effekte beruhen in der Regel auf der Aufspaltung von Energieniveaus im Magnetfeld und zur genauen Bestimmung dieser Aufspaltung ist ein direktes Messverfahren wie etwa die Raman-Spektroskopie oft besser geeignet, da dabei optische Übergänge zwischen aufgespaltenen Niveaus direkt beobachtet werden können. Trotz erheblicher Anstrengungen ist es nicht gelungen, Raman-Signale von Epitaxieschichten aus III-Mn-V-Halbleitern zu beobachten.

## 7.1 Untersuchte Proben

Untersucht wurden im Rahmen dieser Arbeit Epitaxieschichten verdünntmagnetischer III-Mn-V-Halbleiter. Um den Einfluss verschiedener Kationen und Anionen auf die Eigenschaften des Systems zu untersuchen, wurden GaAs- und GaSb- sowie InAs- und InSb-basierende Systeme verglichen. Alle kristallisieren in der Zink-Blende-Struktur (siehe Abbildung 7.1), bei der durch die Bindungen die Nachbaratome eines Atoms jeweils einen Tetraeder bilden. Grundsätzliche Eigenschaften wie Gittertyp, Gitterkonstante oder Bandlücke werden nicht wesentlich dadurch verändert, dass einige Prozent der Kationen durch Mn ersetzt werden.

Die Löslichkeit von Mn in III-V-Halbleitern ist oft gering bzw. bei Mischung der Ausgangsstoffe in einer Schmelze und anschließendem Abkühlen verteilen sich die magnetischen Ionen nicht gleichmäßig [76]. Um definierte Bedingungen bzw. überhaupt ausreichend hohe Mangan-Konzentrationen zu erhalten, wurden die Proben in der Arbeitsgruppe von Prof. J. K. Furdyna an der University of Notre Dame in Notre Dame, Indiana (USA) durch Molekularstrahlepitaxie hergestellt. Durch dieses Verfahren kann eine Probe Schicht für Schicht aufgebaut werden mit einer gleichmäßigen Verteilung der Mn-Ionen im Kristallgitter des Halbleiters. Allerdings können damit nur dünne Schichten aufgewachsen werden. Es verschlechtert sich die Kristallqualität mit zunehmender Dicke, da Material mit hoher Mangan-Konzentration

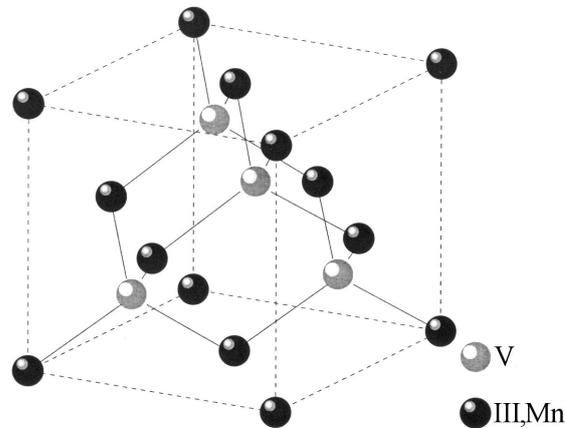


Abbildung 7.1: Darstellung der Kristallstruktur verdünnt-magnetischer Halbleiter vom Zink-Blende-Typ, gebildet aus Elementen der dritten (III) und der fünften (V) Hauptgruppe (aus [75])

nicht im thermischen Gleichgewicht ist. Sämtliche Proben wurden auf der (100)-Oberfläche von 0.5 mm dicken GaAs-Substraten aufgewachsen. Für das Wachstum von Halbleiterkristallen mit einem relativ großen Anteil magnetischer Ionen (feste Lösungen) ist es nötig die Molekularstrahlepitaxie mit einer niedrigen Substrat-Temperatur durchzuführen um gute Kristallqualität zu erzielen [8, 77, 78, 60]. Bei zu hoher Temperatur haben die Mn-Atome zu große thermische Energie und neigen dazu, sich in einer zweiten Phase auszuscheiden. Bei Wachstum der Epischichten bei tiefer Temperatur (LT-Wachstum <sup>1</sup>, entsprechend hergestellte Schichten werden auch durch dieses Kürzel markiert) verteilen sich die Mn-Atome gleichmäßig im Gitter und können die einmal eingenommenen Plätze nicht mehr verlassen. Im Vergleich zu normalem Wachstum entstehen bei LT-Wachstum viele Anionenfehlstellen (viel mehr als z.B. verglichen mit den Fehlstellen durch den Mn-Einbau) [79]. Durch nachträgliches Tempern der Proben können einige der negativen Begleiterscheinungen wieder kompensiert werden.

<sup>1</sup>“tiefe Temperatur” steht in etwa für eine Substrattemperatur von 150-300°C in Gegensatz zum üblichen HT-Wachstum bei meist mehr als 500°C - die konkreten Temperaturen sind stark vom Material abhängig und werden oft variiert um bestimmte Eigenschaften zu optimieren

### 7.1.1 GaMnAs

GaAs ist ein Halbleiter mit großer direkter Bandlücke. Er wird häufig für optoelektronische Bauelemente eingesetzt, da ein Interbandübergang darin leichter möglich ist als im Silizium, welches eine indirekte Bandlücke aufweist. Auch in Transistoren findet GaAs Verwendung, aber bei weitem nicht in dem Ausmaß wie Silizium, da es technisch viel schwieriger ist, isolierende Schichten für die MOS-Technologie zu erzeugen und auch allgemein die Herstellung reinen Siliziums deutlich billiger ist als die von GaAs. GaAs weist bei Temperaturen nahe dem absoluten Nullpunkt einer Bandlücke von 1.519 eV auf (entsprechend einer Lichtwellenlänge von 816 nm). Die Gitterkonstante beträgt  $5.65325 \text{ \AA}$  und der effektive g-Faktor des Leitungsbandes ist -0.44.

Obwohl Arsen sehr giftig ist, hält sich die Giftigkeit von GaAs in Grenzen, da das Arsen meist die Bindung nicht verlässt - allerdings reagiert GaAs unter Umständen mit Wasser und es kann sich der sehr giftige Arsenwasserstoff bilden.

Die GaMnAs-Proben sind auf GaAs-Substrat aufgewachsen. Um die Gitterkonstanten von Substrat und Epischicht anzupassen, wurden Zwischenschichten eingebaut. Dadurch werden Spannungen zwischen den Schichten abgebaut bzw. es lassen sich bestimmte Verspannungen erst erzeugen. Dies führt zu einer zusätzlichen magnetischen Anisotropie (uniaxialer Beitrag in Kapitel 5.4) und es kann deshalb durch Wahl der Art und Dicke der Zwischenschicht(en) eingestellt werden, ob die leichte Richtung der Probe in der Schicht liegt oder senkrecht dazu.

Die grundsätzlichen Eigenschaften von GaMnAs sind bereits lange bekannt [65, 80] und R. Lang hat an den hier untersuchten Proben vor allem im sichtbaren Wellenlängenbereich bereits magnetooptische Untersuchungen durchgeführt [22]. Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist vor allem die Deutung der verschiedenen Formen der Hystereseschleifen im Rahmen des Stoner Wohlfahrt-Modells. Die Daten der verwendeten Proben sind in Tabelle 7.1 zusammengefasst.

Tabelle 7.1: Daten der GaMnAs-Proben aufgebaut aus LT – Ga<sub>1-x</sub>Mn<sub>x</sub>As, Buffer-Schicht und GaAs-Substrat

Probe	$x$ [%]	$d_{GaMnAs}$	Buffer	Typ
10529A	1.4	300 nm	100 nm LT-GaAs	In-Plane
10914A	8	100 nm	2 nm LT-GaAs	In-Plane
00315A	3	300 nm	1000 nm Ga <sub>0.8</sub> In <sub>0.2</sub> As	Out-Of-Plane

Die Probenhersteller haben auch die (Sättigungs-)Magnetisierung der Proben mit Hilfe eines SQUID-Magnetometers gemessen. Für die Probe 10529A ergibt sich dabei ein Wert von  $13.3 \cdot 10^3 \frac{A}{m}$ . Zum Vergleich kann man die Sättigungsmagnetisierung auch aus der Mn-Konzentration berechnen: Es gilt für die molaren Massen:  $M_{Ga} = 69.723 \frac{g}{mol}$  und  $M_{As} = 74.922 \frac{g}{mol} \rightarrow M_{GaAs} = 144.645 \frac{g}{mol}$ . GaAs besitzt eine Dichte von  $\rho_{GaAs} = 5.318 \frac{g}{cm^3}$  und ein geringer Mn-Anteil ändert daran in guter Näherung nichts ( $\rho_{GaMnAs} \approx \rho_{GaAs}$ ). Das ergibt die Anzahl der Ga-Atome pro  $cm^3$ :

$$n_{Ga} = N_{Avogadro} \cdot \frac{\rho_{GaAs}}{M_{GaAs}} \approx 2.214 \cdot 10^{22} cm^{-3} \quad (7.1)$$

Wie in Kapitel 6 dargestellt, besitzt Mn einen effektiven Spin von  $\langle S_z \rangle = \frac{5}{2}$ , einen g-Faktor von 2 und man kann die Sättigungsmagnetisierung nach Formel (5.7) berechnen ( $n_0 = 0.014 \cdot n_{Ga}$  ist die Anzahl der magnetischen Mn-Ionen, d.h. 1.4% der Ga-Atome):

$$M = n_0 \cdot g \cdot \mu_B \cdot \langle S_z \rangle \approx 14.4 \cdot 10^3 \frac{A}{m} \quad (7.2)$$

Dieser Wert liegt nahe am tatsächlich gemessenen Wert. Die Abweichung kann drei Ursachen haben: erstens besteht die Möglichkeit, dass die Konzentrationsangabe nicht genau stimmt (die gemessene Magnetisierung entspricht einem Mangengehalt von 1.3%) oder zweitens: M enthält einen antiferromagnetischen Beitrag, der den Messwert verringert oder drittens: es gibt auch Mn-Ionen, die nicht auf Ga-Plätzen sitzen und damit eine andere Wertigkeit bzw. Elektronenanzahl aufweisen. Damit ist deren magnetisches Moment anders als das der  $Mn^{2+}$ -Ionen.

Bei Probe 00315A beträgt die Sättigungsmagnetisierung ca.  $34 \cdot 10^3 \frac{A}{m}$  [51]. Da die Magnetisierung linear in der Mn-Konzentration ist, liegt der rechnerische Wert bei einem Mangan-Gehalt von 3% bei ca.  $31 \cdot 10^3 \frac{A}{m}$  was wieder einer guten Übereinstimmung entspricht.

Aus der Mangan-Konzentration die Sättigungsmagnetisierung abzuschätzen, falls keine Messungen von  $M$  vorliegen, ist somit offenbar eine gute Näherung und wird auch im Folgenden angewandt werden.

Für Probe 10529A beträgt die gemessene Ladungsträgerdichte  $p \approx 8.7 \cdot 10^{19} cm^{-3}$ . Derartige Messungen erfolgen mit Hilfe des Hall-Effekts, der in Ferromagneten allerdings vom anormalen Hall-Effekt überlagert wird, so dass die erhaltenen Ergebnisse meist größere Unsicherheiten beinhalten.

### 7.1.2 GaMnSb

Antimon steht im Periodensystem eine Periode unter Arsen und verhält sich somit im Allgemeinen ähnlich zu diesem, hat aber einen größeren Ionenradius. Damit hat der Halbleiter GaSb verglichen mit GaAs eine größere Gitterkonstante ( $6.09593 \text{ \AA}$ ) und eine kleinere Bandlücke von  $0.813 \text{ eV}$  (entsprechend einer Lichtwellenlänge von  $1525 \text{ nm}$ ). Grundsätzlich ist auch in GaMnSb Ferromagnetismus möglich, allerdings sind die Curie-Temperaturen geringer als bei GaMnAs [65]. Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten und in Tabelle 7.2 aufgeführten Proben unterscheiden sich auf Grund der verwendeten Buffer-Schichten: zwei Proben wurden auf einem GaSb- und AlSb-Buffer aufgewachsen, was zu einer Zugspannung in Wachstumsrichtung in der Probe führt. Damit sind diese Proben In-Plane-Proben und die gemessenen Hystereseschleifen sind relativ schmal bzw. weisen die typischen teilweise seitlich versetzten Hystereseschleifen auf. Eine dritte Probe wurde auf ZnTe-Buffer (Gitterkonstante= $6.103 \text{ \AA}$ ) aufgewachsen und die entstehende Druckspannung in Wachstumsrichtung führt zu Out-Of-Plane-Verhalten (siehe auch [81]). Bei Probe 70314B koppelt nur ein kleiner Anteil der Mn-Ionen ferromagnetisch und es ist nur unterhalb von  $3 \text{ K}$  eine sehr schmale Hysterese zu beobachten (siehe Abschnitt 9). Alle Proben wurde auf  $0.5 \text{ mm}$  dickem

GaAs-Substrat aufgewachsen und die ungefähre Mn-Konzentration liegt bei 2% (entspricht dem beim Wachstum eingestellten Fluss an Atomen - ob dieser Anteil tatsächlich homogen in die Epitaxieschicht eingebaut wurde, ist nicht bekannt). Zur Ladungsträgerdichte in diesen Proben liegen kaum Daten vor - Messungen des Hall-Effekts liefern zumindest für Probe 70314B einen Wert von ca.  $p \approx 1 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ .

Tabelle 7.2: Daten der GaMnSb-Proben aufgebaut aus LT –  $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Sb}$ , GaSb, Buffer-Schicht und GaAs-Substrat, es gilt stets  $x=2\%$

Probe	$d_{\text{GaMnSb}}$	$d_{\text{GaSb}}$	$d_{\text{Buffer}}$ , Material
21104C	110 nm	2 $\mu\text{m}$	200 nm, AlSb
21105C	45 nm	3 nm	3 $\mu\text{m}$ , ZnTe
70314B	50 nm	400 nm	100 nm, AlSb

### 7.1.3 InMnAs

Im Vergleich zu Ga ist das In-Atom im Periodensystem eine Periode weiter unten. Damit ist die Gitterkonstante von InAs (6.0583 Å) wie bereits beim GaSb größer als bei GaAs und die Bandlücke ist kleiner: 0.415 eV (entsprechend einer Lichtwellenlänge von 2988 nm). InMnAs war neben GaMnAs das erste verdünnt-magnetische Halbleitersystem, an dem Ferromagnetismus beobachtet wurde [57].

Tabelle 7.3: Daten der InMnAs-Proben mit Aufbau: LT –  $\text{In}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ , verschiedene Buffer, AlSb, GaAs-Substrat; Ladungsträgerdichte nach Hall-Effekt-Messungen des Proben-Herstellers

Probe	$x[\%]$	$p[10^{19} \text{ cm}^{-3}]$	$d_{\text{InMnAs}}$	$d_{\text{Buffer}}$	$d_{\text{AlSb}}$
30116A	6	2.03	12.5 nm	700 nm (GaSb)	60 nm
30116D	6	1.82	15 nm	700 nm (GaSb)	60 nm
61129B	9	8	18 nm	InAs und InSb	300 nm

Auch hier ist ein Wachstum bei niedrigen Substrattemperaturen nötig. Besteht der Buffer dabei aus InAs, so entsteht auf Grund einer Anhäufung von Mn entlang bestimmter Kristallachsen eine starke In-Plane-Anisotropie. Wird GaSb als Buffer verwendet, so wächst das InMnAs nicht gleichmäßig sondern als immer größer werdende Inseln und es kann keine langreichweitige Ordnung entstehen - d.h. die Probe ist magnetisch isotrop [82]. Bei Wachstum von InMnAs mit Hilfe der "Metall-Organic-Vapour-Phase-Epitaxy" lagert sich Mn stark bevorzugt entlang bestimmter Kristallrichtungen an und die entstehenden Ketten von Mn können stark wechselwirken, was zu stark anisotroper ferromagnetischer Ordnung bis  $T=330$  K führt [76, 82]. Homogen verteiltes Mn in InAs erhält man somit nur bei epitaktischem Wachstum bei niedrigen Substrat-Temperaturen.

Die Daten der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten InMnAs-Proben finden sich in Tabelle 7.3. Bei Probe 30116D befindet sich innerhalb der 15 nm InMnAs eine 1.5 nm dicke Schicht aus InAs. Bei Probe 61129B ist die Dicke der Puffer-Schichten InAs und InSb nicht bekannt.

#### 7.1.4 InMnSb

Da wiederum Antimon größer als Arsen ist, ist die Gitterkonstante von InSb ( $6.479 \text{ \AA}$ ) noch größer als die von InAs. Von allen III-V-Halbleitern weist InSb die kleinste Bandlücke von 0.235 eV auf ([8], entsprechend einer Lichtwellenlänge von 5276 nm). Neben der kleinsten Bandlücke hat InSb vor allem die höchste Beweglichkeit der Elektronen aller III-V-Halbleiter und außerdem einen sehr hohen effektiven g-Faktor des Leitungsbandes, von betragsmäßig über 50. Auf Grund der hohen Elektronenbeweglichkeit findet InSb Anwendung in der Hochfrequenzelektronik zur Herstellung von Transistoren.

Alle InMnSb-Schichten, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden, sind 230 nm dick und wurden wie alle anderen Proben auch auf der (100)-Oberfläche von 0.5 mm dickem GaAs-Substrat aufgewachsen. Die ersten beiden Proben in Tabelle 7.4 wurden in der Arbeitsgruppe von Prof. J. K.

Furdyna von Prof. T. Wojtowicz hergestellt, die dritte und vierte Probe von Prof. X. Liu.

Tabelle 7.4: Probendaten der InMnSb-Proben aufgebaut aus  $\text{In}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Sb}$ , LT-InSb-Buffer, zweitem Buffer und GaAs-Substrat

Probe	x[%]	$d_{\text{Buffer}}$	zweiter Buffer
20910C	2.8	100 nm	HT-InSb, AlSb
20918B	2.0	100 nm	3.94 $\mu\text{m}$ CdTe
70424A	1.5	180 nm	3.94 $\mu\text{m}$ CdTe
70403A	0	180 nm	3.94 $\mu\text{m}$ CdTe

Die Vergleichsprobe 70403A besitzt den exakt gleichen Schichtaufbau wie Probe 70424A, lediglich wurde kein Mn eingebaut. Die Ladungsträgerdichte beträgt in den ersten beiden Proben  $p \approx 2.1 \cdot 10^{20} \text{cm}^{-3}$  (nach [8], bestimmt aus Hall-Effekt-Messungen). Für die Probe 70424A hat der Hersteller eine Ladungsträgerdichte von  $p \approx 1.5 \cdot 10^{20} \text{cm}^{-3}$  gemessen, was sich gut mit der angegebenen Mn-Konzentrationen deckt. Im Gegensatz dazu zeigt die Vergleichsprobe 70403A lediglich  $p \approx 2.8 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ .

Für Probe 70424A liegen SQUID-Messungen bei kleinen Feldern vor, bei denen die Sättigung allerdings noch nicht erreicht wird. Vergleicht man diese mit magnetooptischen Messungen bis hin zu hohen Feldern, kann abgeschätzt werden, dass die Sättigungsmagnetisierung wieder dem Wert entspricht, der sich ergibt, wenn (5.7) angewendet wird (d.h.  $M \approx 10.6 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}$  aus der Messung abgeschätzt,  $M = 10.2 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}$  aus der Mn-Konzentration berechnet).

Im Gegensatz zu GaMnAs und InMnAs ist es bei InMnSb nur eingeschränkt möglich den Mangan-Gehalt zu variieren. Bei  $x < 1.5\%$  existiert kein Ferromagnetismus mehr und bei  $x > 3\%$  verschlechtert sich die Kristallqualität zunehmend, so dass keine homogenen Proben mehr entstehen. Deshalb sind die Ladungsträgerdichten, die Fermi-Energien und die spektralen Abhängigkeiten bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten InMnSb-Proben sehr ähnlich.

## 7.2 Messaufbau

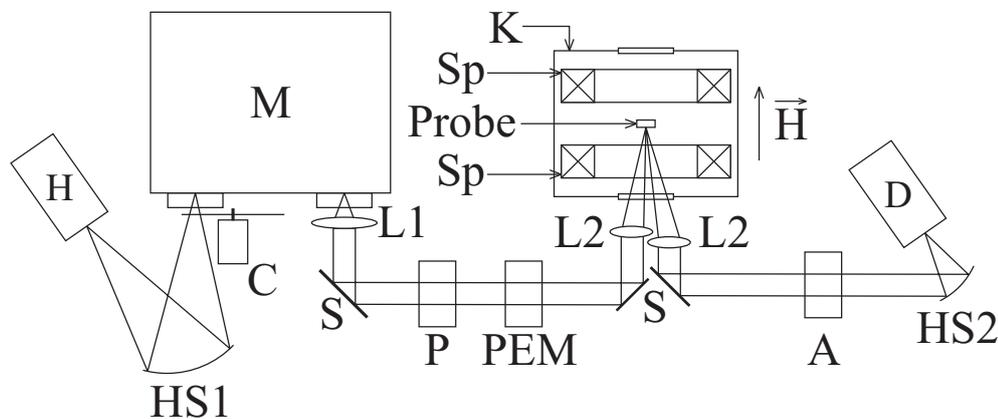


Abbildung 7.2: Experimenteller Aufbau zur Messung von magnetooptischem Kerr-Effekt und magnetischem Zirkulardichroismus bei kleinem Einfallswinkel (nähere Beschreibung: siehe Text)

Abbildung 7.2 zeigt den Messaufbau zur Bestimmung des magnetooptischen Kerr-Effekts bzw. des magnetischen Zirkulardichroismus (MCD). Als Lichtquelle diente für die verschiedenen Messungen wahlweise ein Laser, eine Halogenlampe (H) oder ein Globar. Bei den letzten beiden wurde ein Gitter-Monochromator (M) verwendet, um eine bestimmte Wellenlänge zu selektieren. Da die gemessenen Effekte meist nur sehr geringe Amplitude aufweisen, ist für eine genaue Messung ein empfindliches Messverfahren nötig. Ein Photoelastischer Modulator (PEM) verändert hierzu periodisch den Polarisationszustand des einfallenden Lichtstrahls: ursprünglich horizontal polarisiertes Licht (sichergestellt durch den Polarisator P) wird periodisch zwischen horizontaler und vertikaler Polarisation hin und her geschaltet (genauere Beschreibung: siehe Kapitel 7.4). Die Probe verändert den Polarisationszustand ein wenig und anschließend passiert das Licht einen Linear-Polarisator unter  $45^\circ$  zur Polarisation vor dem PEM (A=Analysator). Wenn die Probe den Polarisationszustand des Lichts nicht ändert, so ist die Projektion des elektrischen Feldes auf die Achse des Polarisators stets gleich groß. Ein Detektor (D) misst dabei ein konstantes Signal, was sich aus der Tatsache ergibt, dass sich

zirkular polarisiertes Licht durch einen Polarisator nicht auslöschen lässt und die linear polarisierten Komponenten immer die gleiche Projektion auf die Polarisatorachse aufweisen. Dreht die Probe die Polarisationssebene, so sind die Projektionen des elektrischen Feldvektors für vertikale und horizontale Anteile nicht mehr gleich und im Detektorsignal ergibt sich eine Modulation mit der doppelten Frequenz des PEM. Genau diese Signalkomponente kann mit Hilfe eines Lock-In-Verstärkers gemessen werden. Ein zweiter Lock-In-Verstärker hat als Referenz die Frequenz eines Choppers (C), der den Lichtstrahl in regelmäßigen Abständen vollständig abblockt. Somit erhält man die Intensität des Lichts, was vor allem bei Änderung der Wellenlänge wichtig ist, wenn z.B. die Amplitude eines magnetooptischen Effekts in Abhängigkeit von  $\lambda$  gemessen werden soll. Um auf dem gesamten Lichtweg die Divergenz des Lichtstrahls gering zu halten und um auf Probe und Detektor möglichst große Intensität zu erhalten, wird das Licht mittels Hohlspiegeln (HS1 und HS2) und Linsen (L1 und L2) parallel gehalten bzw. fokussiert (mit S werden Planspiegel aus Aluminium bezeichnet). Entgegen der Prinzipdarstellung des Messaufbaus in Abbildung 7.2 wurden die Winkel zwischen einfallendem und reflektiertem Stahl an den Spiegeln so klein wie möglich gehalten, damit sich auf Grund der Fresnelschen Formeln der Polarisationszustand des Lichts bei der Reflexion möglichst wenig ändert. Zur Messung des MCD schaltet der PEM zwischen links- und rechts-zirkular polarisiertem Licht hin und her und der Analysator wird aus dem Lichtweg entfernt.

Verläuft der Lichtstrahl im Magnetfeld parallel zu diesem, so spricht man aus historischen Gründen entsprechend dem Faraday-Effekt von einer "Faraday-Geometrie". Ist das Magnetfeld senkrecht zum Lichtstrahl, so wird dies analog dazu auch als "Voigt-Geometrie" bezeichnet.

Sämtliche Messungen fanden in verschiedenen Helium-Bad-Kryostaten (K) statt. Die darin verwendeten Spulen (Sp) bestehen aus dem Typ II-Supraleiter  $NbTi$  und erzeugen eine magnetische Flussdichte von bis zu 7 T. Als Stromquelle diente eine unipolare Konstantstromquelle, die einen Strom von 80-90 A liefern kann, der je nach Spule für das Nennfeld erforderlich ist. Im Stromkreis befindet sich neben der Stromquelle und der supraleitenden Spule

ein Präzisionswiderstand mit einem Wert von  $1 \text{ m}\Omega$ . Über den Spannungsabfall an diesem Widerstand kann der Strom im Spulenstromkreis gemessen werden. Schließlich befinden sich noch in Reihe geschaltet zu den bereits erwähnten Bauelementen mehrere Dioden in Durchlassrichtung. Diese sind notwendig, um den Spulenstrom verringern zu können. Ohne Dioden ließe sich der Strom nach dem Induktionsgesetz  $U = -L\dot{I}$  bzw.  $\dot{I} = -\frac{U}{L}$  gleichmäßig erhöhen (die Spannung hier ist die Selbstinduktionsspannung, die nach der Lenzschen Regel der angelegten Spannung entgegen gerichtet ist - daher das negative Vorzeichen). Um den Strom wieder zu erniedrigen müsste man die Spannung umpolen was mit dem vorhandenen Netzteil nicht möglich ist. Der Strom würde in einem Supraleiter praktisch konstant bleiben. Da die Zuleitungskabel endlichen Widerstand besitzen, würde in Wirklichkeit der Strom exponentiell mit großer Zeitkonstante abfallen, was aber bei Messungen unerwünscht ist. Die Dioden verändern nur wenig am Ablauf wenn der Strom ansteigt - es fällt lediglich eine zusätzliche Spannung an ihnen ab, die mit dem Strom exponentiell zunimmt, so dass eine ständige Korrektur der Spannung der Stromquelle erforderlich ist um eine konstante Induktionsspannung an der Spule zu erhalten. Ab der Kniespannung der Dioden jedoch ist die Spannung, die an ihnen abfällt, fast unabhängig vom Strom der fließt, nämlich hier in Summe ca. 4 V. Möchte man den Strom in der Spule konstant halten, so stellt man die Spannung an der Stromquelle auf genau diesen Wert ein, an der Spule fällt keine Spannung mehr ab und der Strom bleibt konstant. Stellt man bei hohem Stromfluss die Spannung unter diesen Wert ein (z.B. auf 2 V), so fallen auf Grund der Dioden-Kennlinie und des hohen Stroms momentan immer noch ca. 4 V an den Dioden ab, aber auf Grund der Maschenregel müssen an der Spule damit -2 V abfallen. Die Induktionsspannung ändert also ihr Vorzeichen und der Strom sinkt mit konstanter Rate ab. Auch hier muss wegen der nichtlinearen Kennlinie der Dioden die Spannung am Netzteil (vor allem bei kleinem Strom) stets nachgeregelt werden. Durch diese Schaltung ist es möglich mit konstanter Induktionsspannung an der Spule den Spulenstrom zu erhöhen oder abzusenken ohne dabei die Spannung der Stromquelle umpolen zu müssen.

Supraleitungsmagneten mit großer Flussdichte werden häufig so eingesetzt,

dass die Flussdichte auf ihren Nennwert eingestellt wird und dann für lange Zeit unverändert bleibt. Um den Energieverbrauch gering zu halten und den Stromfluss ohne Regelaufwand zu erhalten, existiert im Kryostaten ein supraleitender Überbrückungsdraht zum Kurzschließen der Spule. Ohne weitere Vorkehrungen würde bei Anlegen einer Spannung an die Spule der gesamte Strom durch die Überbrückung fließen, weshalb anfangs die Überbrückung geheizt wird, so dass sie normalleitend wird. Ist das Nennfeld erreicht, so wird die Heizung abgeschaltet und man kann die Stromversorgung abklemmen, da der gesamte Spulenstrom in der supraleitenden Schleife aus Spule und Überbrückung gleich bleibt. Will man die Hystereseschleife eines Ferromagneten messen, dann lässt man das Feld nicht konstant sondern es wird ständig variiert. In diesem Fall hält man den Überbrückungsdraht normalleitend und es ergibt sich durch die Stromänderung in der Spule an dieser ein Spannungsabfall. Durch den parallel zur Spule liegenden Draht fließt somit ein kleiner Strom. Bleibt der Strom konstant, so gibt es keine Induktionsspannung und es fließt der gesamte Strom durch die Spule, da der normalleitende Draht im Vergleich zur Spule einen unendlichen hohen Widerstand aufweist. Durch den  $1\text{ m}\Omega$ -Widerstand im Stromkreis misst man stets die Summe aus Spulenstrom und Strom durch den Überbrückungsdraht. Beim Hochfahren des Spulenstroms ergibt sich ein positiver Strom durch die Überbrückung - man misst also einen höheren Strom als tatsächlich durch die Spule fließt. Beim Absenken des Spulenstroms fließt zwar immer noch ein positiver Strom durch die Spule aber auf Grund der negativen Induktionsspannung ein negativer Strom durch die Überbrückung - man misst also einen geringeren Strom als tatsächlich durch die Spule fließt. Diese künstliche Hysterese durch den Magneten selbst ist abhängig von der Geschwindigkeit mit der der Strom in der Spule geändert wird und muss bei der Auswertung von Messungen berücksichtigt werden.

Die Temperatur im Probenraum kann variiert werden. Für Messungen bei Temperaturen von  $2.1\text{ K}$  oder weniger wird der Probenraum mit flüssigem Helium gefüllt und eine Pumpe erniedrigt den Druck darüber. Dadurch verdampft etwas Helium und der Rest kühlt sich ab. Damit erreicht man in den hier verwendeten Kryostaten Temperaturen hinunter bis zu etwa  $1.4\text{ K}$ .

Dabei geht aber viel Helium verloren. Lässt man durch eine Kapillare stets ein wenig Helium aus dem Heliumtank in dem sich die Spule befindet und der gleichzeitig als Vorratsbehälter dient nachfließen, so können bei moderatem Verbrauch Temperaturen von ca. 1.7 K lange aufrecht erhalten werden. Die Menge an nachströmendem Helium und die Größe des Drucks über dem Helium bestimmen, welche Temperatur vorliegt. Fließt zu viel Helium nach, so übersteigt die Temperatur den Lambda-Punkt und das Helium beginnt unter Blasenbildung zu siedeln (im suprafluiden Zustand unterhalb von 2.1 K ist die Wärmeleitung von Helium so groß, dass die Flüssigkeit nur an der Oberfläche siedet und sich keine Blasen bilden). Im Bereich zwischen 2.1 K und 4.2 K ist damit nur schwer eine optische Messung möglich, da durch die Blasen zu viel Licht gestreut wird. Durch Heizen mittels eines elektrischen Widerstandes im Probenraum lassen sich Temperaturen oberhalb von 4.2 K einstellen. Um die weitere Kühlung der Probe zu gewährleisten, fließt dabei ein konstant hoher He-Gasstrom an der Probe vorbei und mittels Einstellung von Durchflussmenge an He-Gas und Heizstrom kann die gewünschte Temperatur im Probenraum konstant gehalten werden.

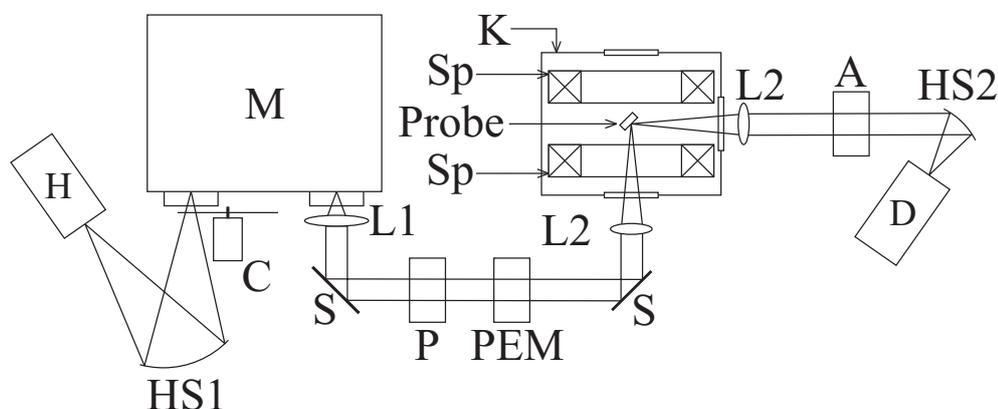


Abbildung 7.3: Experimenteller Aufbau zur Messung des Kerr-Effekts bei einem Einfallswinkel von  $45^\circ$  und einem Magnetfeld unter  $45^\circ$  zur Oberfläche

Die in Abbildung 7.2 dargestellte Messanordnung dient dazu, Kerr-Effekt oder MCD bei sehr kleinem Einfallswinkel zu messen. Auf Grund der Entfernung zwischen der Probe und dem äußeren Kryostatenfenster und dessen

Durchmesser sind Einfallswinkel von bis zu  $6^\circ$  möglich. Für Messungen zum longitudinalen Kerr-Effekt sind größere Einfallswinkel nötig und es wurde hierzu ein anderer Kryostat verwendet, bei dem keine Spulen eingebaut sind, so dass die Entfernung zwischen Fenster und Probe geringer ist. Als Magnet diente dabei ein Elektromagnet mit einer wassergekühlten Kupfer-Spule. Damit sind Einfallswinkel bis ca.  $11.5^\circ$  möglich. Im Kryostaten mit supraleitenden Spulen ist es noch möglich die Probe unter  $45^\circ$  zum Feld zu stellen und somit auch einen Einfallswinkel von  $45^\circ$  einzustellen. In Abbildung 7.3 ist die entsprechende Anordnung dargestellt. Es ist auch möglich die Probe um  $-90^\circ$  zu drehen, so dass das Licht von links einfällt und vorne wieder aus dem Kryostaten austritt.

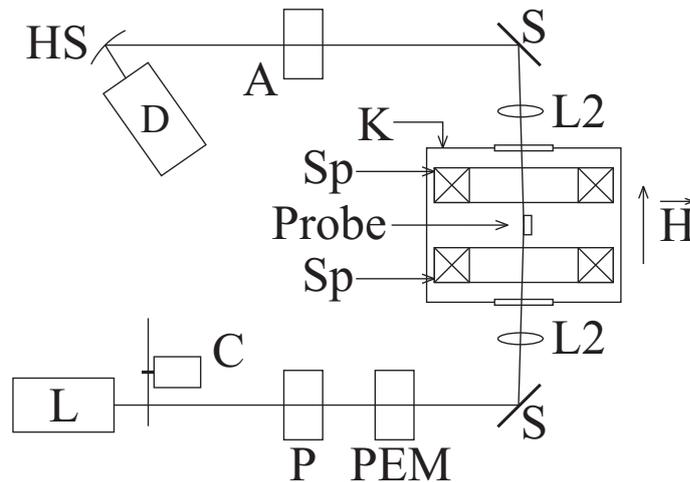


Abbildung 7.4: Experimenteller Aufbau zur Messung des Kerr-Effekts bei streifendem Lichteinfall und einem Magnetfeld parallel zur Probenoberfläche

Abbildung 7.4 zeigt den Aufbau zur Messung magnetooptischer Effekte bei streifendem Lichteinfall. Praktisch ist hierbei ein Einfallswinkel von ca.  $85^\circ$  realisierbar. Ein Lichtbündel mit großem Durchmesser würde die Probe nur teilweise treffen - auf Grund des großen Einfallswinkels ist die schräge Schnittfläche des Strahls auf der Probe größer als die Probe selbst und es geht Licht an der Probe vorbei. Die Linse hinter dem Kryostaten würde auch dieses Licht einfangen und der Detektor würde viel durch den PEM moduliertes Licht detektieren, das keine Information von der Probe trägt - das Signal-

Rausch-Verhältnis wäre schlecht. Deshalb ist die Messung mit streifendem Einfall in aller Regel nur mit einem Laser (L) als Lichtquelle sinnvoll, der auch bei kleinem Strahldurchmesser ausreichend hohe Intensität bei einer festgelegten Wellenlänge aufweist.

Es wurden zwei Typen von Experimenten durchgeführt: i) Messung der Magnetfeldabhängigkeit von Kerr-Drehung und MCD bei fester Lichtwellenlänge. Hierbei beobachtet man Hystereseschleifen, also erhält man Informationen über die Magnetisierung der Probe im äußeren Feld. ii) Messung der Wellenlängenabhängigkeit von Kerr-Drehung und MCD bei festem Magnetfeld. Oft wird dabei das Feld so hoch gewählt, dass die Magnetisierung gesättigt ist. Bei diesen Experimenten erhält man vor allem Informationen über die Bandstruktur des untersuchten Materials. Bei diesen Experimenten zeigt sich, dass die Messapparatur selbst mehrere Effekte zeigt, die sowohl von der Wellenlänge als auch vom Magnetfeld abhängen.

Die Proben befanden sich bei den Messungen meistens in einem Kryostaten mit supraleitender Magnetspule und  $BaF_2$ -Fenstern. Das Feld des Magneten durchsetzt zum Teil auch die Fenster, welche einen schwachen Faraday-Effekt und zum Teil auch Spannungs-Doppelbrechung aufweisen. Dieser zusätzliche Beitrag nimmt zwar bei großen Wellenlängen schnell ab, fällt aber in der Regel bei empfindlichen magnetooptischen Messungen auf und beeinflusst somit die Messwerte. Durch Bestimmung des Faraday-Effekts an den Fenstern allein zeigt sich, dass dieser Beitrag linear im Magnetfeld ist (siehe Abbildung 7.5; die Drehung der Polarisationssebene durch die Kryostatenfenster bei Messung in Faraday-Geometrie wird im weiteren als "Fensterdrehung" bezeichnet). Die Teilabbildung oben rechts in Abbildung 7.5 verdeutlicht, dass in Voigt-Geometrie kein Beitrag zu magnetooptischen Messungen durch die Kryostatenfenster auftritt. Bei verschiedenen Messzyklen ist der absolute Betrag der Fensterdrehung leicht unterschiedlich groß, die Wellenlängenabhängigkeit bleibt jedoch erhalten. Es reicht deshalb bei Messungen, die längere Zeit auseinander liegen, jeweils nur die Beiträge der Fenster bei einigen wenigen Wellenlängen exemplarisch erneut zu bestimmen. Die in Abbildung 7.5 angegebene Formel für die Steigung der Fensterdrehung ist lediglich em-

pirisch bestimmt und stellt eine gute Näherung an die tatsächlichen Verhältnisse dar. Bei der Messung des magnetooptischen Kerr-Effekts durchquert der Lichtstrahl nur ein Fenster, dieses aber zweimal in entgegengesetzter Richtung. Da sich magnetooptische Effekte bei Umkehrung des Lichtweges addieren und nicht auslöschen, entspricht die Fensterdrehung beim Faraday-Effekt genau der Fensterdrehung beim Kerr-Effekt.

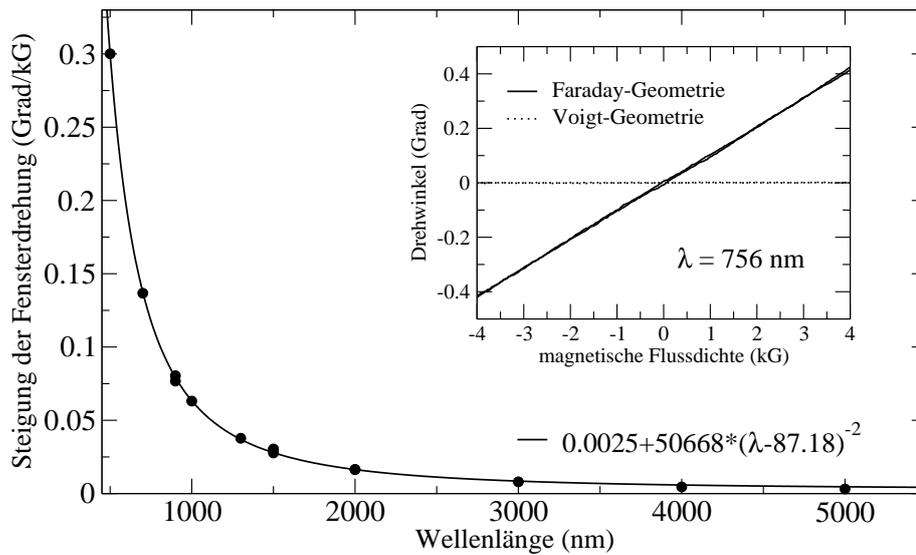


Abbildung 7.5: Faraday-Effekt der Kryostatenfenster bei 1.6 K, die angegebene Funktion ist das Ergebnis einer Anpassungsrechnung an die gemessenen Steigungen (zwischen 15 und 53 kG); das Teilbild zeigt den Effekt bei Messung in Faraday- bzw. Voigt-Geometrie in Abhängigkeit vom äußeren Feld

Neben den Fenstern an sich tragen auch alle anderen optischen Komponenten und auch die Luft zwischen der Lichtquelle und dem Detektor bis zu einem gewissen Grad zum resultierenden Messsignal bei. Diese Beiträge sind nicht vom Magnetfeld abhängig und im Wesentlichen durch Absorptionen bei charakteristischen Energien bestimmt.

Abbildung 7.6 zeigt eine Registrierung des magnetooptischen Kerr-Effekts an reinem InSb ohne äußeres Magnetfeld ( $H=0$ ) mit dem beschriebenen Messaufbau. Damit tragen die Fenster in diesem Fall nicht zum Signal bei. Deutlich zu sehen sind die Absorptionslinien von  $H_2O$  (bei 2552 nm) und

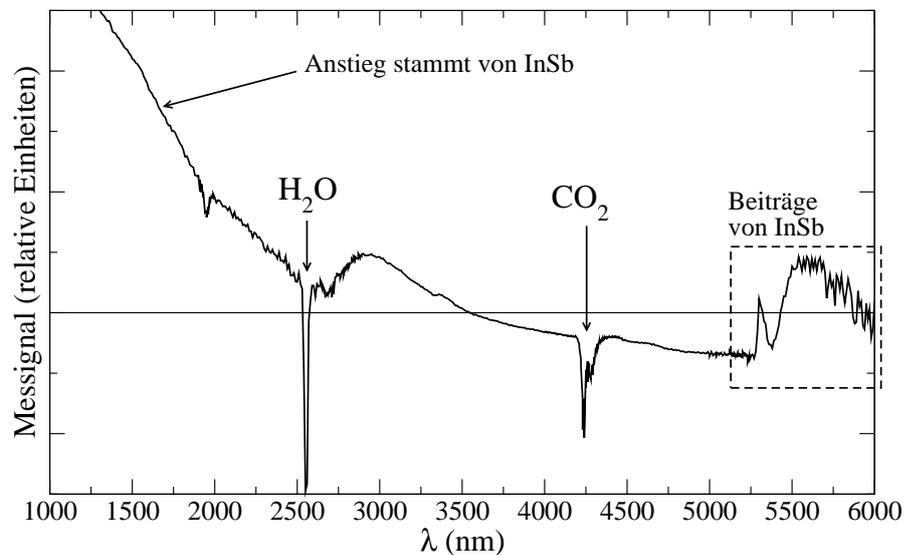


Abbildung 7.6: Messsignal entsprechend dem Kerr-Effekt an InSb ohne äußeres Magnetfeld

$CO_2$  (bei 4237 nm und 4281 nm) und eine nicht näher identifizierte Absorption bei 1950 nm. Diese Absorptionen sind so stark, dass sie auch durch die gleichzeitige Messung des Referenzsignals nicht komplett ausgeschaltet werden können. Die Bandkantenabsorption von InSb ist bei 5291 nm zu erkennen und die Strukturen oberhalb davon stammen auch von InSb. Die Struktur bei ca. 3000 nm in Abbildung 7.6 tritt bei allen Kerr-Effekt-Messungen an allen Proben als Untergrund auf. Der starke Anstieg unterhalb von 2500 nm erfolgt bei jeder Materialsorte bei einer anderen Wellenlänge. InSb besitzt eine kleine Bandlücke und besagter Anstieg tritt bei noch relativ großen Wellenlängen auf. Bei Proben mit großer Bandlücke wie etwa GaAs würde man diesen Anstieg erst im Bereich der UV-Strahlung beobachten und er ist deshalb in dem hier verwendeten Messaufbau nicht zu sehen.

Ferromagneten zeigen bei ausreichend hohem Magnetfeld eine deutliche Sättigung der Magnetisierung. Der Sättigungswert bleibt betragsmäßig gleich, ändert aber bei Umkehrung der Magnetfeldrichtung sein Vorzeichen. Messungen bei hohem positiven und negativen Magnetfeld weisen als Untergrund stets das in Abbildung 7.6 dargestellte Spektrum auf, die tatsächlichen mag-

netooptischen Beiträge ändern aber das Vorzeichen. Somit kann durch Subtraktion der Spektren bei negativem Feld von denjenigen bei positivem Feld geteilt durch zwei der alleinige Beitrag der Probe ermittelt werden. Dies wurde für alle Auswertungen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt.

Bei Messung des MCD tritt nur bei Wellenlängen unter 1000 nm und bei sehr großen Magnetfeldern ein merklicher Effekt durch die Kryostatenfenster oder optische Komponenten auf (die Absorption in der Luft ist weiterhin vorhanden). In aller Regel ist dieser Beitrag zu vernachlässigen.

### 7.3 Jones-Vektoren und -Matrizen

Um verschiedene Polarisationszustände eines Lichtstrahls darstellen zu können bedient man sich so genannter Jones-Vektoren. Optische Elemente, die den Polarisationszustand verändern, werden durch Jones-Matrizen repräsentiert. (Diese Vorgehensweise wurde in Kapitel 2.2 bereits verwendet, um die Einzelkomponenten des reflektierten Lichts für den Kerr-Effekt herzuleiten.)

Ein Jones-Vektor besitzt zwei Komponenten, die die relativen elektrischen Feldstärken in horizontaler und vertikaler Richtung und deren relative Phasenverschiebung wiedergeben, weshalb die Einträge üblicherweise komplex sind. Z.B. entspricht horizontal linear polarisiertes Licht dem Vektor  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ , ein Linearpolarisator mit einem Winkel  $\alpha$  zwischen der Polarisations Ebene des Polarisators und der Vertikalen wird durch folgende Matrix beschrieben

$$P = \begin{pmatrix} \cos^2(\alpha) & \sin(\alpha)\cos(\alpha) \\ \sin(\alpha)\cos(\alpha) & \sin^2(\alpha) \end{pmatrix} \quad (7.3)$$

Unpolarisiertes Licht entspricht dem Vektor  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  und links-zirkular polarisiertes Licht entspricht  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ .

Eine optische Anordnung die die Polarisation eines Lichtstrahls verändert

wird durch eine Matrixmultiplikation der einzelnen Jones-Matrizen mit dem Jones-Vektor des eingehenden Lichtstrahls beschrieben. Die Intensität die ein Detektor am Ende dieser Anordnung messen würde, erhält man durch Bildung des Betragsquadrates des resultierenden Jones-Vektors. Aus diesem Grund ist es stets möglich einen Jones-Vektor mit einem auf Eins normierten Phasenfaktor zu multiplizieren, ohne dass sich dadurch das Ergebnis ändert.

Wir nehmen z.B. unpolarisiertes Licht  $V_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  an und wenden darauf einen horizontalen Linearpolarisator  $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  an:  $V_{ges} = P \cdot V_i =$

$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}$ . Die Intensität des unpolarisierten Strahls ist 1, die Intensität nach

dem Polarisator entspricht nur noch  $\frac{1}{2}$  - die Intensität ist auf die Hälfte gefallen, da eine Polarisationskomponente verloren geht. Man hätte ebenso mit

$V_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot i$  rechnen können und das Ergebnis wäre identisch gewesen.

Im Falle von Verzögerungsplatten tritt eine Phasenverschiebung zwischen horizontaler und vertikaler Polarisationskomponente auf. Eine  $\frac{\lambda}{4}$ -Platte deren optische Achse unter  $45^\circ$  zur Horizontalen liegt wird durch die Jones-Matrix

$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$  beschrieben und man sieht sofort, dass damit horizontal polarisiertes Licht in links-zirkular polarisiertes Licht umgewandelt wird.

## 7.4 Der Photoelastische Modulator (PEM)

Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete Photoelastische Modulator besteht aus einem  $CaF_2$ -Kristall, der durch piezoelektrische Aktoren zu periodischen Schwingungen mit einer festen Frequenz von  $f_{PEM} = 57.2$  kHz (Periode  $\tau = 1/f_{PEM}$ ) angeregt wird. Durch Spannungs-Doppelbrechung ergibt sich somit eine zeitabhängige Phasenverschiebung zwischen senkrecht zueinander polarisierten Teilbündeln des transmittierten Lichts. In Bezug auf die

optische Achse gilt für den PEM die Jones-Matrix:

$$P(t) = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

mit der maximalen Phasenverschiebung  $\delta$  (siehe z.B. [83]). Der PEM kann im  $\frac{\lambda}{2}$ -Betrieb arbeiten, in dem zwischen zwei linear polarisierten Zuständen periodisch umgeschaltet wird (siehe Tabelle 7.5) und im  $\frac{\lambda}{4}$ -Betrieb, in dem zwischen zwei zirkular polarisierten Zuständen periodisch umgeschaltet wird (siehe Tabelle 7.6). Im ersten Fall gilt:  $\delta = \pi$  und im zweiten  $\delta = \frac{\pi}{2}$ . Die optische Achse des hier verwendeten PEMs liegt unter  $45^\circ$  zur Horizontalen, was durch eine Drehmatrix  $R_{45} = \begin{pmatrix} \cos(\pi/4) & -\sin(\pi/4) \\ \sin(\pi/4) & \cos(\pi/4) \end{pmatrix}$  berücksichtigt wird und für den PEM im Laborsystem gilt damit

$$P'(t) = R_{45} \cdot P(t) \cdot R_{45}^{-1} \quad (7.5)$$

Tabelle 7.5: Polarisationszustände eines eingangs horizontal linear polarisierten Lichtstrahls nach Durchgang durch einen PEM im  $\frac{\lambda}{2}$ -Betrieb in Abhängigkeit von der Zeit

$t$	$0$	$\frac{\tau}{6}$	$\frac{\tau}{4}$	$\frac{\tau}{3}$	$\frac{\tau}{2}$
Jones-Vektor	$\begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$	$-\begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}$
Polarisation	vertikal	links-zirkular	horizontal	rechts-zirkular	vertikal

Wie in Tabelle 7.5 zu sehen ist, verändert sich im  $\frac{\lambda}{2}$ -Betrieb der Polarisationszustand des ursprünglich horizontal polarisierten Lichts im Laufe einer Periode von vertikaler Polarisation (um  $\frac{\pi}{2}$  zum Eingangsstrahl phasenverschoben, was aber für die Messung unerheblich ist) über links-zirkular polarisiertes Licht hin zu horizontal polarisiertem Licht bei einem Viertel der Periode. Danach geht die Polarisation über einen rechts-zirkular polarisiertem Zwischenzustand zurück zu vertikaler Polarisation. Zwischen  $\frac{\tau}{2}$  und  $\tau$  ist die Amplitude des elektrischen Feldes genau entgegengesetzt zur Amplitude zwischen  $0$  und  $\frac{\tau}{2}$ , was für die Polarisation aber ohne Bedeutung ist, da man

Tabelle 7.6: Polarisationszustände eines eingangs horizontal linear polarisierten Lichtstrahls nach Durchgang durch einen PEM im  $\frac{\lambda}{4}$ -Betrieb in Abhängigkeit von der Zeit

$t$	$0$	$\frac{\tau}{4}$	$\frac{\tau}{2}$	$\frac{3\tau}{4}$
Jones-Vektor	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{i} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -\mathbf{i} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
Polarisation	links-zirkular	horizontal	rechts-zirkular	horizontal

nur die Intensität d.h. das Betragsquadrat messen kann. Es zeigt sich also, dass die Polarisation mit der doppelten Periode des PEM zwischen den beiden linearen Zuständen oszilliert und somit bewirkt ein Effekt, der sich nur auf linear polarisiertes Licht auswirkt im Messsignal eine Oszillation mit der Frequenz  $2 \cdot f_{PEM}$ .

Bei  $\frac{\lambda}{4}$ -Betrieb ergibt sich ein periodischer Wechsel der Polarisation von ursprünglich horizontal polarisiertem Licht, wie in Tabelle 7.6 dargestellt, zwischen links- und rechts-zirkular polarisiertem Licht mit der ursprünglichen Polarisation als Zwischenzustand, wenn die Schwingung des PEM gerade ihren Nulldurchgang hat und keine Phasenverschiebung auftritt. Die lineare Polarisation tritt hierbei mit der doppelten Frequenz wie die zirkuläre Polarisation auf.

Zwischen den Zeitpunkten, die in den Tabellen 7.5 und 7.6 aufgeführt sind, herrscht jeweils eine Linearkombination der angrenzenden Zustände vor. Für Messungen mit dem PEM benötigt man zur Signalaufbereitung einen Lock-In-Verstärker um das Signal zu erhalten, das in Phase zur Modulation durch den PEM ist. Im  $\frac{\lambda}{4}$ -Betrieb kann man Effekte messen, die von zirkularer Polarisation beeinflusst werden. Dazu erhält der Lock-In-Verstärker ein Referenzsignal mit  $f_{PEM}$ . Da die lineare Polarisation mit  $2 \cdot f_{PEM}$  oszilliert, erscheinen davon hervorgerufene Signalanteile nicht mehr im Lock-In-Signal. Im  $\frac{\lambda}{2}$ -Betrieb oszilliert die lineare Polarisation mit einer Frequenz von  $2 \cdot f_{PEM}$  und man kann Effekte auf linear polarisiertes Licht mit einem Lock-In-Verstärker aus dem Signal herausfiltern. Es entsteht bei Betrachtung von Tabelle 7.5 der

Eindruck, dass auch die zirkulare Polarisation analog zur linearen oszilliert. Dieser Eindruck täuscht: Zwar ist das Licht nach dem PEM bei  $t = \frac{\tau}{6}, \frac{2\tau}{6}, \frac{4\tau}{6}$  und  $\frac{5\tau}{6}$  vollständig zirkular polarisiert, bei  $t = 0$  und  $\frac{3\tau}{6}$  aber nicht, so dass die Modulation keiner reinen Sinus-Schwingung folgt. Es treten auch höher Ordnungen im Signal auf. Unter den verschiedenen Schwingungsfrequenzen befindet sich jedoch kein Beitrag mit  $2 \cdot f_{PEM}$ , was bedeutet, dass man bei dieser Frequenz nur Beiträge der linearen Polarisation beobachtet.

## 7.5 Auswertungsverfahren

Wie im vorangegangenen Kapitel gesehen, kann man magnetooptische Effekte, die sich auf den Polarisationszustand eines Lichtstrahls auswirken mit Hilfe eines PEM messen. Der Kerr-Effekt bewirkt eine Drehung der Polarisationssebene von linear polarisiertem Licht. Um diese Drehung im Messsignal zu sehen, stellt man zwischen Probe und Detektor einen Polarisator, der unter  $45^\circ$  zur Horizontalen steht. Im  $\frac{\lambda}{2}$ -Betrieb ergeben alle Polarisierungen des Lichtstrahls nach dem PEM die gleiche Signalintensität nach Durchlaufen des Polarisators. Dreht sich aber durch Einwirkung der Probe die Polarisationssebene des Lichts, so ändert sich die Projektion des elektrischen Feldvektors auf die Achse des Polarisators periodisch, da die lineare Polarisation durch den PEM mit  $2 \cdot f_{PEM}$  moduliert wird. Mit Hilfe eines Lock-In-Verstärkers dessen Referenz ebenfalls durch die doppelte Frequenz des PEM gegeben ist kann somit die Drehung der Polarisationssebene gemessen werden. Lässt die Probe den Polarisationszustand des Lichts unverändert, so ist der gemessene Effekt gleich Null. Das Messverfahren entspricht damit einer Differenzmessung und ermöglicht Messungen selbst von kleinsten Drehwinkeln bis etwa  $0.005^\circ$ . Im Weiteren soll der Lock-In mit der Referenz  $2 \cdot f_{PEM}$  bzw. dessen Signal als Differenz-Lock-In oder kurz DLI bezeichnet werden.

Zur quantitativen Auswertung des detektierten Signals ist neben dem DLI noch ein zweiter Lock-In-Verstärker von Nöten, der die Intensität des Lichts bestimmt (Summen-Lock-In bzw. kurz SLI genannt). Zu diesem Zweck wird das Licht mit Hilfe eines Choppers periodisch unterbrochen und damit mit

einem Rechteck-Signal moduliert, dessen Frequenz deutlich geringer ist als  $f_{PEM}$  (typischerweise zwischen 50 und 100 Hz). Der SLI erhält eben dieses Rechteck-Signal als Referenz. Um Intensitätsschwankungen während der Messung aus dem gemessenen Signal herauszurechnen wird stets der Quotient aus den beiden Lock-In-Signalen aufgezeichnet (analog zu den anderen Quotienten-Lock-In bzw. QLI genannt, obwohl es sich nicht um ein physisches Messsignal sondern nur um einen mathematisch bestimmten Quotienten handelt).

Die optischen Komponenten werden im Folgenden durch deren Jones-Matrizen beschrieben (siehe Kapitel 7.3). Der Analysator ist nichts anderes als ein um  $45^\circ$  gedrehter Polarisator, also gilt:  $A = R_{45} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot R_{45}^{-1}$ . Wenn man als Ausgangspunkt horizontal polarisiertes Licht, beschrieben durch den Jones-Vektor  $E_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ , annimmt und die Drehmatrix der Probe mit  $D$  bezeichnet wird (siehe (2.22)), so misst der Detektor Licht der Intensität

$$I(t) = \frac{1}{Z_0} \cdot V^*(t) \cdot V(t); V(t) = A \cdot D \cdot P'(t) \cdot E_0 \quad (7.6)$$

mit dem Wellenwiderstand des Vakuums  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \approx 377\Omega$  (fällt durch die Quotientenbildung am Ende wieder heraus).

Die Signale, die die beiden Lock-In-Verstärker messen, können wie folgt berechnet werden:

$$SLI = \frac{1}{T} \cdot \int_0^{T/2} I(t) \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T}\right) dt \quad (7.7)$$

mit der Chopperperiode  $T$  (dies ist die typische Funktion eines Lock-In-Verstärkers, es wurde lediglich das Signal für die zweite Hälfte der Periode Null gesetzt; im Allgemeinen würde hier als Integrationsgrenze die Zeitkonstante des Lock-In-Verstärkers stehen, es wird allerdings angenommen, dass diese sehr viel größer ist als die Periode des Referenzsignals und es ergibt sich das gleiche Ergebnis, wenn lediglich über eine Periode integriert wird;

obwohl der Lock-In ein rechteckiges Referenzsignal erhält, wird intern trotzdem ein Sinus-Signal verwendet). Analog gilt für den DLI zur Messung des Kerr-Effekts:

$$DLI_{Kerr} = \frac{1}{2 \cdot \tau} \cdot \int_0^{\tau} I(t) \cdot \sin \left( 4 \cdot \pi \cdot \frac{t}{\tau} - \frac{\pi}{2} \right) dt \quad (7.8)$$

und damit  $QLI = \frac{DLI}{SLI}$ . Wie im Kapitel 7.4 beschrieben, moduliert der PEM die lineare Polarisation des Lichts mit  $2 \cdot f_{PEM}$  (daher  $4 \cdot \pi$  im Argument des Sinus) und außerdem beginnt das Signal mit linearer Polarisation, so dass ein Effekt bei  $t=0$  mit maximalen Signal beginnen sollte, weshalb im Sinus die Phasenverschiebung von  $\frac{\pi}{2}$  erforderlich wird. Ist die obere Grenze  $\tau$ , so integriert man zwar über eine PEM-Periode aber über zwei Perioden der Polarisationsmodulation. Das ändert am eigentlichen Wert nichts, da ebenso durch die Dauer  $\tau$  zweier Perioden dividiert wird. Der Faktor  $\frac{1}{2}$  vor dem Integral ergibt sich aus der Tatsache, dass der Chopper während der Hälfte der Zeit den Lichtstrahl abdeckt.

$$DLI_{MCD} = \frac{1}{2 \cdot \tau} \cdot \int_0^{\tau} I(t) \cdot \cos \left( 2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{\tau} \right) dt \quad (7.9)$$

Wenn der Analysator entfernt wird und der PEM im  $\frac{\lambda}{4}$ -Betrieb läuft, so kann, wie in Abschnitt 7.4 beschrieben, der magnetische Zirkulardichroismus gemessen werden. Wiederum stellt der QLI den Quotienten aus der Differenz der Reflexion für rechts- und links-zirkular polarisiertes Licht durch die Summe der Intensitäten (gemessen mit dem SLI) dar. In der Formel des DLI steht bei  $\frac{\lambda}{4}$ -Betrieb des PEM im Integral  $2 \cdot \pi$  statt  $4 \cdot \pi$ . Außerdem entfällt natürlich der Term A des Analysators in der Formel für  $V(t)$  bzw.  $I(t)$  (siehe Gleichung (7.6)).

Mit Hilfe des Stoner-Wohlfahrt-Modells kann die Einstellung der Magnetisierung in Abhängigkeit vom äußeren Feld bestimmt werden (das ergibt die Magnetisierungskomponenten  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_z$  in den drei Raumrichtungen). Die Gleichungen (2.23) bis (2.26) legen damit die Reflexionsmatrix  $D$  der Probe

fest und durch (7.6) ist die Signalintensität bestimmt. Ein Vergleich der daraus bestimmten QLI(H)-Kurven mit den Messungen macht eine Bestimmung der verschiedenen Anisotropie-Konstanten möglich.

Bei der sehr empfindlichen Messung mit dem PEM ist auf Grund des Messverfahrens bei nicht verschwindendem Einfallswinkel immer auch die unterschiedliche Reflektivität der verschiedenen Polarisationskomponenten (senkrecht oder parallel zur Probenoberfläche), wie sie durch die Fresnelschen Formeln beschrieben wird, im Signal zu bemerken. Bei einem großen Einfallswinkel ergibt sich somit auch ohne Magnetisierung bereits ein großes Signal, weshalb man die Empfindlichkeit der Messgeräte nicht voll ausschöpfen könnte, was aber notwendig ist, da die eigentlichen magnetooptischen Effekte nur vergleichsweise geringe Amplituden besitzen. Um dem entgegen zu wirken, wird bei ausgeschaltetem Magnetfeld der Analysator abweichend von  $45^\circ$  eingestellt und zwar so, dass sich am DLI genau Null ergibt. Das eliminiert die Signalkomponente durch die verschiedenen Reflektivitäten für p- und s-polarisiertes Licht gemäß den Fresnelschen Formeln und man kann mit höherer Empfindlichkeit messen.

Es ergeben sich die relativen Signalintensitäten der drei Teileffekte wie sie in den Abbildungen 7.7 und 7.8 dargestellt sind. Um in Abbildung 7.7 die verschiedenen Effekte deutlich von dem Fall unmagnetischer Proben ( $Q=0$ ) abheben zu können, wurde für die Rechnung der magnetooptische Parameter  $Q = 0.3 + i \cdot 0.3$  gesetzt, was mindestens zehn mal größer ist, als ein realistischer Wert. Für Abbildung 7.8 wurde mit  $Q = 0.03 + i \cdot 0.03$  gerechnet und anschließend die  $Q=0$ -Kurve von den anderen abgezogen, was dem Abgleich des Analysators bei  $H=0$  entspricht (typische Werte für  $Q$  für Fe, Ni und Co wurden zum Vergleich auf Seite 12 angegeben;  $|Q|$  hat nach Keay [84] im Allgemeinen die Größenordnung  $10^{-2}$ ). Für die Abbildungen 7.7 und 7.8 wurde nur jeweils eine Komponente der Magnetisierung auf 1 gesetzt und die anderen bei 0 belassen: polarer Kerr-Effekt  $\hat{=} m_z = 1$ , longitudinaler Kerr-Effekt  $\hat{=} m_y = 1$  und transversaler Kerr-Effekt  $\hat{=} m_x = 1$ .

Wie man an Abbildung 7.8 erkennt, ist bei kleinem Einfallswinkel der polare Kerr-Effekt dominierend - bei genau senkrechtem Einfall sind die anderen

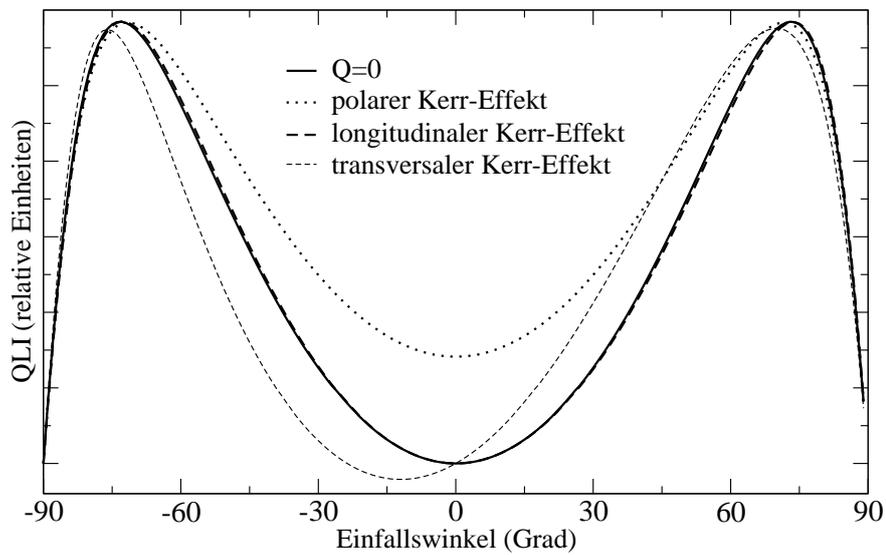


Abbildung 7.7: Relative Intensitäten der drei Komponenten des magneto-optischen Kerr-Effekts bei gleicher Magnetisierung bzw. gleichem magneto-optischen Parameter  $Q$  und zum Vergleich eine Rechnung für den Fall unmagnetischer Proben ( $Q=0$ )

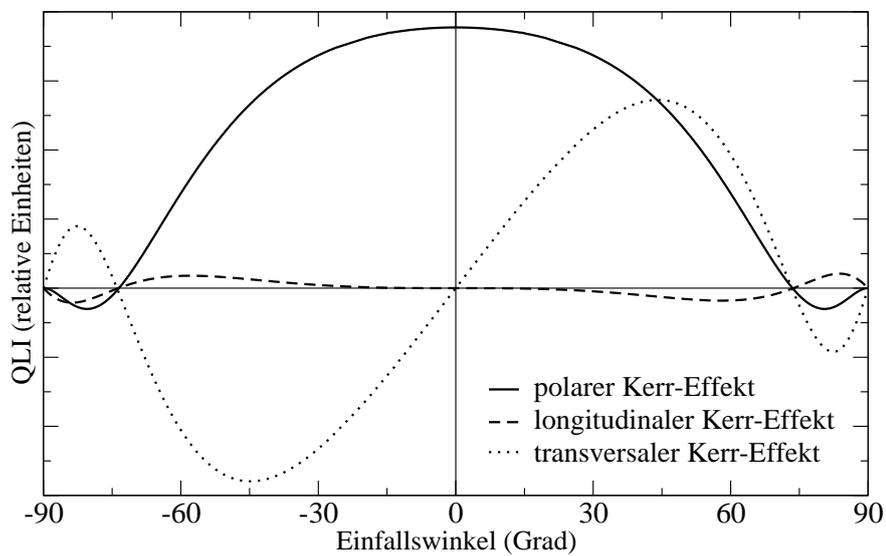


Abbildung 7.8: Relative Intensität der drei Komponenten des magneto-optischen Kerr-Effekts bei gleicher Magnetisierung bzw. gleichem magneto-optischen Parameter  $Q$  in Abhängigkeit vom Einfallswinkel nach Abzug der Kurve für  $Q=0$

Beiträge sogar exakt Null. Für die Simulationsrechnung in den Abbildungen 7.7 und 7.8 wurde der Brechungsindex von GaAs als 3.3 angenommen, was einen Brewster-Winkel von  $73.2^\circ$  ergibt. Bei diesem Winkel ist keiner der drei Effekte mit diesem Messverfahren messbar. Bei einem Einfallswinkel von  $45^\circ$  sind hier der transversale und der polare Kerr-Effekt gerade gleich stark, aber bei Umkehrung des Lichtweges (Vorzeichen des Einfallswinkel vertauschen) tauscht der transversale Kerr-Effekt sein Vorzeichen, aber der polare Kerr-Effekt nicht. So können diese beiden Beiträge bei einer Messung leicht unterschieden werden: Strukturen in der Messung, die bei Vertauschen des Lichtweges das Vorzeichen ändern, stammen von Komponenten der Magnetisierung senkrecht zur Einfallsebene. Die Strukturen, die das Vorzeichen nicht ändern, stammen von Magnetisierungskomponenten senkrecht zur Oberfläche - der longitudinale Kerr-Effekt trägt meist nur dann merklich bei, wenn das Magnetfeld parallel zur Oberfläche der Probe angelegt wird.

## 7.6 Eichmessungen

M. Pohlt hat im Rahmen seiner Diplomarbeit [75] für den polaren Kerr-Effekt gezeigt, dass ein einfacher Zusammenhang zwischen den gemessenen QLI-Werten und dem Winkel  $\Phi$ , um den die Polarisationssebene durch die Probe gedreht wird, besteht:

$$\Phi(QLI) = \frac{1}{2} \cdot \arcsin\left(\frac{QLI}{I_1 + I_2 \cdot QLI}\right) \cdot \frac{180^\circ}{\pi}, \quad (7.10)$$

Die Konstanten  $I_1$  und  $I_2$  können analytisch berechnet werden [75] - es erweist sich allerdings in der Praxis als genauer, diese beiden Konstanten aus Messungen zu bestimmen, da das Messverfahren sehr empfindlich auf kleine Drehwinkel reagiert. Falls im Messaufbau eine kleine Asymmetrie existiert oder irgendeine optische Komponente kleine Fehler aufweist - was sich nie ganz ausschließen lässt - so ergeben sich Abweichungen von den theoretischen Eichkonstanten.

Eine Eichmessung zur Bestimmung von  $I_1$  und  $I_2$  macht es möglich, die ge-

messenen Signale in Drehwinkel umzurechnen. Wichtig ist dabei, dass eine Eichung immer mit dem selben Aufbau gemacht wird, mit dem auch gemessen wird (Eichmessungen zu einem späteren Zeitpunkt zu machen ist meist nicht mehr sinnvoll, da sich zum Teil wieder andere Konstanten ergeben würden.). Für den magnetooptischen Kerr-Effekt kann man an Hand von Messungen bei verschiedenen Wellenlängen experimentell bestätigen, dass die Eichkonstanten praktisch nicht von der verwendeten Lichtwellenlänge abhängen, sich jedoch stark unterscheiden, wenn unterschiedliche Polarisatoren oder Detektoren verwendet werden.

Zur Bestimmung von  $I_1$  und  $I_2$  ist wie folgt vorzugehen: Der Analysator wird so weit aus der Abgleichstellung gedreht bis der DLI beinahe den positiven Vollausschlag anzeigt (da die Messung mit dem PEM sehr empfindlich ist, muss der DLI unempfindlich sein, so dass man den Analysator um einige gut ablesbare Grad drehen kann ohne Vollausschlag zu erhalten). Der entsprechende Winkel wird notiert. Dann lässt man einen Computer die jeweiligen DLI- und SLI-Wert kontinuierlich aufzeichnen. Währenddessen dreht man den Analysator schrittweise wieder zurück in Richtung Abgleichstellung und darüber hinaus bis der DLI-Wert fast negativen Vollausschlag erreicht. Die eingestellten Winkelpositionen werden während der Messung notiert. Am Ende dieser Prozedur wird die Aufzeichnung gestoppt und die Datei, die den Quotienten QLI aus DLI und SLI enthält, ausgewertet. Es ergeben sich bei gewissen QLI-Werten Plateaus mit vielen Messpunkten und dazwischen nur wenige Punkte (aufgezeichnet, während der Analysator auf einen neuen Winkel eingestellt wurde). Um eine allgemein gültige Eichung zu erhalten müssen die Messwerte vor der weiteren Bearbeitung mit der Empfindlichkeit des DLIs multipliziert und durch die des SLIs dividiert werden. Die Punkte zwischen den Plateaus werden entfernt und den Punkten darauf werden die notierten Drehwinkel als Abszisse zugeordnet. Somit ergibt sich eine Zuordnung des QLI-Wertes zu einem Drehwinkel  $\Phi$  für die benutzte Messanordnung ( $QLI(\Phi)$ ). Nachdem Abszisse und Ordinate vertauscht wurden, erhält man durch eine Anpassungsrechnung an (7.10) die Werte für  $I_1$  und  $I_2$  (in der Regel muss man noch einen zusätzlichen Summanden für die Anpassung zulassen, der die Abweichung der Abgleichposition von der Null-Markierung auf

dem Analysator angibt - dieser Summand spielt aber für die Umrechnung der QLI-Werte keine Rolle, da es beim Kerr-Effekt nur auf relative Drehungen der Polarisationssebene ankommt).

Bezüglich dieser Eichmessungen ist zu beachten, dass eine exakte Umrechnung von QLI in Drehwinkel nur dann Sinn macht, wenn der polare Kerr-Effekt bei nahezu  $0^\circ$  Einfallswinkel gemessen wird. Bei allen anderen Messgeometrien existieren unterschiedliche Drehwinkel für unterschiedliche Komponenten der Polarisation (parallel oder senkrecht zur Einfallsebene) und das jeweils noch abhängig vom Einfallswinkel! In den folgenden Abschnitten werden deshalb bei den Messungen der Hystereseschleifen jeweils nur die QLI-Werte aufgetragen und lediglich bei polaren magnetooptischen Messungen auf Drehwinkel in Grad umgerechnet.

Zur Überprüfung der Vorgehensweise in Kapitel 7.5 kann man einen polaren Kerr-Effekt numerisch dadurch simulieren, dass man den magnetooptischen Parameter  $Q$  variiert und damit sowohl den QLI-Wert als auch den Drehwinkel nach (2.29) berechnet. Analog kann man den Parameter  $Q=0$  setzen und in der Berechnung des QLI unterschiedliche Winkel für die Analysatorstellung eingeben. In beiden Fällen muss der Zusammenhang durch (7.10) mit den von M. Pohlt [75] angegebenen Parametern  $I_1 = \frac{1.91161}{2\pi} \approx 0.30424$  und  $I_2 = \frac{3.050071}{8} \approx 0.38126$  gegeben sein (Vorzeichen vernachlässigt). Dies ist in Abbildung 7.9 dargestellt. Teil a) beschreibt dabei den Zusammenhang zwischen QLI und Kerr-Drehwinkel, den man erhält, wenn  $Q$  variiert wird. Analog zeigt Teil b) für konstantes  $Q$  den Zusammenhang zwischen Analysatorstellung und QLI. Die Punkte stellen die nach Kapitel 7.5 berechneten Werte dar, die Linien sind Rechnungen mit (7.10). Es zeigt sich eine perfekte Übereinstimmung mit der analytischen Formel nach M. Pohlt und der numerischen Rechnung. Außerdem sieht man, dass zwischen Kerr-Drehwinkel und QLI bei kleinen Winkeln in sehr guter Näherung ein linearer Zusammenhang besteht.

Beim MCD entspricht das gemessene Verhältnis zwischen Differenz- und Summenintensität für rechts- und links-zirkular polarisiertes Licht bis auf einen kleinen Vorfaktor der übliche Definition des MCD im Bogenmaß. Bei

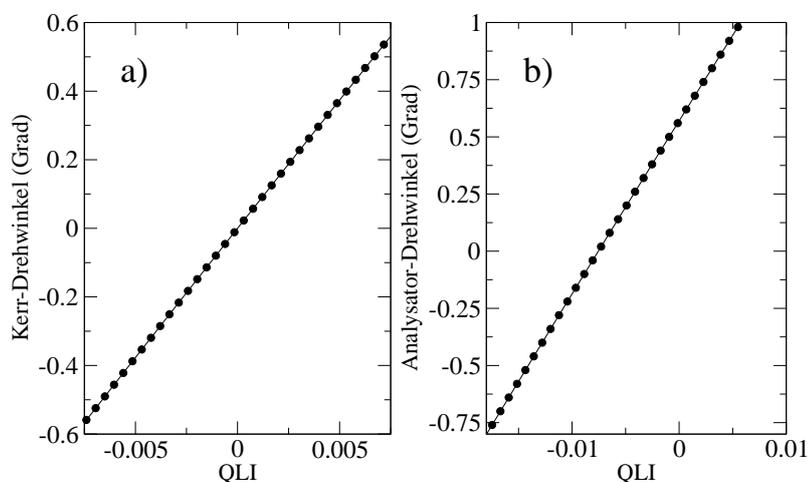


Abbildung 7.9: numerische Bestimmung des Zusammenhangs zwischen QLI und Kerr-Drehwinkel (a)) bzw. Einstellung des Analysators (b)); die Punkte sind die nach Kapitel 7.5 numerisch berechneten Werte, die Geraden stellen die analytischen Rechnungen mit (7.10) und den Parametern nach Pohl [75] dar

einer Eingangsintensität von  $I_0$  erhält man eine reflektierte Intensität für rechts- bzw. links-zirkular polarisiertes Licht von  $I_{\pm} = R_{\pm}^2 \cdot I_0$ . Der MCD ist definiert durch

$$MCD = \frac{I_+ - I_-}{I_+ + I_-} = \frac{R_+^2 - R_-^2}{R_+^2 + R_-^2} \quad (7.11)$$

Genaue Betrachtungen des mit Hilfe des PEM gemessenen QLI-Signals (siehe Kapitel 14.3 im Anhang) zeigen, dass gilt:

$$MCD[\text{rad}] \approx 1.123 \cdot QLI \quad (7.12)$$

$$MCD[\text{Grad}] = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 1.123 \cdot QLI \approx 64.343^\circ \cdot QLI \quad (7.13)$$

Um verschiedene Proben vergleichen zu können, wird folgende Vorzeichenkonvention getroffen: Die Kerr-Drehung wird als positiv angesehen, wenn bei kleinen Wellenlängen auch die überlagerte Fensterdrehung positives Vorzeichen besitzt. Das Vorzeichen des MCD wird daraus abgeleitet so festgelegt, dass das gemessene MCD-Spektrum das gleiche Vorzeichen besitzt wie das

aus der Kerr-Drehung mittels Gleichung (14.12) berechnete Spektrum. Diese Konvention ist notwendig, da viele Elemente nach einem Umbau der Messanordnung das Vorzeichen umdrehen können, ohne dass es sofort offensichtlich werden würde (Drehung von Polarisatoren oder PEM um  $180^\circ$ , Phasenänderung des Lock-In-Verstärkers usw.).

## 7.7 Bestimmung der Curie-Temperatur eines Ferromagneten

Im Rahmen dieser Arbeit werden praktisch ausschließlich ferromagnetische Proben untersucht. Eine charakteristische Größe eines Ferromagneten ist die Curie-Temperatur  $T_C$ , die angibt, ab welcher Temperatur sich die Probe nur noch paramagnetisch verhält. Der eigentliche Übergang von ferro- nach paramagnetisch erfolgt stetig, es gibt jedoch einige Eigenschaften, die nur im ferromagnetischen Zustand auftreten, so dass deren Verschwinden die Curie-Temperatur anzeigt. Dies sind die Remanenz und das Koerzitivfeld. Bei einem Paramagneten sind beiden Größen immer gleich Null.

Die einfachste Auswertung von Hystereseschleifen zur Bestimmung von  $T_C$  besteht darin, den Wert der Magnetisierung bei  $H=0$  über die Temperatur aufzutragen und den Punkt zu bestimmen, an dem die Remanenz gerade Null wird. Es muss sich nach der Spinwellentheorie eine Abhängigkeit gemäß (5.20) ergeben. Dies ist meist der Fall, aber bei Proben mit ohnehin sehr geringer Remanenz oder Proben mit starker In-Plane-Anisotropie, die gar keine Remanenz bei Anlegen des Feldes senkrecht zur Oberfläche zeigen, ist diese Vorgehensweise ungeeignet. (Analog könnte man das Koerzitivfeld bestimmen, aber dafür gelten die gleichen Nachteile.)

Eine recht elegante Methode zur Bestimmung der Curie-Temperatur geht auf A. Arrott zurück [85]. Dabei geht man von der Näherung aus, dass man die Magnetisierung als

$$M = M_0 \cdot \tanh\left(\frac{\mu_0(H + \gamma M)}{kT}\right) \quad (7.14)$$

ausdrücken kann. Dabei ist  $\gamma$  die Molekularfeldkonstante (die mit der Curie-Temperatur zusammenhängt, siehe Abschnitt 5.3.1). Des Weiteren formt man diese Gleichung um und macht eine Reihenentwicklung für Magnetisierungen weit entfernt von der Sättigungsmagnetisierung (was in der Nähe der Curie-Temperatur der Fall sein sollte). Ein Umstellen der Gleichung ergibt schließlich

$$\frac{\mu_0 M_0}{kT} \cdot \left( \frac{H}{M} \right) = \left( 1 - \frac{T_c}{T} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{M}{M_0} \right)^2 \quad (7.15)$$

$$\text{bzw. } M^2 = \frac{3\mu_0 M_0^3}{kT} \cdot \left( \frac{H}{M} \right) - 3M_0^2 \cdot \left( 1 - \frac{T_C}{T} \right) \quad (7.16)$$

An Gleichung (7.16) sieht man, dass sich, wenn man  $M^2$  über  $\frac{H}{M}$  aufträgt, für verschiedene Temperaturen Geraden mit unterschiedlicher Steigung ergeben. Diese Form der Auftragung findet sich in der Literatur häufig unter dem Begriff ‘‘Arrott-Plot’’. Der entscheidende Punkt dabei ist, dass der Achsenabschnitt der Geraden von der Temperatur abhängt und für  $T = T_C$  Null wird. Auszuwerten ist dabei vor allem der Bereich hoher Felder  $H$  bzw.  $\frac{H}{M}$ , da die Hysterese bei kleinen Feldern keine eindeutigen Ergebnisse zulässt.

Auch dieses Verfahren besitzt Einschränkungen: Wenn die Probe kein homogener Ferromagnet ist, d.h. die Austauschwechselwirkung an verschiedenen Stellen der Probe unterschiedlich stark ist, so weicht das Verhalten im Arrott-Plot deutlich von Gleichung (7.16) ab. In [86] wurde dies für Ferromagneten mit Anteilen einer Spin-Glas-Phase untersucht, mit dem Ergebnis, dass Messungen in diesem Fall nur sehr schwer zu interpretieren sind. Auch im Falle von verdünnt-magnetischen Halbleitern mit einem großen paramagnetischen Anteil kann der Arrott-Plot keinen zuverlässigen Anhaltspunkt für die Curie-Temperatur geben.

Ein Beispiel für eine überwiegend ferromagnetische Probe, nämlich 10529A, weist eine starke In-Plane-Anisotropie auf, welche aber auch stark von der Temperatur abhängt. Bei niedriger Temperatur zeigen sich, wie im linken Teil von Abbildung 7.10 zu sehen, deutlich ausgeprägte Seitenhysteresen, die aber schon bei geringer Temperaturerhöhung sehr schmal werden. Auch die Stufenhöhe ist schwer auszuwerten, da kaum zu erkennen ist, wann noch eine

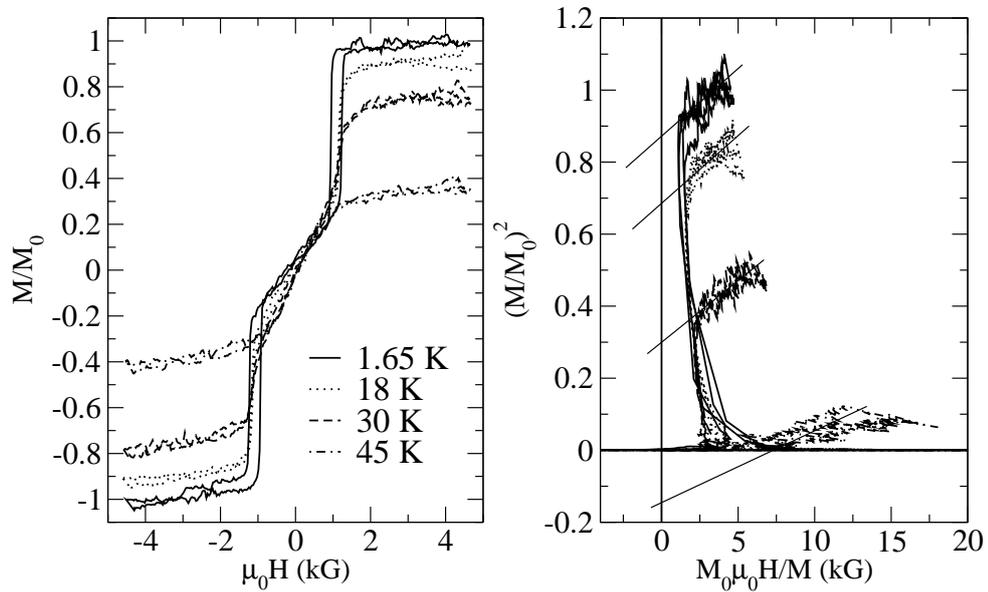


Abbildung 7.10: Messung der Hystereseschleifen in Abhängigkeit von der Temperatur und der zugehörige Arrott-Plot für Probe 10529A

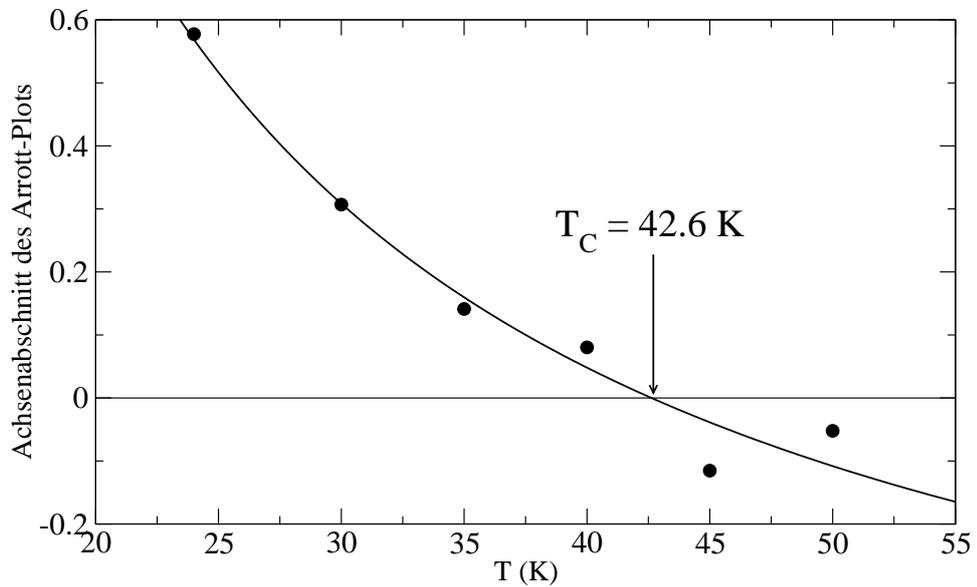


Abbildung 7.11: Achsenabschnitt der Geraden bei hohem Feld im Arrott-Plot von Probe 10529A in Abhängigkeit von der Temperatur

Stufe vorhanden ist und wann nur noch paramagnetische Anteile zu beobachten sind. Der rechte Teil von Abbildung 7.10 zeigt die Auftragung nach Arrott und die zugehörigen Geraden deren Achsenabschnitt zu bestimmen ist.

Abbildung 7.11 zeigt den Verlauf des Achsenabschnittes der Geraden im Arrott-Plot im rechten Teil von Abbildung 7.10 bei Erhöhung der Temperatur. Die Schwankung um die eingezeichnete Anpassungsrechnung ergibt sich aus dem relativ großen Rauschen in den Messungen, das durch die Arrott-Auftragung noch deutlicher zum tragen kommt. Es sind nur Temperaturen in der Nähe des Curie-Punktes aufgetragen, da nur hier Gleichung (7.16) gültig ist.

In diesem Fall ergibt sich eine Curie-Temperatur von 42.6 K. R. Lang gibt in seiner Dissertation [22] einen Wert von 40 K an - bestimmt aus den Stufenhöhen - was sich gut mit dem hier ermittelten Wert deckt.



# Kapitel 8

## Resultate GaMnAs

In der Regel geht in magnetische Effekte die magnetische Flussdichte in der Probe ein. Dies würde man auch für *magnetooptische* Effekte erwarten. Es zeigt sich jedoch, dass für magnetooptischen Kerr-Effekt und MCD in Ferromagneten nur die Magnetisierung der Probe von Belang ist, nicht jedoch Beiträge des äußeren Feldes ( $\mu_0 H$ ). Diese Tatsache ist lange bekannt, aber theoretisch nicht verstanden [10]. Auch bei den Messungen an den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben zeigt sich dies daran, dass die Messwerte (d.h. Kerr-Drehung oder MCD) ab einem gewissen Magnetfeld bei steigendem Feld nicht mehr weiter ansteigen. Man erkennt in Abbildung 8.1 dass bei der Out-Of-Plane-Probe 00315A das Messsignal bereits bei sehr kleinem Magnetfeld gesättigt ist und der MCD mit weiter wachsendem externen Feld konstant bleibt. Bei der In-Plane-Probe 10529A ist eine sehr geringe Steigung oberhalb von 5 kG zu erkennen. Diese Probe besitzt eine kleinere Mn-Konzentration als Probe 00315A. Bei statistischer Verteilung der wenigen Mn-Ionen kommt es vor, dass ein kleiner Anteil davon zu weit von den anderen Ionen entfernt ist, so dass nicht alle Ionen ferromagnetisch koppeln können. Die isolierten Ionen treten als paramagnetischer Untergrund in Erscheinung. Jedes Ion besitzt betragsmäßig den gleichen Spin und liefert zur Gesamtmagnetisierung den gleichen Beitrag, unabhängig davon, ob es mit den anderen Ionen wechselwirkt oder nicht. Eine Anpassungsrechnung an den Kurvenverlauf oberhalb von 5 kG liefert bei Probe 10529A einen Anteil

von 6.3% der Mn-Ionen die nicht ferromagnetisch koppeln (entsprechend dem nicht gesättigten Beitrag der gemäß einer Brillouin-Funktion mit dem Feld ansteigt). Wie in CdMnTe können einzelne Mn-Ionen, die nahe beieinander liegen, schwach antiferromagnetisch wechselwirken. Nach Gaj [87] kann dies durch eine geänderte Temperatur in der Brillouin-Funktion berücksichtigt werden. Im Falle der Probe 10529A entspricht diese Korrektur 2.4 K - es wird also in Gleichung (5.6) nicht die tatsächliche Temperatur sondern eine um 2.4 K erhöhte Temperatur eingesetzt und die paramagnetische Magnetisierung steigt mit steigendem äußeren Feld weniger stark an, als zu erwarten.

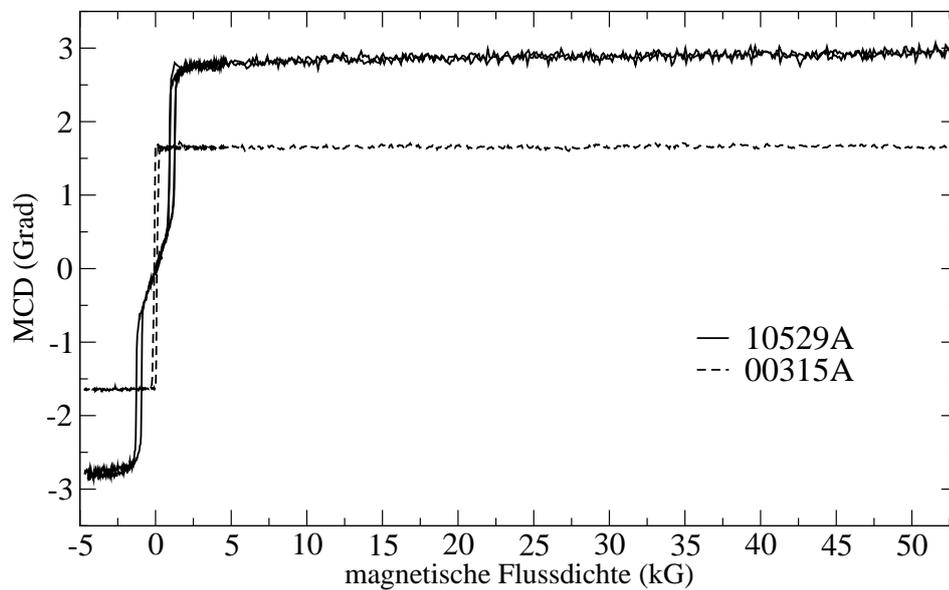


Abbildung 8.1: MCD an GaMnAs bei 1.8 K und einer Wellenlänge von 3500 nm für ein Magnetfeld senkrecht zur Probenoberfläche

Im Rahmen dieser Arbeit wurden von jedem Materialsystem viele verschiedene Proben untersucht, von denen sich jeweils einige sehr ähnlich verhalten. Aus diesem Grund werden im Weiteren nur exemplarisch die Ergebnisse an einigen typischen Proben gezeigt.

## 8.1 Hysteresiformen und deren Deutung

Bei Proben, bei denen die leichte Richtung in der Probenoberfläche liegt, zeigt sich ein deutlicher Unterschied zwischen Messungen, bei denen das Magnetfeld parallel zur Oberfläche angelegt wird (longitudinaler Kerr-Effekt) und solchen, bei denen das Magnetfeld senkrecht (polarer Kerr-Effekt) oder unter einem schiefen Winkel zur Oberfläche angelegt wird. Liegt das Magnetfeld in der Probenoberfläche entlang der leichten Richtung, so zeigt sich die aus Lehrbüchern bekannte rechteckige Form der Hystereseschleifen. Die Magnetisierung steht in diesem Fall entweder parallel oder antiparallel zum äußeren Feld und springt in einem sehr kleinen Bereich des äußeren Feldes von einem in den anderen Zustand. Liegt das Magnetfeld nicht parallel zur leichten Richtung, so hängt es von der Stärke des Feldes ab, welche Einstellung der Magnetisierung energetisch am günstigsten ist und die Form der Hystereseschleife hängt sehr stark von vielen Parametern ab. Selbst kleine Variationen in der Messanordnung können große Auswirkungen auf die Form der gemessenen Hystereseschleifen zeigen. Dies gilt insbesondere dann, wenn diese nicht direkt magnetisch, sondern mit magnetooptischen Methoden gemessen werden da bei diesen unterschiedliche Teileffekte unterschiedlich stark gewichtet werden (siehe Kapitel 7.5). R. Lang hat im Rahmen seiner Dissertation [22] magnetooptische Messungen an GaMnAs-Proben mit leichter Richtung in der Probenoberfläche bei verschiedenen Einstellungen des äußeren Magnetfeldes zur Oberfläche und verschiedenen Einfallswinkeln durchgeführt. Zusätzlich dazu wurde die Ausrichtung der leichten Achse ([100] bei GaMnAs bei tiefen Temperaturen) bezüglich Magnetfeldrichtung und Einfallsebene variiert.

Mit Hilfe des in Abschnitt 5.4 dargestellten Formalismus soll hier die Ausrichtung der Magnetisierung in Abhängigkeit vom äußeren Feld berechnet werden. Durch Vergleich der Messungen mit der Simulationsrechnung ist es möglich, die Anisotropieparameter der Proben quantitativ zu bestimmen. Im Weiteren werden verschiedene Konfigurationen bezüglich der Winkel zwischen  $\vec{H}$  und der leichten Richtung bzw. dem Ausbreitungsvektor des Lichts diskutiert.

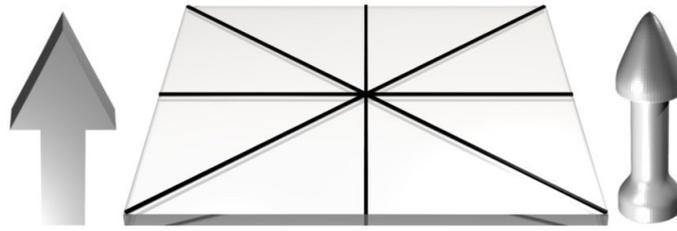


Abbildung 8.2: Links: Darstellung des äußeren Magnetfeldes (die Länge gibt die Magnetfeldstärke wieder); Mitte: Darstellung der Probe mit deren ausgezeichneten Kristallachsen; Rechts: Darstellung der Magnetisierung

Zur Verdeutlichung von Magnetisierung und äußerem Feld relativ zu den Kristallachsen wird eine dreidimensionale Darstellung verwendet. Die Länge des Pfeiles für das äußere Feld gibt dessen Stärke wieder. In Übereinstimmung mit der Annahme des Stoner-Wohlfahrt-Modells, dass die Magnetisierung stets gesättigt ist, wird der Pfeil, der die Magnetisierung darstellt, immer gleich lang gezeichnet, lediglich die Ausrichtung wird verändert.

Um einen Überblick über das typische Verhalten einer “In-Plane-Probe” bei verschiedenen Messkonfigurationen zu geben werden im weiteren zuerst nur Messungen und Simulationen an der GaMnAs-Probe 10529A mit 1.4% Mn bei  $T=1.8$  K gezeigt. Im Anschluss daran folgen einige ausgewählte Messungen in Abhängigkeit von der Temperatur und an anderen Proben.

a) Magnetfeld senkrecht zur Probenoberfläche (polarer magnetooptischer Kerr-Effekt):

Die einfachste Messgeometrie besteht darin, dass das Magnetfeld genau senkrecht zur Probenoberfläche angelegt wird und der Einfallswinkel des Lichts klein ( $\approx 0$ ) ist. Kleine Abweichungen des Einfallswinkels von  $0^\circ$  und die kristallographische Orientierung der Probe relativ zur Einfallsebene sind für das Messergebnis unerheblich, da bei kleinem Einfallswinkel praktisch ausschließlich der polare Kerr-Effekt zu beobachten ist.

In Kapitel 7.5 wurde dargelegt, wie Kerr-Effekt und MCD bei dem hier verwendeten Messaufbau berechnet werden können. Die Magnetisierungskomponenten liefert das Stoner-Wohlfahrt-Modell, Einfallswinkel und Brechungs-

den sind durch Experiment und Material vorgegeben. Der magnetooptische Parameter  $Q$  ist noch unbekannt. Dessen Zahlenwert legt die Amplitude der gemessenen QLI-Werte fest und er ist (wie oben erwähnt) eine ungerade Funktion der Magnetisierung (siehe auch [13]). Simulationsrechnungen zeigen: der Imaginärteil von  $Q$  wirkt sich vor allem auf die Kerr-Drehung aus, der Realteil vor allem auf den MCD. Es wurden deshalb mit dem gleichen Messaufbau sowohl Kerr-Drehung als auch MCD in Abhängigkeit vom Magnetfeld an GaMnAs-Probe 10529A bei  $T=1.8$  K und  $\lambda=755.3$  nm gemessen. Ein Vergleich mit Simulationsrechnungen nach Kapitel 7.5 ergibt in polarer Messgeometrie:

$$Q_{10529A} = 0.0021 + i \cdot 0.0115 \quad (8.1)$$

Aus der Form der in Abbildung 8.3 dargestellten Simulationsrechnung nach dem Stoner-Wohlfahrt-Modell ergeben sich die in Tabelle 8.1 dargestellten Anisotropie-Konstanten.

Tabelle 8.1: Anisotropieparameter von GaMnAs-Probe 10529A

$M_s$ [A/m]	$K_{c1}$ [kJ/m <sup>3</sup> ]	$K_u$ [kJ/m <sup>3</sup> ]	$\Delta F_0$ [kJ/m <sup>3</sup> ]
13300	1.862	-1.15	0.22

Wie bereits im Abschnitt 5.4 angedeutet, sind die Parameter nicht absolut gültig, es ist für die berechnete Kurvenform nur das Verhältnis der Parameter zueinander von Bedeutung. Um die angegebenen Absolutwerte zu erhalten, wurde die mittels SQUID gemessenen Sättigungsmagnetisierung von  $13300 \frac{A}{m}$  zu Grunde gelegt. Für diese wie auch die folgenden Rechnungen hat sich gezeigt, dass der Parameter  $K_{c2}$ , der die Kristallanisotropiebeiträge höherer Ordnung beschreibt, auf das Ergebnis keinen signifikanten Einfluss hat. Er wird deshalb im Weiteren nicht berücksichtigt.

In Kapitel 12 werden die in Tabelle 8.1 aufgeführten Parameter zusammen mit den bei verschiedenen Temperaturen und an anderen Proben gefundenen Parametern mit Daten aus der Literatur verglichen. Dort werden auch die entsprechenden Schlussfolgerungen diskutiert.

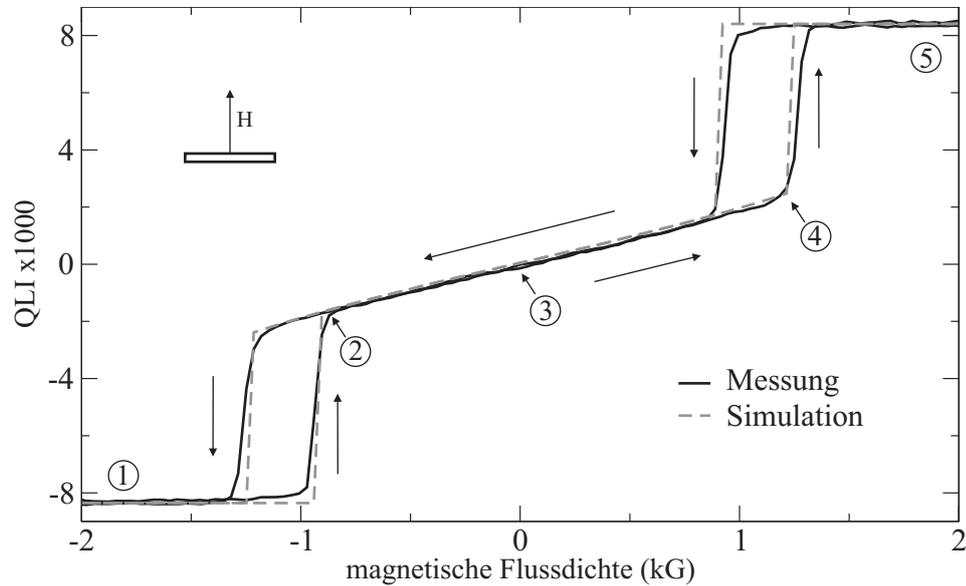


Abbildung 8.3: Vergleich zwischen Messung und Simulationsrechnung für den polaren Kerr-Effekt an GaMnAs-Probe 10529A mit leichter Richtung in der Schichtebene (vergleiche hierzu Abbildung 8.4)

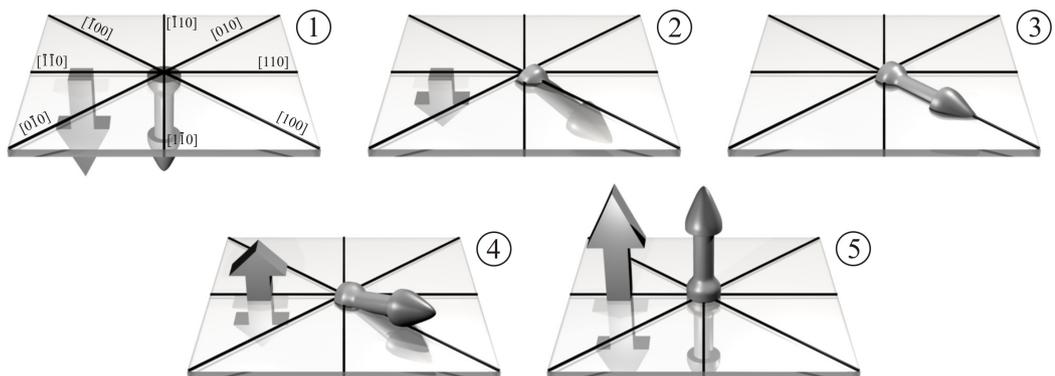


Abbildung 8.4: Verlauf der Ausrichtung der Magnetisierung bei verschiedenen Magnetfeldern senkrecht zur Oberfläche der Probe (nähere Beschreibung: siehe Text)

Die in Abbildung 8.3 dargestellte ungewöhnliche Form der Hystereseschleife ergibt sich dadurch, dass in einem gewissen Magnetfeldbereich mehrere lokale energetische Minima entsprechend verschiedenen Einstellungen der Magnetisierung bezüglich des äußeren Feldes existieren (siehe Abschnitt 5.4). Die Magnetisierung bleibt in der polaren Messgeometrie stets in der Ebene, die von der leichten Richtung  $[100]$  und  $\vec{H}$  aufgespannt wird. Bei starkem Feld (Position 1 bzw. 5) ist die Ausrichtung der Magnetisierung parallel zur äußeren Magnetfeld - es existiert in diesem Fall nur ein energetisches Minimum. Bei kleinem Feld springt die Magnetisierung auf Grund der leichteren Magnetisierbarkeit in der Schichtebene nahezu in die Schichtebene der Probe (Pos. 2). Bei noch weiter sinkendem Feld nähert sich die Magnetisierung kontinuierlich der leichten Richtung  $[100]$  an, die bei  $H=0$  erreicht wird (Pos. 3). Steigt das Feld in entgegengesetzter Richtung weiter, so dreht sich die Magnetisierung wieder geringfügig aus der Oberfläche heraus (bis Pos. 4). Bei Überschreitung eines kleinen kritischen Feldes (hier ca. 0.9 kG) springt die Magnetisierung wieder in die Einstellung senkrecht zur Oberfläche (Pos. 5). Wegen der Energie, die für die Domänenbildung erforderlich ist und des Vorhandenseins von mehreren Energiemaxima und -Minima sind die Magnetfeldpositionen, an denen sich die Magnetisierungsausrichtung in einem sehr kleinen Magnetfeldbereich ändert, abhängig davon, ob man das Magnetfeld steigert oder absenkt. In Abbildung 8.4 ist nur der Verlauf der Magnetisierung bei steigendem Magnetfeld - d.h. nur eine Hälfte der Hystereseschleife - dargestellt. Um den Verlauf bei wieder sinkendem Magnetfeld zu erhalten, muss lediglich jeder Winkel um  $180^\circ$  gedreht werden und  $\vec{M}$  folgt wieder der Sequenz von 1 nach 5. Dies gilt auch für die folgenden Messgeometrien.

Für ein beliebig starkes Magnetfeld sind die Minima entlang  $[100]$ ,  $[\bar{1}00]$ ,  $[010]$  und  $[0\bar{1}0]$  energetisch gleichwertig und die Magnetisierung kann sich bei kleinen Feldern beliebig entlang einer dieser Richtungen einstellen. Prinzipiell sind damit bei sprunghaften Änderungen der Magnetisierungsausrichtung stets Sprünge in verschiedene leichte Richtungen möglich, z.B. könnte die Magnetisierung bei steigendem Feld entlang der  $[100]$ -Richtung liegen und bei wieder fallendem Feld entlang  $[010]$ , ohne dass dies bei der Messung beobachtbar wäre, da bei  $0^\circ$  Einfallswinkel nur Magnetisierungsbeiträge senk-

recht zur Probenoberfläche zum Messsignal beitragen. Bei dem im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendeten Messaufbau ist es leichter einen kleinen Einfallswinkel  $\approx 2^\circ$  zu wählen statt bei exakt  $0^\circ$  zu messen. Dadurch würde es sichtbar werden, wenn die Magnetisierung bei steigendem oder fallendem Magnetfeld unterschiedliche Positionen einnimmt, was aber in der in Abbildung 8.3 dargestellten Messung nicht der Fall ist.

Um Magnetisierungskomponenten in der Probenoberfläche gut beobachten zu können, müssen Messungen bei Einfallswinkeln deutlich größer als  $0^\circ$  durchgeführt werden. Durch den experimentellen Aufbau sind allerdings nur einige wenige Winkel zugänglich.

b) Magnetfeld unter  $45^\circ$  zur Oberfläche und Einfallswinkel  $45^\circ$  zur Oberfläche, leichte Richtung in der Einfallsebene

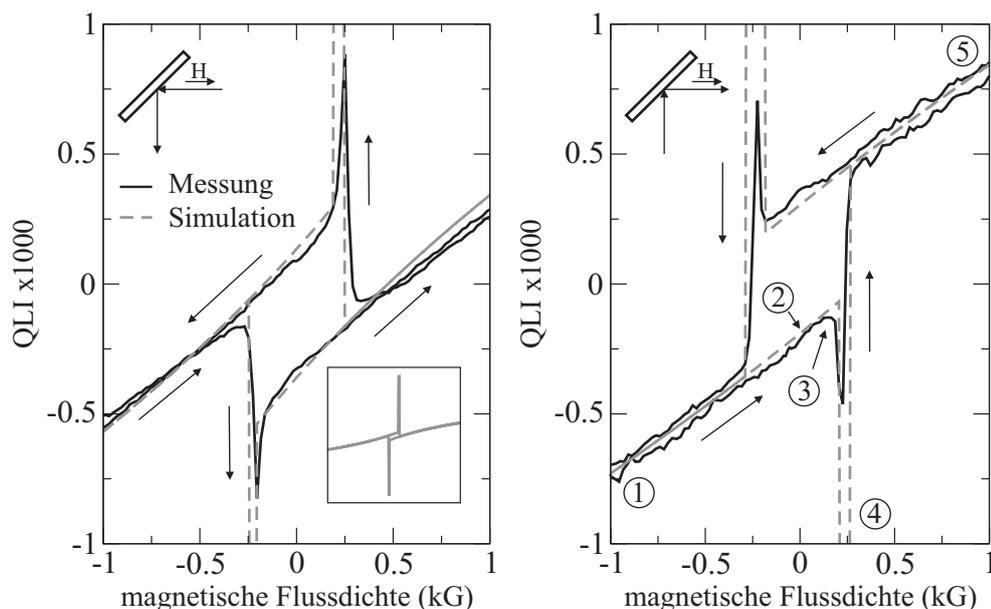


Abbildung 8.5: Vergleich zwischen Messung und Simulationsrechnung bei einem Magnetfeld unter  $45^\circ$  zur Oberfläche an In-Plane-Probe 10529A; links: Faraday-In, Voigt-Out; rechts: Voigt-In, Faraday-Out; das Teilbild links zeigt die volle Höhe der Spitzen im Vergleich zur Höhe der Hystereseschleife bei  $B=0$  (vergleiche auch Abbildung 8.6)

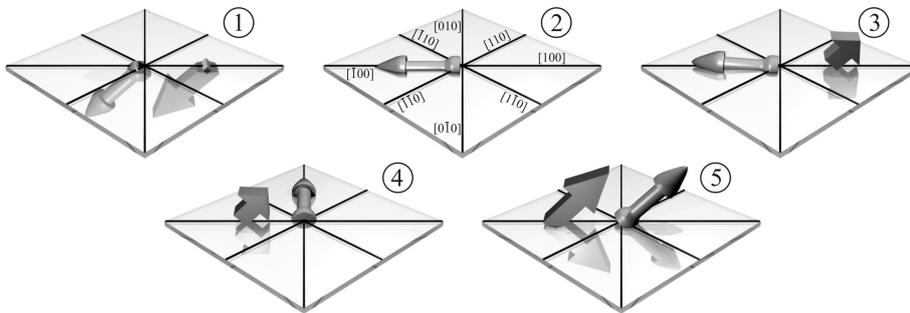


Abbildung 8.6: Verlauf der Ausrichtung der Magnetisierung bei verschiedenen Magnetfeldern unter  $45^\circ$  zur Oberfläche der Probe

In dieser Konfiguration muss zwischen zwei verschiedenen möglichen Einstellungen unterschieden werden: entweder das Licht fällt parallel zum Magnetfeld ein (Faraday-In) und wird senkrecht zum Magnetfeld reflektiert (Voigt-Out) oder das Licht fällt senkrecht zum Magnetfeld ein (Voigt-In) und wird antiparallel zum Magnetfeld reflektiert (Faraday-Out).

Selbst geringe Fehljustierungen der Kristallachsen bezüglich der Magnetfeldrichtung oder der Einfallsebene bewirken, dass durch den Messaufbau eine bevorzugte Drehrichtung der Magnetisierung bei sich änderndem Magnetfeld vorgegeben wird. Es geht zum Teil Symmetrie in den Messungen verloren.

Die Simulation in Abbildung 8.5 bzw. 8.6 wurden für folgende Werte für die Magnetfeld-Richtung berechnet:  $\vartheta_H = 135^\circ$ ,  $\varphi_H = -7^\circ$ . Die leichte Krümmung der Kurven für Magnetfelder außerhalb der Hystereseschleifen (siehe Teilbild links in Abbildung 8.5) ergibt sich aus der schiefen Einstellung des Magnetfeldes zur Oberfläche: die Magnetisierung dreht sich mit sinkendem Feld kontinuierlich in die Oberfläche hinein, hin zur leichten Richtung ([100] bzw. [010]). Um die richtigen Höhen der Hystereseschleifen in der Rechnung zu erhalten, muss in der Simulation die Einfallsebene um  $2^\circ$  von der Ebene, in der das Magnetfeld liegt, abweichen.

In Abbildung 8.6 ist der Verlauf der Ausrichtung der Magnetisierung bei verschiedenen Magnetfeldern dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass  $\vec{H}$  mit der Oberfläche stets einen Winkel von  $45^\circ$  bildet und in der Ebene, die durch die Richtungen [100] und [001] aufgespannt wird, verläuft. Bei starkem Feld ist

$\vec{M}$  parallel zu  $\vec{H}$  (Position 1 - eigentlich erst für  $H \rightarrow \infty$ ). Sinkt  $|\vec{H}|$ , so dreht sich die Magnetisierung in die Probenoberfläche hinein und erreicht die  $[\bar{1}00]$ -Richtung bei  $H=0$  (Pos. 2). Bei in anderer Richtung wieder steigendem Feld dreht sich  $\vec{M}$  weiter in analoger Weise wie vorher aus der Oberfläche heraus, allerdings steht  $\vec{M}$  damit unter einem Winkel von fast  $135^\circ$  zu  $\vec{H}$  (Pos. 3). Bei einem kritischen Feld (hier ca. 0.2 kG) springt die Magnetisierung zuerst in die andere leichte Richtung ( $[010]$  in Pos. 4) und bei nur wenig größerem Feld nochmals um  $90^\circ$  in die  $[100]$ -Richtung. Die deutlich erkennbare Spitze bei Pos. 4, bei der die Magnetisierung praktisch vollständig in der Schichtebene liegt, ergibt sich aus der relativen Stärke des transversalen zum longitudinalen Kerr-Effekt bei der hier angewandten Modulationstechnik mit dem PEM bei einem Einfallswinkel von  $45^\circ$  (siehe Abbildung 7.8). Mit steigendem Feld nähert sich  $\vec{M}$  wieder  $\vec{H}$  an (Pos. 5). In der Simulation erhält man den Unterschied zwischen Faraday-In-Voigt-Out und Voigt-In-Faraday-Out durch einfaches Vertauschen des Vorzeichens des Einfallswinkels.

In der in Abbildung 8.5 dargestellten Simulation sind die Spitzen bei Pos. 4 deutlich höher als bei der Messung. Das liegt vermutlich daran, dass die Magnetisierung der Probe die  $90^\circ$ -Sprünge nicht im Ganzen absolviert. Es bilden sich kurzfristig mindestens drei Domänen: eine, in der  $\vec{M}$  parallel zur  $[\bar{1}00]$ -Achse liegt, eine Domäne, mit  $\vec{M}$  parallel zur  $[100]$ -Achse und schließlich eine Domäne mit  $\vec{M}$  parallel zur  $[010]$ -Achse. Zu Beginn existiert nur die erste Domäne, nach dem Sprung nur die zweite. Steigt das Feld von Position 3 über Position 4 hinweg an, so bildet sich zuerst ein kleiner Teil mit der dritten Domäne und schnell auch eine weitere Domäne vom zweiten Typ. Die relativen Größen ändern sich so, dass der Zustand bei Position 3 in die zweite Domäne übergeht. Da während des Sprunges nur ein Teil der Probe wie in Position 4 in Abbildung 8.6 dargestellt magnetisiert ist, ist der Sprung bei der Messung deutlich niedriger als in der Simulation. Außerdem ist der Anstieg und Abfall nicht so abrupt wie berechnet.

c) Magnetfeld unter  $45^\circ$  zur Oberfläche und Einfallswinkel ebenfalls  $45^\circ$  zur Oberfläche, leichte Richtung unter  $45^\circ$  zur Einfallsebene (siehe Abbildung 8.8)

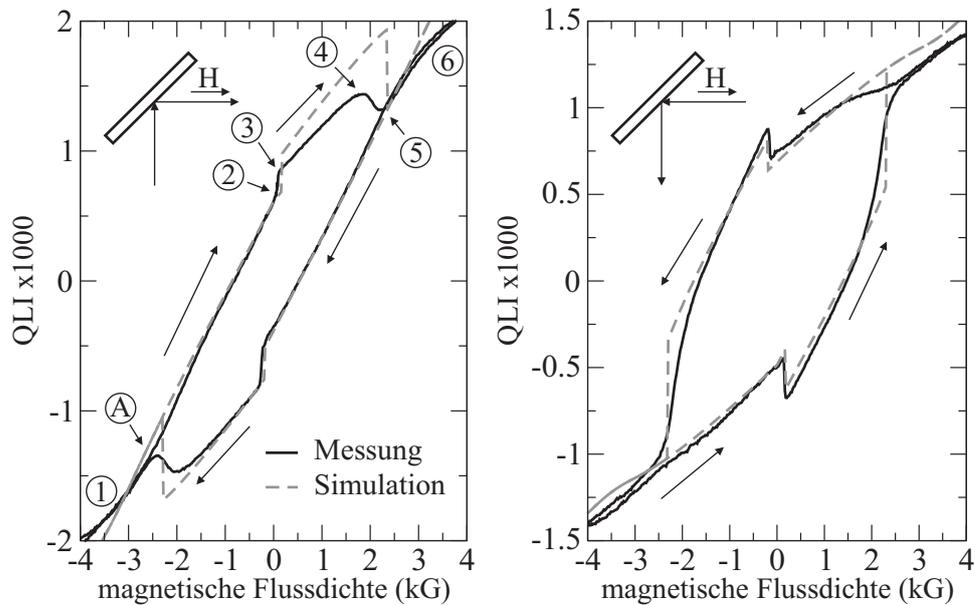


Abbildung 8.7: Vergleich zwischen Messung und Simulationsrechnung an GaMnAs-In-Plane-Probe 10529A bei Magnetfeld unter  $45^\circ$  zur Oberfläche; links: Voigt-In, Faraday-Out; rechts: Faraday-In, Voigt-Out (vergleiche hierzu Abbildung 8.8, Beschreibung: siehe Text)

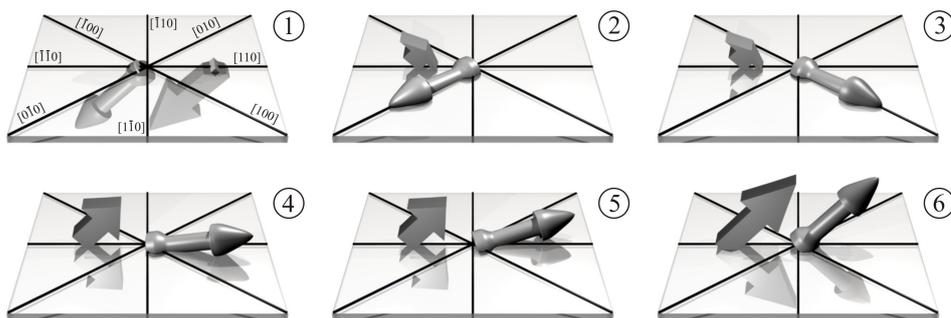


Abbildung 8.8: Verlauf der Ausrichtung der Magnetisierung bei verschiedenen Magnetfeldern unter  $45^\circ$  zur Oberfläche der Probe

Die Abbildung 8.7 stellt die Ergebnisse zweier Messungen dar, bei denen die Probe auf dem Probenhalter gegenüber der Messung in Abbildung 8.5 um  $45^\circ$  gedreht wurde, so dass die schwere Richtung [110] in der Magnetfeld- bzw. Einfallsebene liegt.

Für die Simulationsrechnung wurde hier  $\vartheta_H = 135^\circ$ ,  $\varphi_H = 43^\circ$  angesetzt und es musste die Einfallsebene in diesem Fall sogar um  $11^\circ$  gegen die Magnetfeldebene gedreht werden. Auch die Amplituden ergeben sich nicht genau so hoch wie eigentlich zu erwarten. Für die Simulation musste der magneto-optische Parameter deutlich verkleinert werden, damit die in Abbildung 8.7 zu sehende gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment erreicht wird. Q hängt also offenbar auch von der Messgeometrie ab.

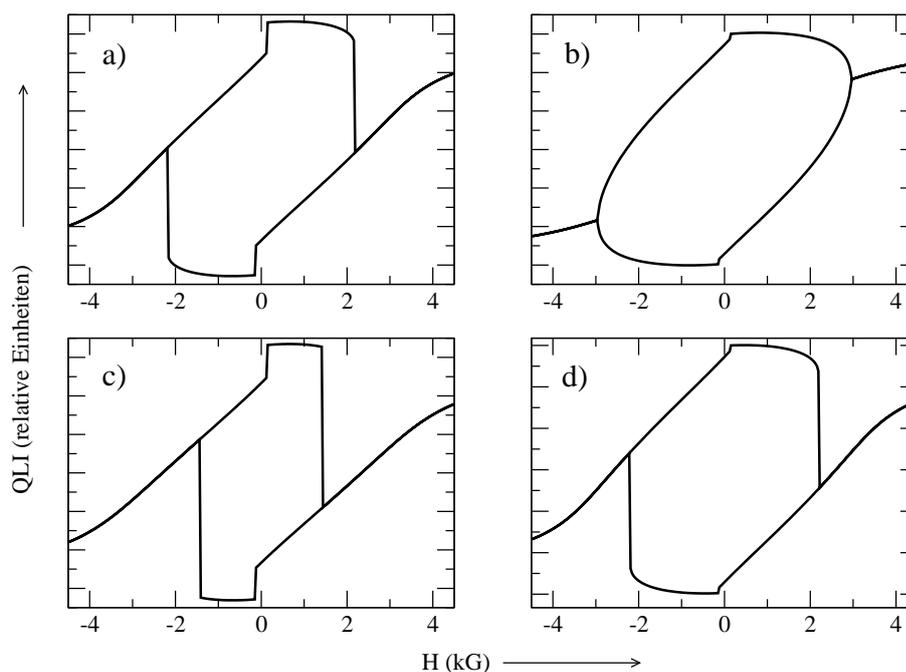


Abbildung 8.9: Darstellung simulierter Hystereseschleifen für verschiedene Sätze von Winkeln der Einfallsebene und der leichten Richtung der Probe relativ zum Magnetfeld; a) optimale Werte (passend zur Messung), b) theoretische Winkel ( $\vartheta_H = 135^\circ$ ,  $\varphi_H = 45^\circ$ ), c)  $\varphi_H$  zu groß, d)  $\varphi_H$  richtig, aber Lage der Einfallsebene relativ zum Magnetfeld nicht der Messung entsprechend

Würde man in der Simulation genau  $\varphi_H = 45^\circ$  verwenden und würde das Magnetfeld genau in der Einfallsebene liegen, ergäbe sich, dass die Hystereseschleifen erst bei höheren Feldern als 2.4 kG geschlossen sind (Position 5). Außerdem zeigt die Messung in Abbildung 8.7 eine deutlich erkennbare Asymmetrie am Punkt A: Während die Schleife von negativem Feld her kommend (Pos. 1  $\rightarrow$  2) ohne Stufe monoton über den Punkt A läuft, gibt es bei der umgekehrten Richtung eine Stufe. Die Simulation liefert das nur, wenn die vorgegebenen Winkel von den Ideal-Werten abweichen (was zu oben erwähntem Verlust der Symmetrie führt). Die Formen der Hystereseschleifen ändern sich bereits deutlich, wenn  $\varphi_H$  nur um wenige Grad von  $45^\circ$  abweicht. Um die bei kleinen Feldern von  $\pm 0.17$  kG auftretenden Stufen mit richtiger Amplitude zu simulieren, dürfen die Einfallsebene und die Ebene gebildet aus Magnetfeld und [110]-Richtung nicht zusammenfallen. Eine Abweichung des Winkels  $\vartheta_H$  von  $135^\circ$  hat auf die Form der Hystereseschleifen einen ähnlichen Einfluss wie diejenige von  $\varphi_H$ , aber in geringerer Masse. Die Abbildung 8.9 zeigt, welche Aspekte der Hystereseschleifen sich wie eben beschrieben ändern, wenn bestimmte Winkel in der Simulation verändert werden.

Abbildung 8.8 zeigt die verschiedenen Einstellungen der Magnetisierung  $\vec{M}$  bei verschiedenen Magnetfeldern, die in der Ebene, die durch die [001]- und [110]-Richtung aufgespannt wird, liegen. Wie zu erwarten, richtet sich  $\vec{M}$  bei starkem negativem Feld parallel zu  $\vec{H}$  aus (Position 1). Bei betragsmäßig sinkendem Feld dreht sich  $\vec{M}$  in die Oberfläche hinein, und ist bei  $H=0$  parallel zur  $[0\bar{1}0]$ -Richtung. Bei in positiver Richtung steigendem Feld dreht sich die Magnetisierung in der Oberfläche in Richtung  $\vec{H}$ . Position 2 zeigt die Verhältnisse kurz bevor  $\vec{M}$  von  $[0\bar{1}0]$  auf  $[100]$  springt und Position 3 zeigt die Ausrichtung von  $\vec{M}$  kurz danach. Leichte Abweichungen der Magnetisierungsrichtung von den leichten Richtungen ergeben sich aus der um einige Grad von der Magnetfeldebene abweichenden Ausrichtung der [110]-Richtung. Zwischen Position 3 und 4 dreht sich die Magnetisierung in der Probenoberfläche in die Nähe der [110]-Richtung, die allerdings als schwere Achse nicht erreicht wird. Vielmehr springt die Magnetisierung von 4 nach 5 über diese Achse hinweg. Bei Pos. 4 ist die Magnetisierung  $20^\circ$  von [110] in Richtung [100] entfernt und bei Pos. 5 ist die Magnetisierung  $20^\circ$  in Richtung

[010] gedreht. Während des gesamten Vorgangs dreht sich  $\vec{M}$  bei steigendem Feld kontinuierlich in die Oberfläche hinein und nach dem Vorzeichenwechsel von  $\vec{H}$  wieder kontinuierlich aus der Oberfläche heraus und nähert sich bei großem  $|\vec{H}|$  dem äußeren Feld an (Position 6) -  $\vec{M}$  zeigt nur Sprünge in den Komponenten, die parallel zur Schicht liegen.

d) Magnetfeld in der Probenoberfläche, kleiner Einfallswinkel, leichte Richtung in der Einfallsebene (Voigt-Konfiguration)

Abbildung 8.10 zeigt Messung und Simulation für diese Geometrie. Das Signal rührt vorwiegend vom longitudinalen Kerr-Effekt her, der wesentlich schwächer als die anderen Effekte ist. Dadurch kommt das vergleichsweise schlechte Signal/Rausch-Verhältnis bei diesen Messungen zu Stande.

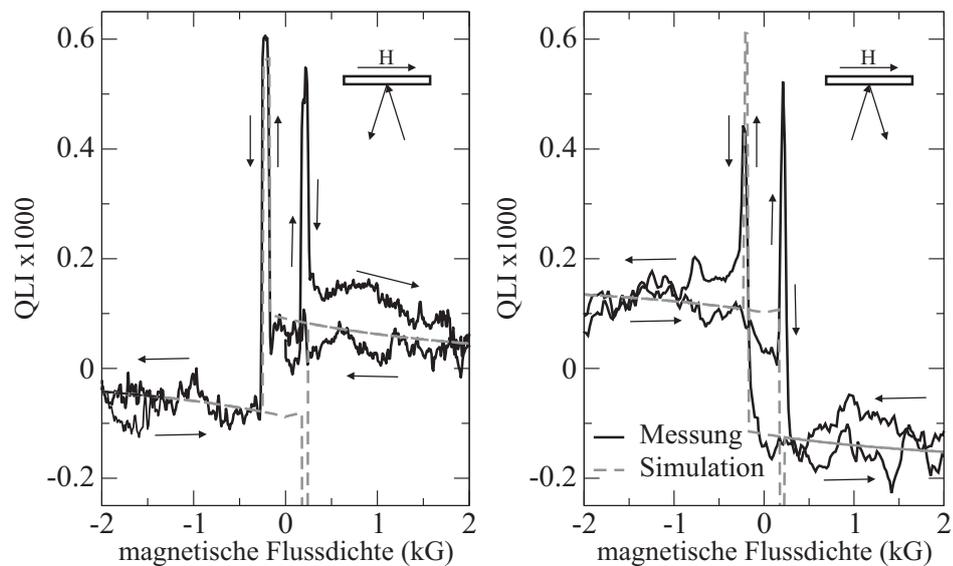


Abbildung 8.10: Vergleich zwischen Messung und Simulation nach dem Stoner-Wohlfahrt-Modell bei Probe 10529A bei  $3^\circ$  Einfallswinkel und longitudinalem Magnetfeld parallel zur leichten Richtung der Probe; bei der Messung im rechten Bild wurde der Lichtweg gegenüber der Messung im linken Bild umgekehrt

Bei den Messungen mit dem Magnetfeld in der Probenoberfläche mussten für die Simulation die Magnetfeldwinkel  $\vartheta_H = 90^\circ$ ,  $\varphi_H = -11^\circ$  eingegeben werden. Es ist energetisch gleichwertig, wenn bei der Drehung der Magnetisie-

rung von der Stellung antiparallel zum Feld zur Stellung parallel zum Feld die um  $+ 90^\circ$  oder  $- 90^\circ$  dazu gedrehte Stellung als Zwischenzustand eingenommen wird. Es hängt damit lediglich von kleinen Störungen ab, welche der Einstellungen tatsächlich von der Magnetisierung der Probe eingenommen wird. So ergibt sich, dass entweder beim Anstieg und beim Absenken die gleiche Zwischenstellung eingenommen wird (wie in Abbildung 8.10) oder beide Male eine andere (wie in Abbildung 8.11). Die Störungen sind an jedem Punkt der Probenoberfläche unterschiedlich. Bei verschiedenen Messungen trifft der Lichtstrahl eine andere Stelle und man misst die Effekte an einer anderen Domäne. Auf Grund der leicht unterschiedlichen Bedingungen in der jeweiligen Domäne ergeben sich teilweise andere Sprünge der Magnetisierung, je nachdem, welche Einstellung geringfügig günstiger ist.

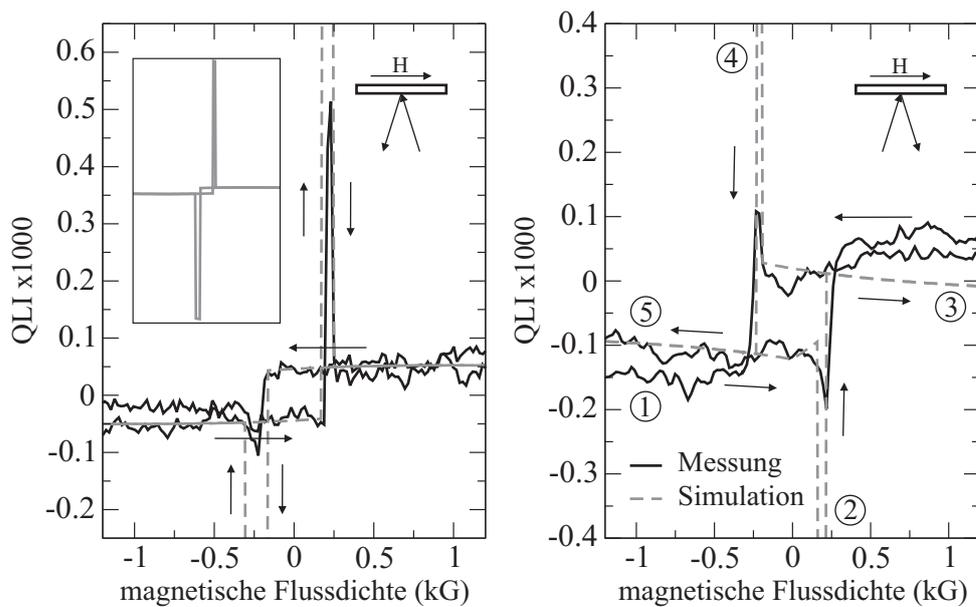


Abbildung 8.11: Vergleich zwischen Messung und Simulation nach dem Stoner-Wohlfahrt-Modell bei Probe 10529A bei  $11^\circ$  Einfallswinkel und longitudinale Magnetfeld parallel zur leichten Richtung der Probe; das Teilbild links zeigt die volle Höhe der Spitzen im Vergleich zur Höhe der Hystereseschleife bei  $B=0$ ; bei der Messung im rechten Bild wurde der Lichtweg gegenüber der Messung im linken Bild umgekehrt

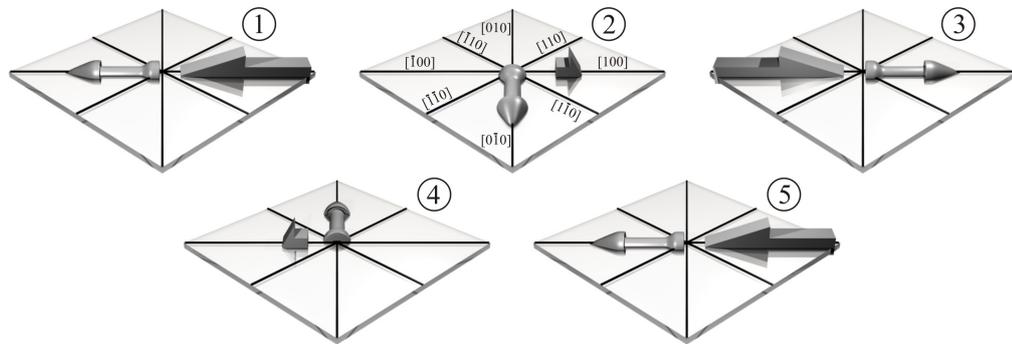


Abbildung 8.12: Darstellung der Magnetisierungsausrichtung in Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld

Bei der in Abbildung 8.11 dargestellten Messung hat sich im Vergleich zu Abbildung 8.10 der Einfallswinkel nur von  $3^\circ$  auf  $11^\circ$  geändert. Dafür musste der Lichtweg neu aufgebaut werden und die relative Lage der Einfallsebene zu den kristallografischen Achsen der Probe kann sich dabei leicht verändert haben. Für die Simulation der im linken Bild dargestellten Messung musste  $\varphi_H = -6^\circ$  eingestellt werden aber abweichend davon ein Winkel zwischen Einfallsebene und leichter Richtung von  $1.8^\circ$  (damit liegt das Magnetfeld nicht in der Einfallsebene). Für die im rechten Bild dargestellte Messung gelten die gleichen Werte mit umgekehrtem Vorzeichen und für beide gilt:  $\vartheta_H = 90^\circ$  ( $\vec{H}$  liegt stets in der Probenoberfläche). Abbildung 8.12 zeigt die Ausrichtung der Magnetisierung während der Änderung des äußeren Feldes. Die Spitzen in der Simulation in Abbildung 8.11 sind wie bereits in Abbildung 8.5 gesehen zu hoch, was wieder auf die kurzfristige Domänenbildung zurückzuführen ist. In Abbildung 8.10 stimmen die Höhen der Spitzen bei Messung und Simulation überein, was darauf hindeutet, dass sich die Eigenschaften der Probe unterscheiden, abhängig davon, welches Gebiet auf der Probenoberfläche bei der magnetooptischen Messung betrachtet wird.

e) Magnetfeld in der Probenoberfläche, großer Einfallswinkel, leichte Richtung in der Einfallsebene (streifender Einfall in Faraday-Konfiguration)

In dieser Messgeometrie ergibt sich die üblicherweise zu erwartende rechteckige Form der Hystereseschleifen, aber die Amplitude ist sehr gering, was

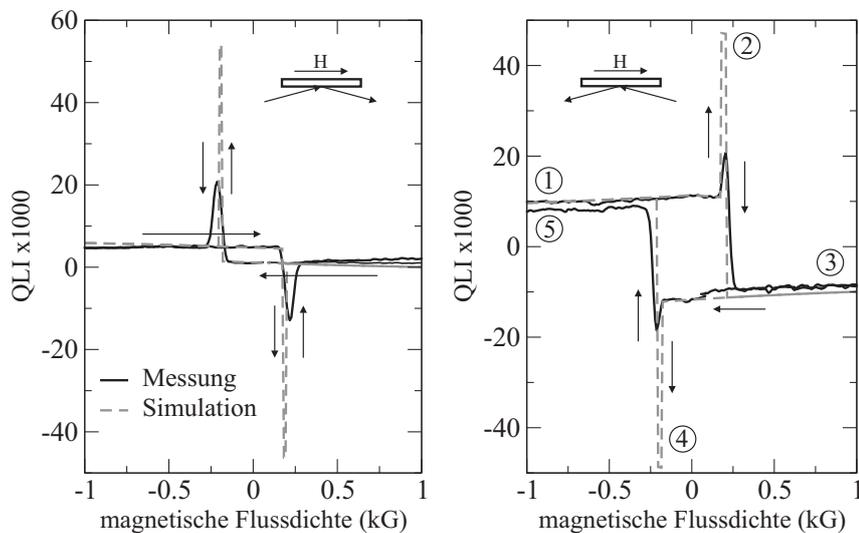


Abbildung 8.13: Vergleich zwischen Messung und Simulation nach dem Stoner-Wohlfahrt-Modell bei Probe 10529A bei 85° Einfallswinkel und longitudinalem Magnetfeld parallel zur leichten Richtung der Probe; bei der Messung im rechten Bild wurde der Lichtweg gegenüber der Messung im linken Bild umgekehrt

wieder an der geringen Stärke des longitudinalen Kerr-Effekts liegt. Außerdem zeigen sich an den Schleifenenden markante Spitzen. Diese ergeben sich wie schon bei der Messung bei kleinem Einfallswinkel daraus, dass die Magnetisierung in der Ebene umklappt und damit für einen kleinen Bereich des äußeren Magnetfeldes senkrecht zur Einfallsebene steht. Man erkennt deutlich, dass die Form der Hystereseschleifen in den Abbildungen 8.13 und 8.11 bis auf ein Vorzeichen identisch sind. Das liegt daran, dass das Magnetfeld in gleicher Weise angelegt wurde aber das Kerr-Signal im Falle einer Magnetisierung in der Schichtebene bei Einfallswinkeln größer dem Brewster-Winkel ein anderes Vorzeichen aufweist als bei kleinen Einfallswinkeln (siehe Abbildung 7.8 auf Seite 117).

In der linken Hälfte von Abbildung 8.13 sind die Spitzen wieder zu hoch und auch zu schmal, was wieder die Annahme bekräftigt, dass die Magnetisierung graduell von einem in den anderen Zustand übergeht und nur ein gewisser Anteil senkrecht zur Magnetfeldrichtung magnetisiert ist. Die Amplituden

sind bei diesen Messungen deutlich höher als es sich mit dem erwähnten magnetooptischen Parameter ergibt. Deshalb musste  $Q$  um etwa einen Faktor 30 erhöht werden.

f) Magnetfeld in der Probenoberfläche, großer Einfallswinkel, leichte Richtung unter  $45^\circ$  zur Einfallsebene

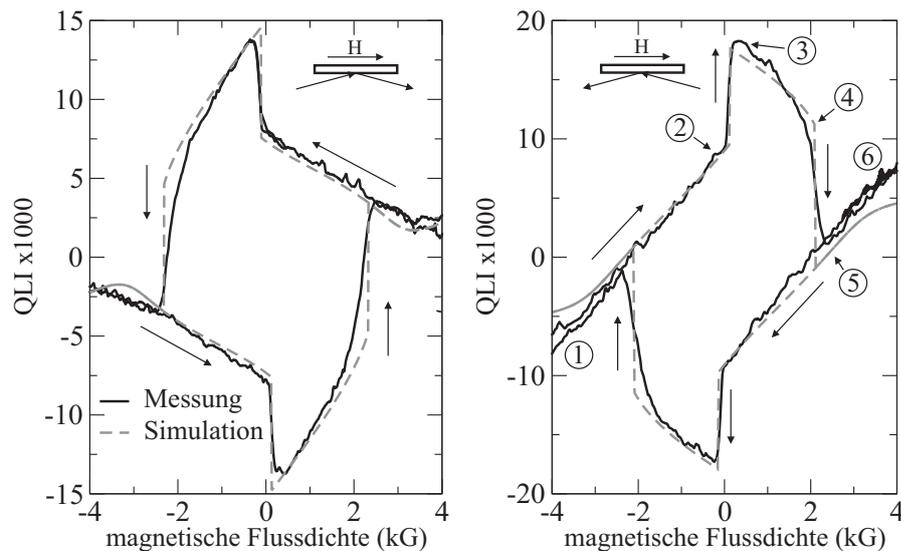


Abbildung 8.14: Vergleich zwischen Messung und Simulation der Hysterese nach dem Stoner-Wohlfahrt-Modell für GaMnAs-In-Plane-Probe 10529A bei longitudinale Magnetfeld parallel zur schweren Richtung der Probe; bei der Messung im rechten Bild wurde der Lichtweg gegenüber der Messung im linken Bild umgekehrt

Für die Simulation in Abbildung 8.14 wurden die Winkel des Magnetfeldes wie folgt vorgegeben:  $\vartheta_H = 90^\circ$ ,  $\varphi_H = 43.4^\circ$  und  $Q$  musste mit 8 multipliziert werden. Die Einfallsebene weicht um  $4^\circ$  von der Magnetfeldebene ab. Abbildung 8.15 zeigt die jeweilige Ausrichtung der Magnetisierung bei verschiedenen Magnetfeldern (entsprechend den Position 1-6 in Abbildung 8.14).

Bei longitudinal angelegtem Magnetfeld bleibt die Magnetisierung bei einer Probe mit leichter Richtung in der Schichtebene stets in der Probenoberfläche. Bei starkem negativen Feld ist die Magnetisierung parallel zu diesem

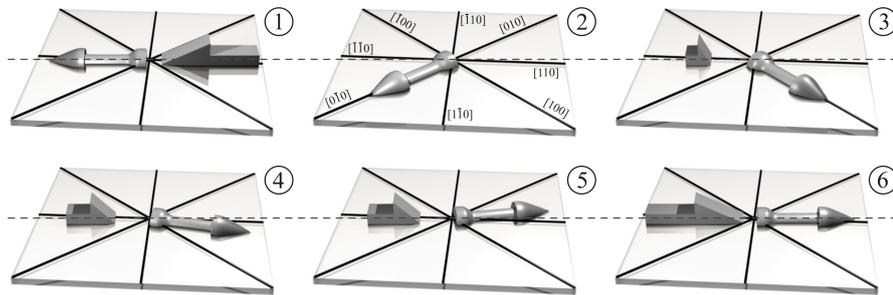


Abbildung 8.15: Darstellung der Magnetisierungsausrichtung während des Ummagnetisierungsvorganges in GaMnAs-Probe 10529A bei einem Magnetfeld in der Oberfläche der Probe unter einem kleinen Winkel gegen die  $[110]$ -Richtung (siehe auch gestrichelte Linie zur Verdeutlichung - nähere Beschreibung: siehe Text)

(Position 1). Bei schwächer werdendem Feld dreht sich die Magnetisierung kontinuierlich in Richtung der leichten Achse, die bei  $H=0$  auch erreicht wird (Position 2). Bei sehr schwachem positiven Feld dreht sich die Magnetisierung wieder etwas aus der leichten Richtung heraus und springt dann abrupt um  $90^\circ$  zu der anderen leichten Richtung, die der neuen Magnetfeldrichtung näher liegt (Position 3). Von dort aus dreht sich  $\vec{M}$  bei weiter steigendem Feld wieder kontinuierlich auf die schwere Richtung parallel zum äußeren Feld zu. Bevor allerdings die schwere Richtung  $[110]$  erreicht wird, klappt die Magnetisierung in eine Richtung zwischen  $\vec{H}$  und der  $\vec{H}$  nächstliegenden leichten Richtung (Kompromiss zwischen magnetostatischer und Anisotropieenergie - Position 4 nach 5). Schließlich dreht sich  $\vec{M}$  mit steigendem Feld parallel zu  $\vec{H}$  (Position 6). Bei wieder abnehmendem Feld wird der Zyklus in gleicher Weise durchlaufen, allerdings sind die Winkel zwischen Magnetisierung und leichter Richtung genau um  $180^\circ$  verschoben.

Die Messungen in Abbildung 8.14 zeigen deutliche Ähnlichkeiten zu den Messungen in Abbildung 8.7. Die Unterschiede ergeben sich nur aus dem Heraus- bzw. Hineindreuen der Magnetisierung aus der bzw. in die Oberfläche wenn  $\vec{H}$  nicht parallel dazu ist.

g) Hystereseschleifen bei verschiedenen Temperaturen

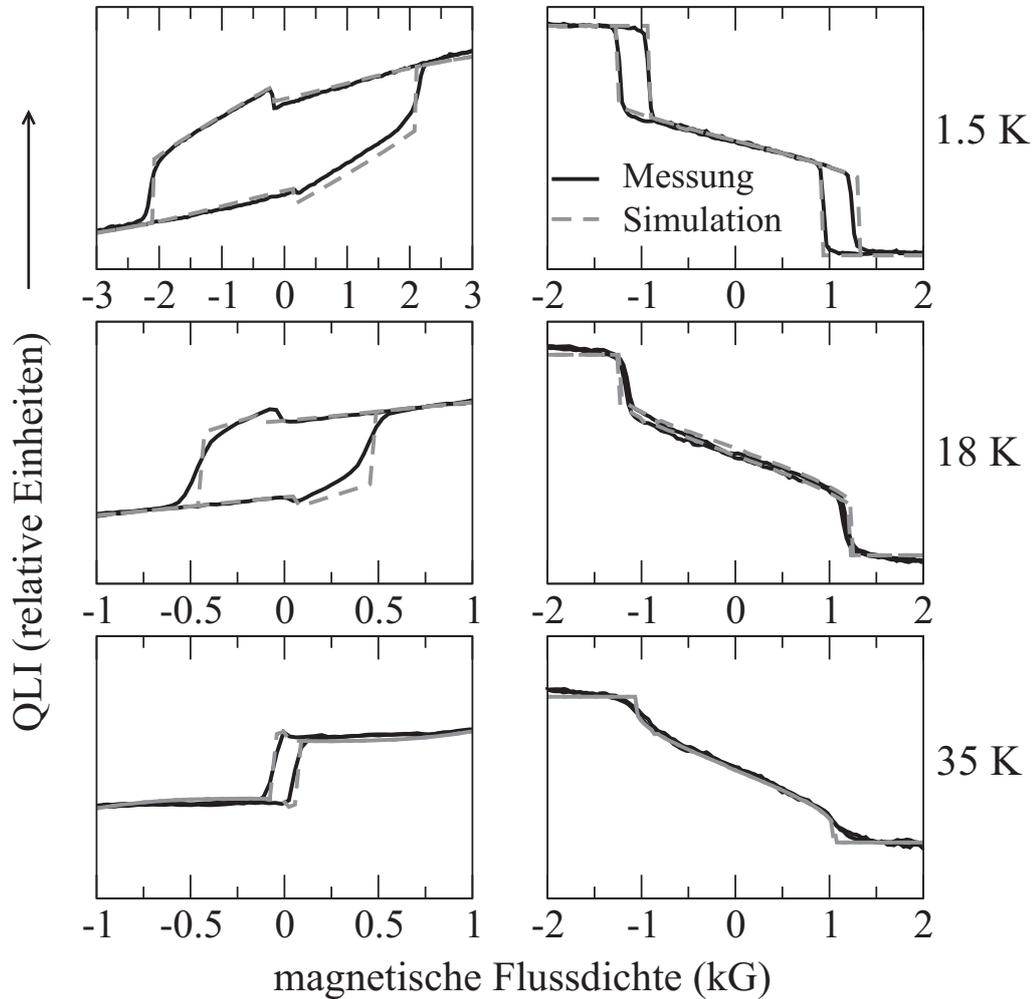


Abbildung 8.16: magnetooptischer Kerr-Effekt an GaMnAs-Probe 10529A (In-Plane) bei verschiedenen Temperaturen,  $\lambda = 755.3$  nm; links: Magnetfeld unter  $45^\circ$  zur Oberfläche, rechts: Magnetfeld senkrecht zur Probenoberfläche

Im Rahmen der bisherigen Hysteresebetrachtungen wurde ein Satz Anisotropieparameter benutzt und das Koordinatensystem so gedreht, dass die Magnetfeldrichtung auf die leichte Achse bezogen ist. Wenn die Temperatur verändert wird, bleibt die Lage des Magnetfeldes jeweils gleich, aber die Anisotropieparameter ändern sich. Dadurch kann sich auch die Lage der leichten Richtung ändern.

Abbildung 8.16 zeigt Messungen des magnetooptischen Kerr-Effekts bei drei verschiedenen Temperaturen. Man erkennt, dass die Breite der Hystereseschleifen mit steigender Temperatur schnell abnimmt. Die linke Hälfte der Abbildung zeigt Messungen bei denen das Magnetfeld unter  $45^\circ$  zur Oberfläche steht. Dabei verändert sich die Form der Hystereseschleife von der aus Abschnitt c) bekannten Form hin zur Form aus Abschnitt b). Das bedeutet, dass sich die leichte Richtung in der Oberfläche mit steigender Temperatur verändert. Während bei tiefer Temperatur die  $[100]$ -Richtung leicht und  $[110]$  schwer zu magnetisieren ist, ist es bei hohen Temperaturen umgekehrt. Die Abnahme der Amplituden der Messungen mit der Temperatur resultiert aus der sinkenden spontanen Magnetisierung.

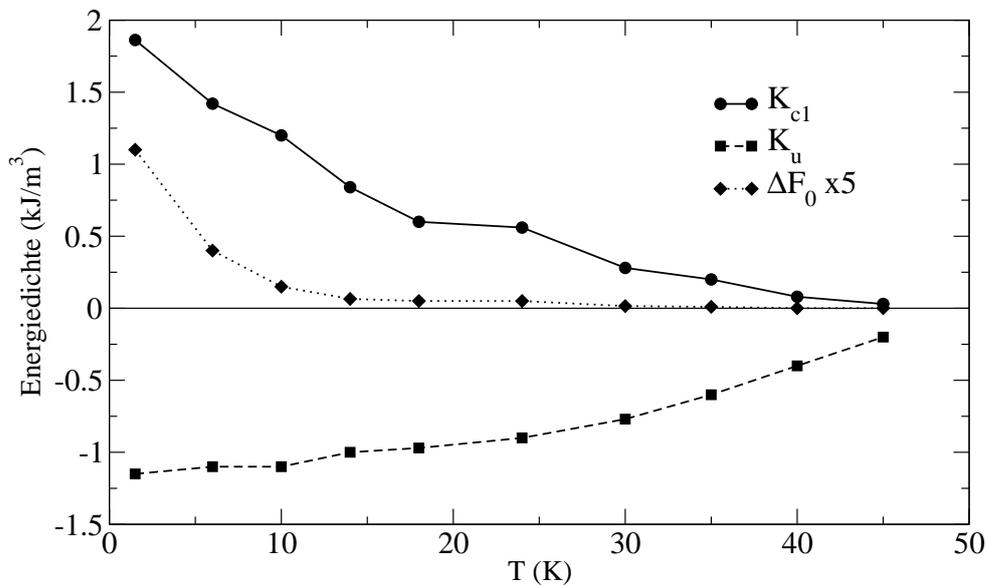


Abbildung 8.17: Anisotropieparameter der GaMnAs-Probe 10529A in Abhängigkeit von der Temperatur, bestimmt aus den jeweiligen Hystereseschleifen

Durch Anpassung der Simulationsrechnungen an die Messungen ergeben sich die in Abbildung 8.17 dargestellten Anisotropieparameter. Deutlich zu sehen ist die schnelle Abnahme der Domänenbildungsenergiesdichte  $\Delta F_0$  die bereits bei 14 K praktisch 0 ist. Analog dazu sinkt auch die Kristallanisotropie (repräsentiert durch  $K_{c1}$ ) ab, jedoch nicht ganz so schnell - die 0 wird

erst bei etwa 45 K erreicht. Am langsamsten fällt der Betrag der uniaxialen Anisotropie  $K_u$  mit der Temperatur ab. Die Probe bleibt deshalb stets vom In-Plane-Typ. Die Curie-Temperatur liegt bei 42.6 K, weshalb der Messwert bei 45 K nur als grobe Abschätzung dienen kann, da das Stoner-Wohlfahrt-Modell dort nicht mehr anwendbar ist. Nach Welp *et al.* [4] existiert neben der Kristallanisotropie zusätzlich ein uniaxialer Beitrag in der Ebene, dessen Wert sich ebenfalls mit der Temperatur ändert. Damit lässt sich die Veränderung der Lage der leichten Richtung erklären.

#### h) Hystereseschleifen anderer GaMnAs-Proben

Die GaMnAs-Probe 10914A verfügt über einen deutlich größeren Mn-Anteil als die bisher betrachtete Probe 10529A (8% statt 1.4%). Wird das Magnetfeld unter einem Winkel von  $45^\circ$  zur Oberfläche angelegt, so zeigt sich trotzdem ein ähnliches Verhalten. Die resultierenden Anisotropie-Parameter sind in Tabelle 8.2 aufgeführt. Da keine Messung der Sättigungsmagnetisierung vorlag, wurde die Sättigungsmagnetisierung aus der nominalen Mangan-Konzentration berechnet ( $M_S = 90666 \frac{A}{m}$ ).

Tabelle 8.2: Anisotropieparameter für weitere GaMnAs-Probe

Probe	$M_s$ [A/m]	$K_{cl}$ [kJ/m <sup>3</sup> ]	$K_u$ [kJ/m <sup>3</sup> ]	$\Delta F$ [kJ/m <sup>3</sup> ]
10914A	90666	6.48	1.73	0.41
00315A	34000	3.74	6.12	1.1

Abbildung 8.18 zeigt zwei Hystereseschleifen von Probe 10914A. Einmal wurde die Probe so ausgerichtet, dass die leichte Richtung in der Einfallsebene liegt, wobei sich in der Messung eine rechteckige Hysterese bei sehr kleinem Magnetfeld ergibt und zusätzlich zwei Sprünge nach oben an den Enden der Schleife, wenn sich die Magnetisierung neu ausrichtet. Wie bei Probe 10529A gesehen, kann es je nach betrachteter Domäne vorkommen, dass bei Erhöhung und beim Absenken des äußeren Feldes jeweils eine unterschiedliche Zwischenposition für die Magnetisierung energetisch ein wenig günstiger ist, oder beide Male die selbe. In der Messung zeigen die beiden nach oben gehenden Spitzen, dass sich die Magnetisierung, wenn sie sich neu ausrichtet,

immer in die gleiche Zwischenposition begibt. Die Simulationsrechnung liefert wieder zwei um  $180^\circ$  verschiedene Zwischenpositionen, da alle Potentialberge zwischen den energetischen Minima gleich hoch sind, und somit die symmetrische Variante bevorzugt wird. Die zweite Messung in Abbildung 8.18 zeigt die Hystereseschleife, die auftritt, wenn die Einfallsebene und das Magnetfeld unter  $45^\circ$  zur leichten Richtung liegen. Diese Form ist wieder identisch zu Probe 10529A wie in Abschnitt c) gezeigt.

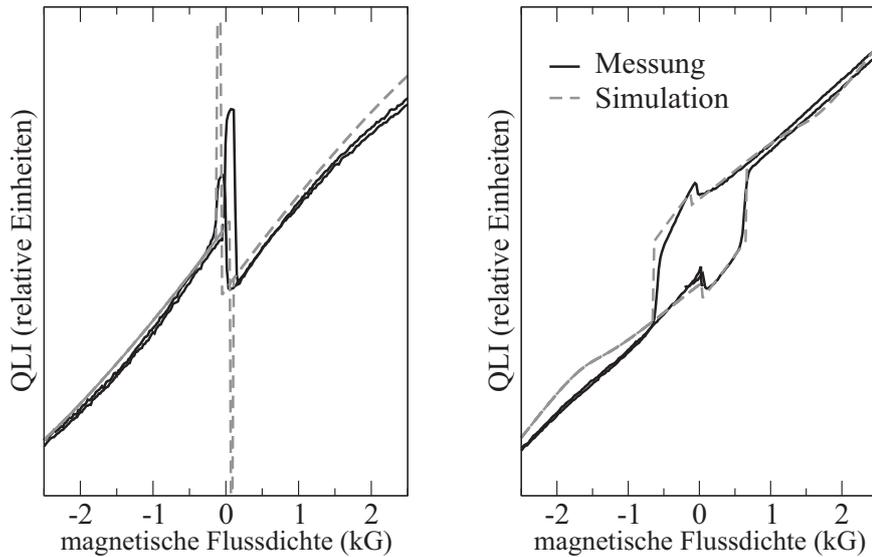


Abbildung 8.18: Vergleich von Messung und Simulationsrechnung für Probe 10914A bei Anlegen des Magnetfeldes unter  $45^\circ$  zur Oberfläche; links: leichte Richtung liegt in der Einfallsebene, rechts: leichte Richtung liegt unter  $45^\circ$  zur Einfallsebene

Abbildung 8.19 zeigt Messungen und Simulationsrechnungen an GaMnAs-Out-Of-Plane-Probe 00315A. Diese Probe zeigt bei den meisten Messgeometrien die typischen rechteckigen Hystereseschleifen von Ferromagneten, wie sie aus Lehrbüchern bekannt sind. Die bisherigen Messungen an Probe 10529A und 10914A haben gezeigt, dass interessante Hystereseformen zu erwarten sind, wenn das Magnetfeld unter einem möglichst großen Winkel zur leichten Richtung angelegt wird. Dies entspricht für Probe 00315A einer Ausrichtung des Magnetfeldes parallel zur Oberfläche. Dies zeigt die rechte Hälfte von Abbildung 8.19. Die Sättigungsmagnetisierung dieser Probe beträgt

ca.  $34 \cdot 10^3 \frac{\text{Å}}{\text{m}}$ . Dieser Wert stammt von Liu *et al.* [51] die mit Hilfe anderer Messmethoden auch die Anisotropieparameter dieser Probe bestimmt und angegeben haben. Ausgehend von diesen Werten (siehe Tabelle 8.2) wurde versucht eine möglichst gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation zu erreichen. Liu *et al.* können die Domänenbildungsenergie nicht angeben, aber aus der linken Messung in Abbildung 8.19 lässt sie sich leicht bestimmen. Bei der Messung mit einem Magnetfeld parallel zur Oberfläche der Probe war die Simulation mit den angegebenen Parametern nicht erfolgreich. Die Bereiche hohen Magnetfeldes zeigen zwar gute Übereinstimmung, jedoch treten die starken Spitzen in der Nähe von  $H = 0$  in der Simulation nicht auf. Dies konnte auch durch Variation der Anisotropieparameter nicht erreicht werden.

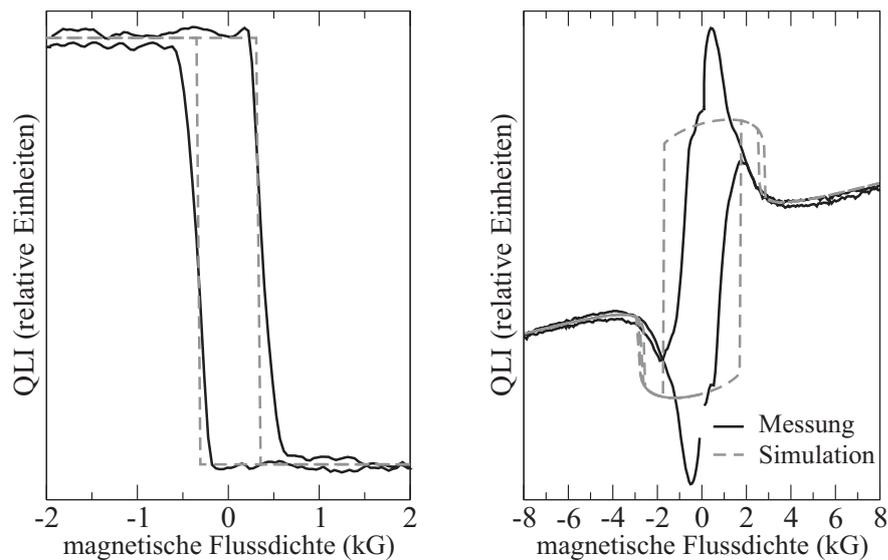


Abbildung 8.19: Vergleich von Messung und Simulationsrechnung für Out-Of-Plane-Probe 003124A; links: Magnetfeld senkrecht zur Probenoberfläche, rechts: Magnetfeld parallel zur Oberfläche

Allgemein kann gesagt werden, dass die besten Simulationsergebnisse nur bei Proben zu erwarten sind, die bei verschiedenen Messgeometrien signifikante Strukturen aufweisen. Bei Proben mit rechteckigen Hystereseschleifen kann man nur die Sprungpositionen in der Simulation an die Messung an-

passen. Diese werden aber sowohl von der Kristallanisotropie als auch der Domänenbildungsenergie beeinflusst. Die uniaxiale Anisotropie hat keinen Einfluss darauf, so lange sie klein genug ist, dass die Probe weiterhin von Out-Of-Plane-Typ ist. Bei einer rechteckigen Hystereseschleife hat man nur eine Information, aber drei Parameter.

## 8.2 Wellenlängenabhängigkeit des magnetischen Zirkulardichroismus bei gesättigter Magnetisierung

Abbildung 8.20 zeigt die MCD-Spektren an zwei verschiedenen GaMnAs-Proben. Man erkennt deutlich, dass die Kurven trotz unterschiedlicher Mn-Konzentrationen (1.4% bei 10529A, 3% bei 00315A) fast identisch sind.

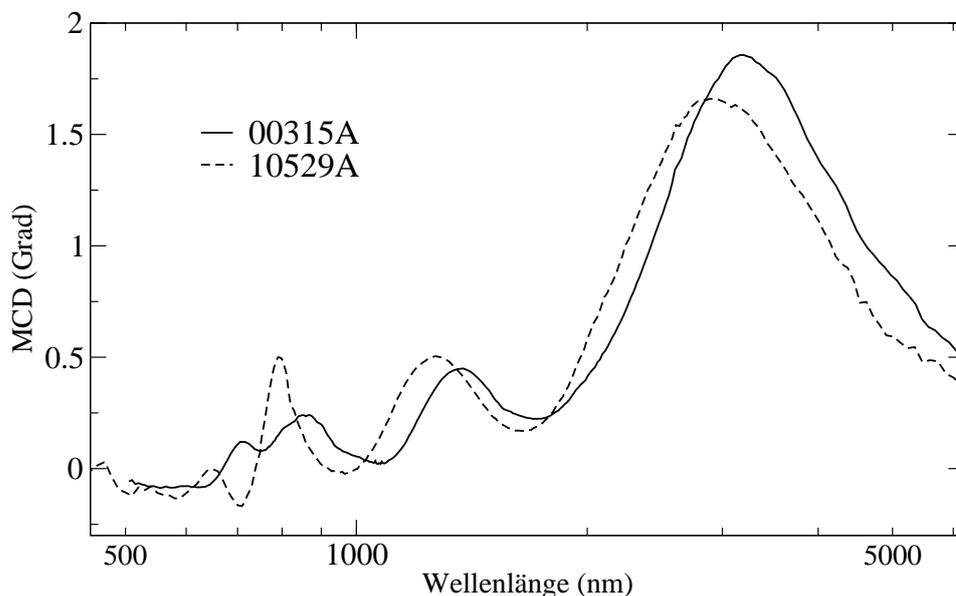


Abbildung 8.20: magnetischer Zirkulardichroismus an GaMnAs-Probe 10529A (In-Plane) und GaMnAs-Probe 00315A (Out-Of-Plane) bei einem konstanten Magnetfeld von 4.5 kG (Skala der Abszisse logarithmisch)

Die Tatsache, dass die Formen der Spektren bei Probe 10529A und Probe 00315A fast gleich sind, obwohl die Mn-Konzentrationen unterschiedlich sind, deutet darauf hin, dass die Form vor allem durch Interferenzen der an den verschiedenen Grenzflächen in der Probe reflektierten Strahlen hervorgerufen wird (siehe auch [67]). Die einzigen Unterschiede zeigen sich im sichtbaren Spektralbereich, in dem die Strukturen der Probe mit höherem Mn-Gehalt breiter sind als die bei der niedrigeren Probe. Das deutet an, dass die höhere Mangan-Konzentration zu einer höheren Dämpfung in der Epischicht führt. Die Amplitude wird jeweils linear von der Magnetisierung beeinflusst.

Aus den Messungen im Infraroten können somit keine Daten gewonnen werden, die über die von R. Lang erzielten Ergebnisse hinausgehen.

# Kapitel 9

## Resultate GaMnSb

### 9.1 Hystereseformen und deren Deutung

In den untersuchten GaMnAs-Proben scheint die Kopplung aller Mangan-Atome praktisch vollständig ferromagnetisch zu sein, was man vor allem an der Sättigung der Proben bereits bei relativ niedrigem Feld erkennt.

Im Gegensatz dazu zeigt sich in polarer Geometrie bei großen Feldern bei den GaMnSb-Proben nach den bereits bei kleinem Feld geschlossenen Hystereseschleifen ein weiterer Anstieg des Messsignals und damit der Magnetisierung.

Abbildung 9.1 stellt Messungen des MCD an der Out-Of-Plane-Probe 21105C bei 1.8 K und 18 K dar. Unter der Annahme, dass in der Probe ein gewisser Anteil der Mn-Ionen ferromagnetisch koppelt und die restlichen Mn-Ionen nur als isolierte paramagnetische Ionen agieren, wurde bei hohem Feld - d.h. dort wo der ferromagnetische Anteil gesättigt und damit konstant ist - die Brillouin-Funktion eines Paramagneten an die Messung angepasst. Das Ergebnis ist als Kurve a) in Abbildung 9.1 zu sehen (zur besseren Sichtbarkeit ein wenig nach oben verschoben). Wird dieser paramagnetische Anteil von der Messung abgezogen, so ergibt sich die Kurve b) bei der man die durch die konstante Linie angedeutete Sättigung erkennen kann. Oberhalb der Curie-Temperatur ergibt auch der bei niedrigen Temperaturen ferromagnetische Anteil nur noch eine Brillouin-Funktion, allerdings ist an Stelle der

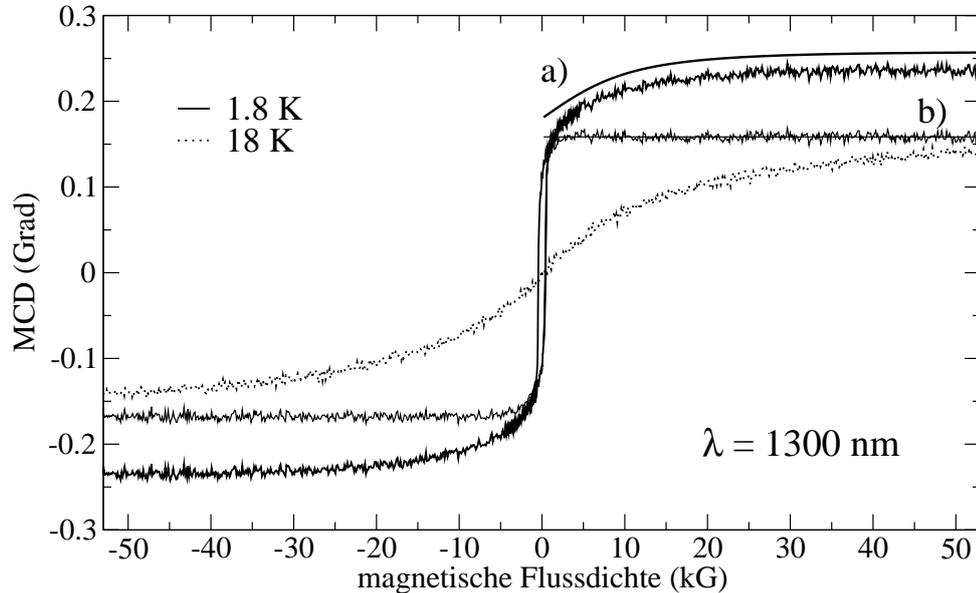


Abbildung 9.1: MCD an GaMnSb-Probe 21105C (Out-Of-Plane) in Abhängigkeit von der magnetischen Flussdichte - nähere Beschreibung: siehe Text

absoluten Temperatur die Differenz zur Curie-Temperatur in entsprechende Formeln einzusetzen. Aus der Amplitude von Kurve a) in Vergleich zur b) ergibt sich, dass ein Anteil von 33% der Mn-Ionen isoliert paramagnetisch agieren. Für alle weiteren Auswertungen wurde von allen Messkurven der paramagnetische Anteil abgezogen, so dass z.B. bei der Temperaturabhängigkeit der reine ferromagnetische Anteil betrachtet werden kann. Für diese Probe liefert damit der Arrott-Plot eine Curie-Temperatur von 9 K.

Bei Probe 21104C ergibt der Arrott-Plot  $T_C = 15.8$  K und es ist in Abbildung 9.2 zu sehen, dass keine zentrale rechteckige Hysterese vorhanden ist, sondern ähnlich wie bei GaMnAs-Probe 10529A seitlich versetzte Hystereseschleifen. In der Nähe von  $H=0$  ist aber hierbei der MCD nicht 0, sondern es verbleibt eine kleine Remanenz. Das und die stark abgerundeten Enden der Hystereseschleifen zeigen, dass hier nicht nur eine, sondern viele Domänen gleichzeitig gemessen werden, deren Anisotropieparameter zwar unterschiedlich sind, aber dennoch stets eine In-Plane-Probe charakterisieren. Eine Abschätzung des magnetooptischen Parameters  $Q$  aus den Amplituden von Kerr-Drehung

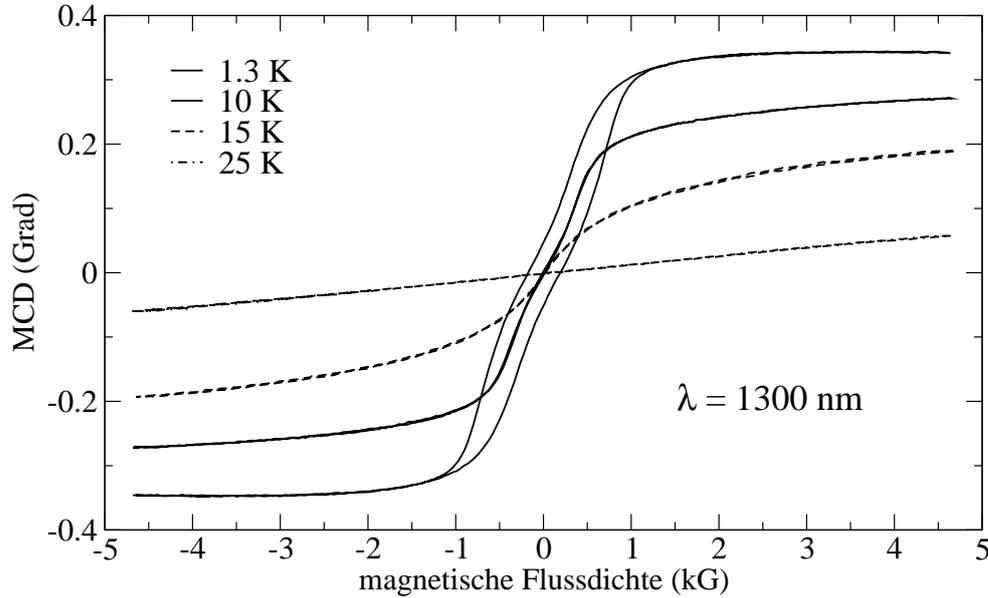


Abbildung 9.2: MCD an GaMnSb-Probe 21104C (In-Plane) in Abhängigkeit von der magnetischen Flussdichte bei verschiedenen Temperaturen

und MCD in polarer Messgeometrie bei 1300 nm liefert:

$$Q_{21104C} = 0.014 + i \cdot 0.0011 \quad (9.1)$$

Abbildung 9.3 zeigt eine Messung des MCD bei 1300 nm an der In-Plane-Probe 21104C. Da die Mn-Ionen und auch Gitterfehler oder Verunreinigungen ungleichmäßig in der Probe verteilt sind, unterscheiden sich die Anisotropieparameter der verschiedenen Domänen teilweise deutlich. Um dies zu simulieren wurde ein Ensemble von 100 zufällig generierten Domänen gewählt, deren Anisotropieparameter von dem vorgegebenen Mittelwert (siehe Tabelle 9.1) um bis zu 80% abweichen dürfen. In Abbildung 9.3 wurde zum Vergleich der Kurvenform neben dem eigentlichen Ergebnis auch eine Rechnung mit nur einer Domäne mit den mittleren Anisotropieparametern eingezeichnet (zur besseren Unterscheidung nach rechts verschoben). Obwohl an der sehr ähnlichen GaMnAs-Probe 10529A viele Messungen mit unterschiedlichen Messaufbauten durchgeführt wurden, bei denen sicher nicht jedes Mal

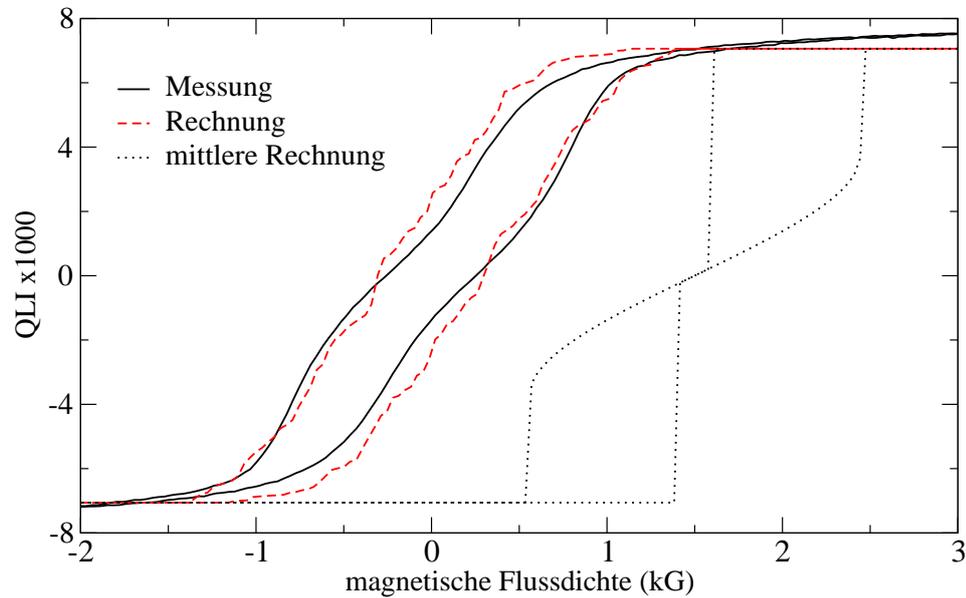


Abbildung 9.3: MCD an GaMnSb-Probe 21104C (In-Plane) in Abhängigkeit von der magnetischen Flussdichte im Vergleich zu Simulationsrechnungen ( $\lambda = 1300$  nm); nähere Beschreibung: siehe Text

die selbe Domäne betrachtet wurde, zeigten sich dabei nur geringe Unterschiede in den Hystereseschleifen. Das deutet darauf hin, dass sie deutlich homogener ist als Probe 21104C.

Tabelle 9.1: mittlere Anisotropieparameter von GaMnSb-Probe 21104C

$M_s$ [A/m]	$K_{c1}$ [kJ/m <sup>3</sup> ]	$K_u$ [kJ/m <sup>3</sup> ]	$\Delta F_0$ [kJ/m <sup>3</sup> ]
16363	1.3	-0.72	0.75

Eine Probe mit besonders großem paramagnetischen Beitrag ist 70314B. Wie in Abbildung 9.4 zu erkennen ist, ist die Hystereseschleife selbst bei tiefen Temperaturen extrem schmal. Die maximale Kerr-Drehung am oberen Ende der Hystereseschleife bei ca. 0.5 kG beträgt nicht mehr als 10% der Maximalamplitude bei großen Feldern. Probe 70314B beinhaltet lediglich 2% Mn, von denen offenbar 90% als isolierte Ionen agieren und nicht ferromagnetisch koppeln. Auf Grund der geringen Breite der Hystereseschleife ist eine An-

passungsrechnung in Bezug auf die Anisotropieparameter dieser Probe nicht sinnvoll. Auch um Remanenz und Koerzitivfeld auszuwerten, liegen zu wenige Messpunkte vor.

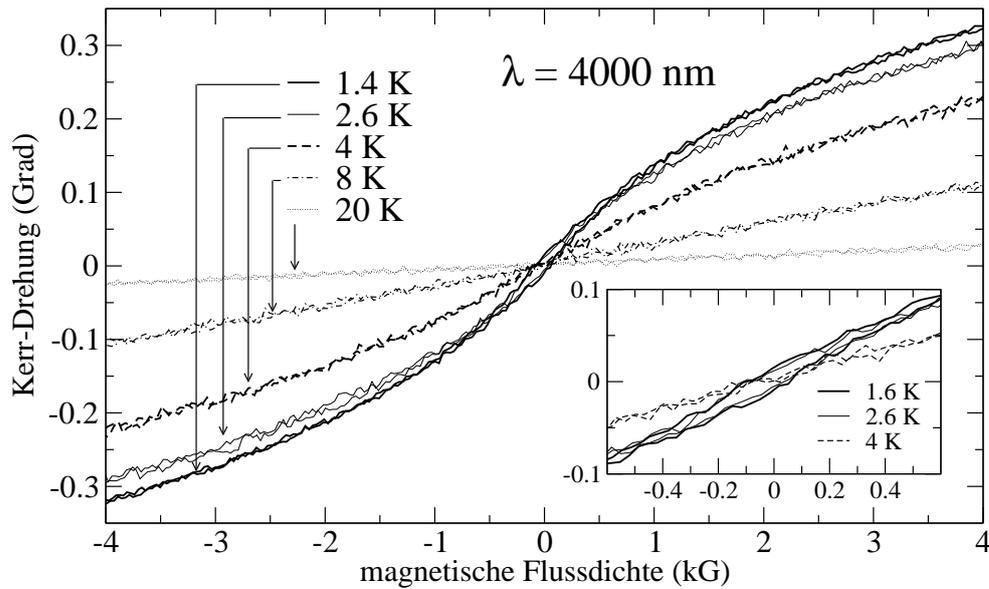


Abbildung 9.4: MCD an GaMnSb Probe 70314B gemessen bei 4000 nm bei verschiedenen Temperaturen; das Teilbild zeigt eine Vergrößerung der eigentlichen Hysterese bei kleinen Feldern - die Achsenskalierung ist wiederum Kerr-Drehung (Grad) über Flussdichte (kG)

## 9.2 Wellenlängenabhängigkeit des magnetooptischen Kerr-Effekts und des magnetischen Zirkulardichroismus bei gesättigter Magnetisierung

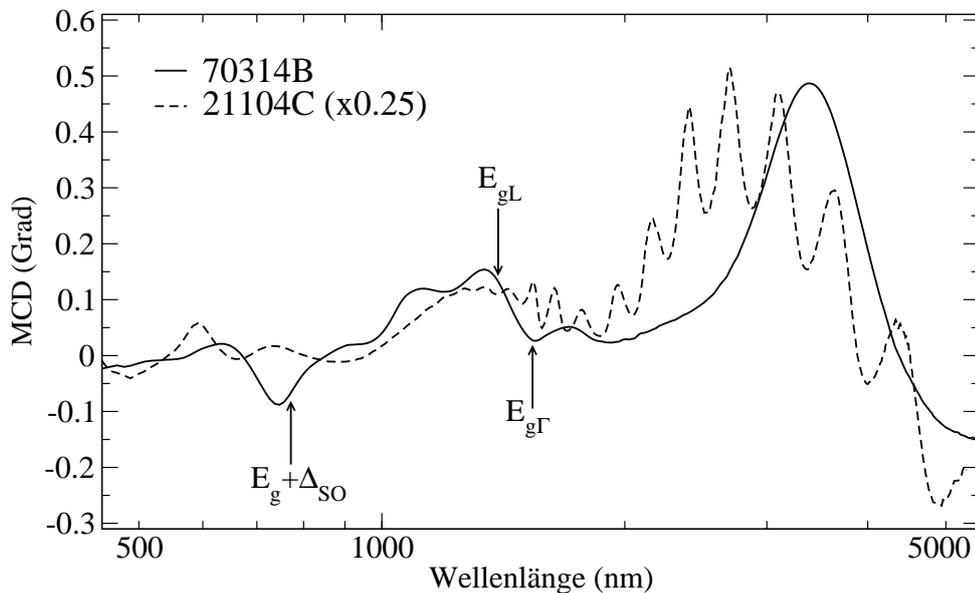


Abbildung 9.5: MCD an GaMnSb in Abhängigkeit von der Wellenlänge;  $B=4.5$  kG,  $T=1.8$  K

Abbildung 9.5 zeigt den MCD an zwei verschiedenen GaMnSb-Proben bei  $B=4.5$  kG und  $T=1.8$  K. Probe 70214B weist keine Interferenzoszillationen auf, 21104C hingegen zeigt bei Wellenlängen oberhalb der Bandlücke  $E_{g\Gamma}$  am  $\Gamma$ -Punkt deutliche Interferenzen, was daran liegt, dass sich die Proben in ihren Schichtdicken unterscheiden (Oszillationen können nur für Wellenlängen auftreten, bei denen die Probe 21104C transparent ist.).

Abbildung 9.6 zeigt das MCD-Spektrum von GaMnSb-Probe 21105C bei verschiedenen Magnetfeldstärken und Temperaturen (d.h. bei verschiedenen Magnetisierungen der Probe). Man erkennt deutlich, dass die Form stets gleich bleibt, sich die Amplitude aber proportional zur Magnetisierung verän-

dert. Stellvertretend für Proben die deutliche Interferenzen aufweisen wurde nur für Probe 21104C eine Rechnung in Abhängigkeit von der Wellenlänge durchgeführt und in Abbildung 9.7 dargestellt.

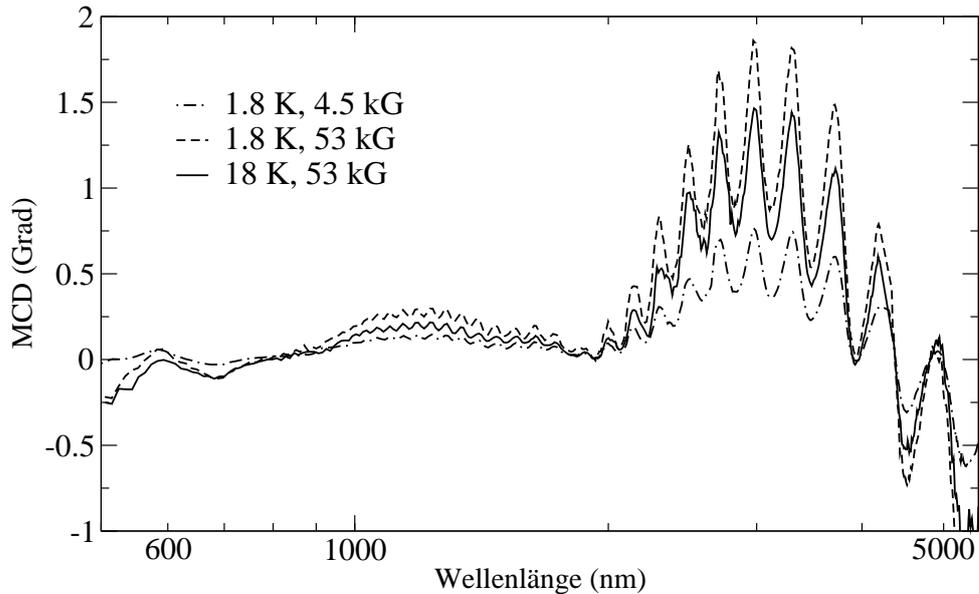


Abbildung 9.6: MCD an GaMnSb-Probe 21105C (Out-Of-Plane) in Abhängigkeit von der Wellenlänge für verschiedene Magnetfeldstärken und Temperaturen

Analog dazu zeigt Abbildung 9.8 die Rechnung für Probe 70314B und die verwendeten Parameter sind in Tabelle 9.2 aufgeführt. Da die magnetische Schicht bei dieser Probe auf einer GaSb-Buffer-Schicht aufgewachsen wurde, ist der Unterschied der Brechungsindizes zu gering um Interferenzen entstehen zu lassen. An Stelle der Transfermatrixmethode wurde die Kerr-Drehung einfach aus den Reflexionskoeffizienten nach Gleichung (2.43) bestimmt und der magnetische Zirkulardichroismus nach Gleichung (3.2) berechnet. Sowohl bei Probe 21104C als auch bei Probe 70314B zeigen sich gute Übereinstimmungen zwischen Messung und Rechnung im Bereich der Bandlücke (800-1500 nm). Zwischen 2000 und 3500 nm ist die Übereinstimmung weniger gut, was andeutet, dass Effekte in der Probe auftreten, die in der Theorie noch nicht berücksichtigt worden sind (siehe Kapitel 12).

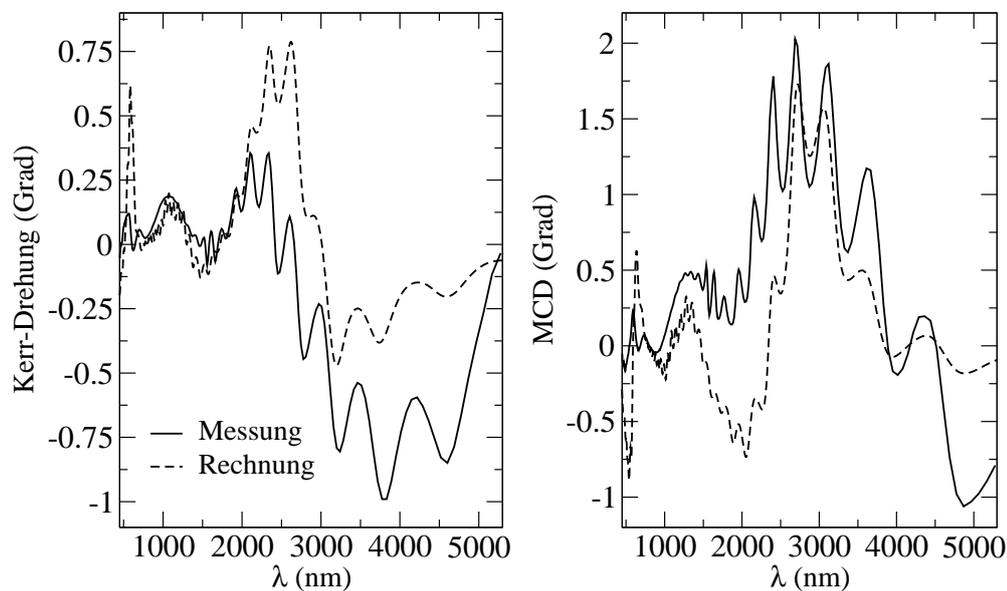


Abbildung 9.7: Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Spektren der GaMnSb-Probe 21104C bei  $T=1.6$  K und  $B=4.5$  kG

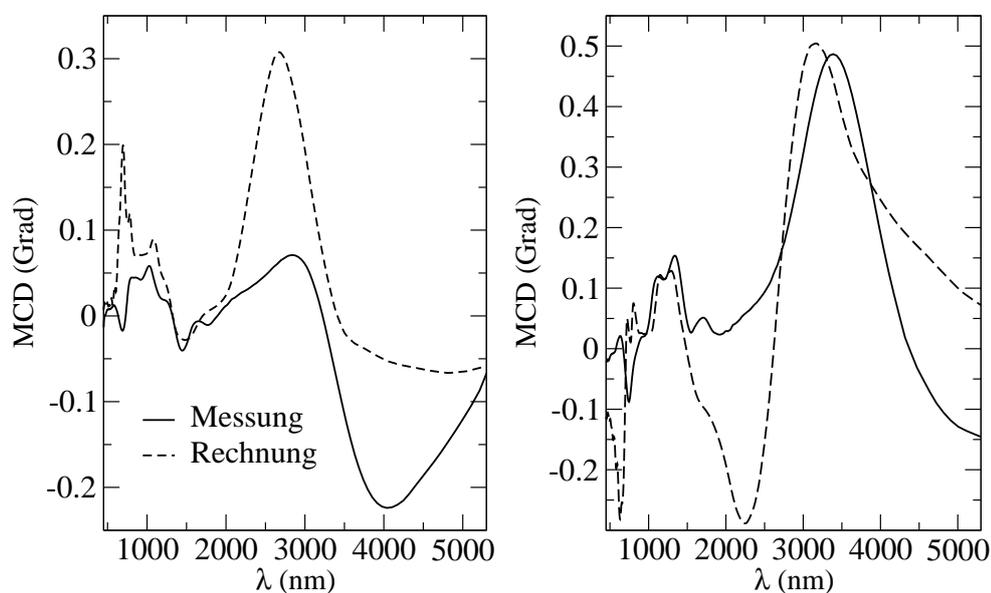


Abbildung 9.8: Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Spektren der GaMnSb-Probe 70314B bei  $T=1.6$  K und  $B=4.5$  kG

Tabelle 9.2: Parameter zur Simulation der magnetooptischen Spektren der GaMnSb-Proben

Probe	$N_0\beta$ [eV]	$E_F$ [meV]	$E_{Grenze}$ [meV]	$\Gamma$ [meV]	$\varepsilon_\infty$
21104C	1.6	-185	980	13	12.7
70314B	1.6	-160	940	23	12.7

Bei Probe 21104C musste für die Dicke der GaSb-Schicht 2420 nm eingesetzt werden, damit die in Abbildung 9.7 zu erkennende Periode der Interferenz-Oszillationen durch die Rechnung wiedergegeben wird. Der Hersteller gibt 2000 nm als Richtlinie an. Da dieser Wert aber nur aus der Wachstumszeit abgeschätzt wurde, ist es durchaus möglich, dass die tatsächliche Dicke davon im zweistelligen Prozentbereich abweicht. Die hiermit durchgeführte interferometrische Messung ist als deutlich genauer einzustufen als die übliche Dicken-Abschätzung über die Wachstumsraten.

Der Parameter  $\varepsilon_\infty$  wurde nahe dem Wert von reinem GaSb gewählt. Die Energie-Grenze  $E_{Grenze}$ , die angibt, ab welcher Energie die k-abhängige Formel für die Dipolmatrixelemente angewendet wird (siehe Kapitel 4.2), entspricht in etwa Bandlücke plus Fermi-Energie. Die Fermi-Energie von -160 meV bei Probe 70314B entspricht sehr genau dem vom Probenhersteller angegebenen Wert der Ladungsträgerdichte von  $p \approx 10^{20} \text{cm}^{-3}$ . Die Fermi-Energie der Probe 21104C von -185 meV entspricht einer Ladungsträgerdichte von  $p \approx 1.3 \cdot 10^{20} \text{cm}^{-3}$ .



# Kapitel 10

## Resultate InMnAs

### 10.1 Hystereseformen und deren Deutung

Auf Grund der geringen Dicke der InMnAs-Schichten sind die Amplituden der magnetooptischen Messungen hier stets relativ gering und damit ist das Signal-Rausch-Verhältnis schlechter als bei den anderen Materialsystemen. Die im Vergleich zur Pufferschicht geringen Dicken und die damit einher gehenden Interferenzoszillationen machen es auch so gut wie unmöglich, zuverlässige Werte für die Austausch-Konstanten zu erhalten. Aus den Amplituden von Kerr-Drehung und MCD bei 5200 nm in polarer Messgeometrie lässt sich der magnetooptische Parameter  $Q$  abschätzen:

$$Q_{61129B} = 0.0048 + i \cdot 0.0058 \quad (10.1)$$

Bei Probe 61129B ergeben sich die klassischen rechteckigen Hystereseschleifen deren Fläche mit der Temperatur abnimmt (siehe Abbildung 10.1). Ein Arrott-Plot ergibt eine Curie-Temperatur von ca. 28 K. Dies bestätigt sich auch bei Auftragung der Remanenz oder der Koerzitivfeldstärke in Abbildung 10.2. Zusätzlich zur Remanenz (die der Kerr-Drehung bei  $H=0$  entspricht) wurde auch der Messwert bei konstantem Feld aufgetragen ( $\pm 4.5$  kG). So lange die Probe ferromagnetisch ist, entspricht dies der spontanen Magnetisierung. Oberhalb der Curie-Temperatur ist das Messsignal proportional

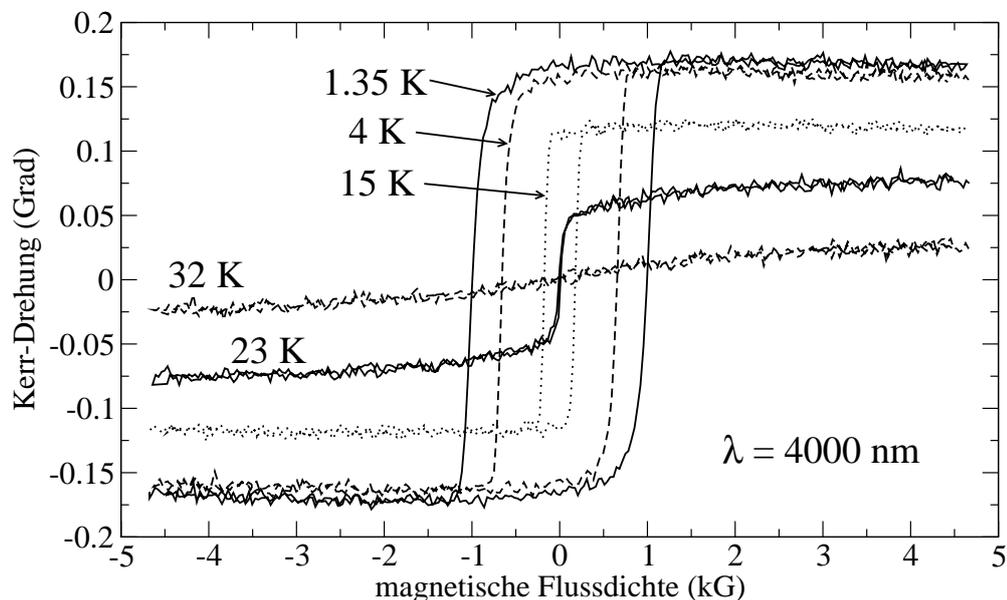


Abbildung 10.1: Hystereseschleifen von InMnAs-Probe 61129B, gemessen mit Hilfe des magneto-optischen Kerr-Effekts bei 4000 nm in Abhängigkeit von der Temperatur

zur paramagnetischen Magnetisierung bei einem bestimmten Feld. Zur Veranschaulichung wurde in Abbildung 10.2 im ferromagnetischen Bereich der angepasste Abfall der Magnetisierung nach der Spin-Wellen-Theorie  $\propto T^{3/2}$  eingezeichnet (durchgezogene Linie) und schematisch ein Abfall  $\propto 1/T$  eines Paramagneten (gestrichelte Linie) oberhalb von  $T_C$ . Man erkennt, dass die Remanenz bis etwa 15 K der Sättigung entspricht - die Probe ist in diesem Bereich also magnetisch hart. Darüber sinkt die Remanenz schnell mit steigender Temperatur ab und ist bei der Curie-Temperatur schließlich Null. Die Koerzitivfeldstärke folgt nicht dem Verlauf der Remanenz sondern fällt schneller ab da diese Größe im Paramagneten nicht existiert. Die in der rechten Hälfte von Abbildung 10.2 dargestellte Linie verbindet lediglich die Messpunkte zur besseren Illustration des Verlaufs.

In Abbildung 10.3 erkennt man sehr deutlich die Veränderung der Hystereseform mit zunehmender Temperatur bei Probe 30116A. Während bei tiefer Temperatur eine sehr abgerundete Form vorherrscht und eine verhältnismä-

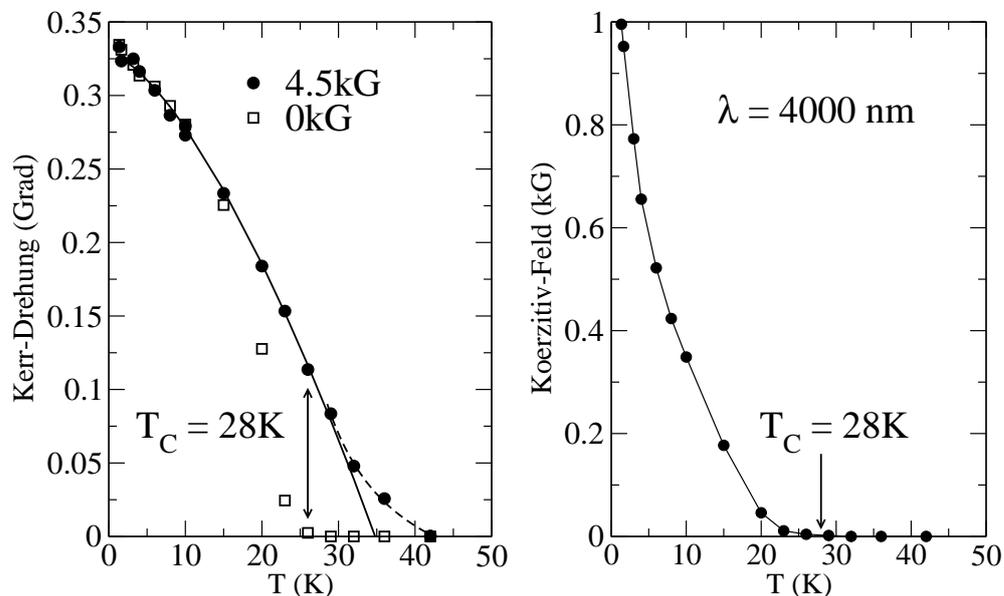


Abbildung 10.2: Temperaturabhängigkeit der Remanenz und der Koerzitivfeldstärke der InMnSb-Probe 61129B - Details siehe Text

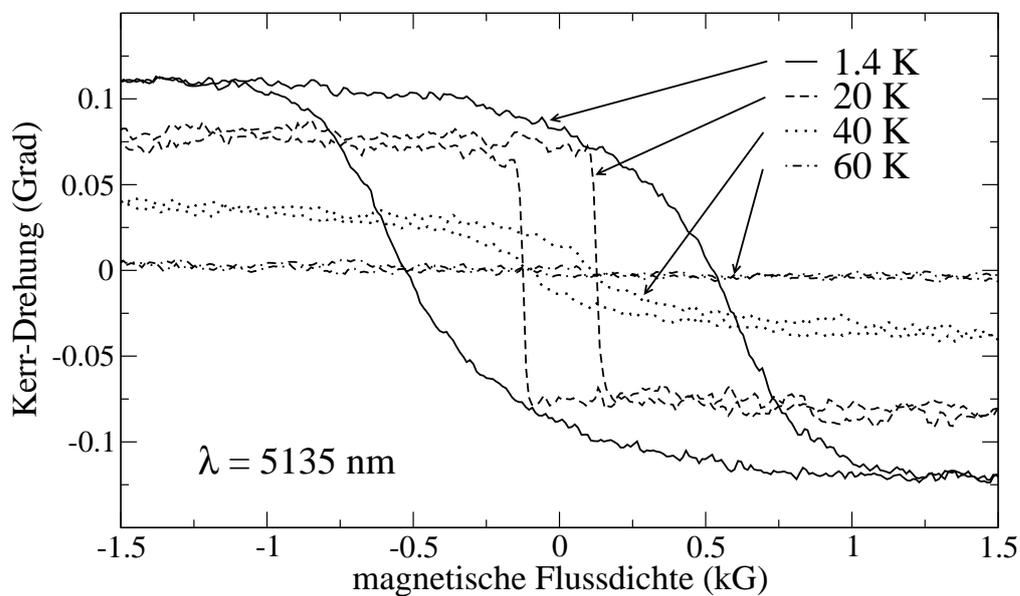


Abbildung 10.3: Kerr-Drehwinkel in Abhängigkeit vom äußeren Feld an InMnAs-Probe 30116A bei 5135 nm bei verschiedenen Temperaturen

ßig große Koerzitivfeldstärke auftritt, sinkt diese mit steigender Temperatur zuerst schnell ab (siehe auch Abbildung 10.4). Bei etwa 20 K wird die Fläche innerhalb der Hystereseschleife praktisch zu einem Rechteck. Bei noch weiter steigender Temperatur verhält sich die Probe wieder wie andere Proben mit rechteckiger Hysterese: Remanenz und Koerzitivfeld nehmen ungefähr  $\propto T^{3/2}$  ab. Nahe der Curie-Temperatur, die nach einem Arrott-Plot bei dieser Probe ca. 47 K beträgt, sind die Hysteresen wieder merklich abgerundet.

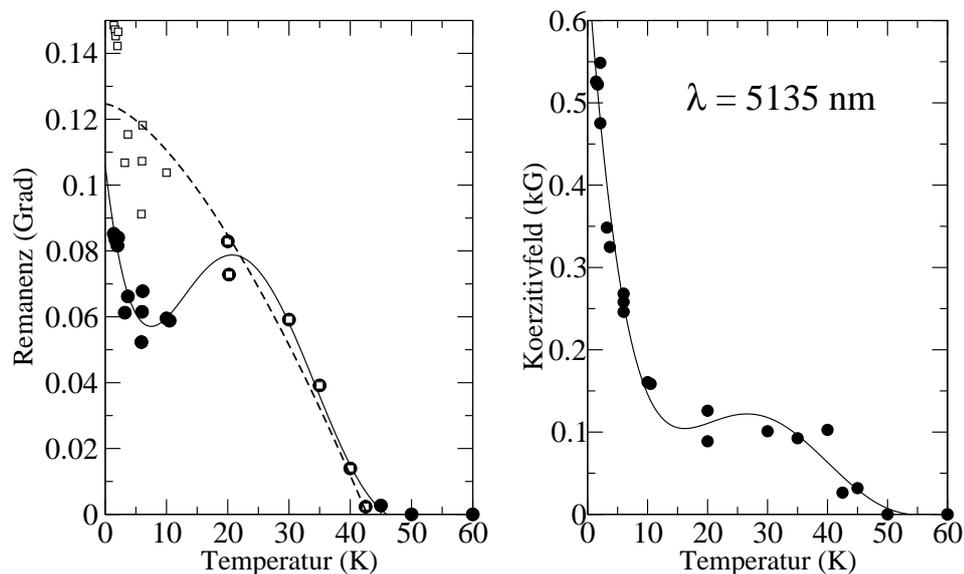


Abbildung 10.4: Temperaturabhängigkeit der Remanenz-Magnetisierung (repräsentiert durch den magnetooptischen Kerr-Effekt) und der Koerzitivfeldstärke an Probe 30116A bei Messung mit einer Wellenlänge von 5135 nm, Details: siehe Text

Beim ersten Auftreten der rechteckigen Hystereseschleife bei 20 K ist die Remanenz wieder größer als bei etwas niedrigeren Temperaturen. Die Messung des Kerr-Drehwinkels in polarer Geometrie zeigt nur die Magnetisierungs-komponente senkrecht zur Probenoberfläche. Steigt also die Remanenz trotz steigender Temperatur an, so muss sich die Anisotropie der Probe ändern. Diese Tatsache haben Liu *et al.* [53] bereits genauer untersucht und es hat sich gezeigt, dass bei ca. 20 K (d.h. etwa bei der halben Curie-Temperatur) die magnetisch leichte Richtung der Probe von einer Stellung unter etwa  $55^\circ$  zur

Oberfläche hin zur Probennormalen wechselt. D.h. es ist am leichtesten, die Probe senkrecht zur Oberfläche zu magnetisieren und man erreicht auch ohne äußerem Feld einen Messwert, der der Sättigungsmagnetisierung entspricht. Liegt die leichte Richtung unter einem gewissen Winkel zur Normalen, so wird sich die Magnetisierung ohne Feld entlang dieser Achse ausrichten und die Projektion auf die Normale (welche man beim polaren Kerr-Effekt misst) ist kleiner. Dies ergibt sich auch aus Anpassungen der Anisotropieparameter mit Hilfe von Simulationsrechnungen (siehe unten).

In Abbildung 10.4 sind die Messergebnisse für Remanenz (repräsentiert durch die bei  $H=0$  verbleibende Kerr-Drehung) und Koerzitivfeld bei Probe 30116A dargestellt. Die durchgezogenen Linien stellen lediglich zur Illustration einen Polynom-Fit dar, um den groben Verlauf anzuzeigen. Unter der Annahme, dass die leichte Achse unterhalb von 20 K unter einem Winkel von  $55^\circ$  zur Proben-Normalen liegt, wurden die entsprechenden Punkte durch  $\sin(55^\circ)$  dividiert um näherungsweise den Betrag der Magnetisierung zu erhalten. In Abbildung 10.4 wird dies durch die offenen Quadrate angezeigt und man erkennt, dass für diese Punkte das  $T^{3/2}$ -Gesetz für die Abnahme der Magnetisierung bis zur Curie-Temperatur gut erfüllt ist (angedeutet durch die gestrichelte Kurve).

Abbildung 10.5 zeigt Vergleiche zwischen gemessener Kerr-Drehung und Simulationsrechnungen an InMnAs-Probe 30116A. Die dabei verwendeten Anisotropieparameter zeigt Abbildung 10.7. Man erkennt dort, dass der Betrag der Kristallanisotropie nahezu linear abfällt um bei etwa 20 K zu verschwinden. Die Simulation zeigt, dass ein Wert von  $K_{c1}$  kleiner als Null oberhalb von 20 K die Hystereseschleifen an den Sprungpositionen abrunden würde, was aber nicht zu beobachten ist. Positive Werte wären zwar prinzipiell durch  $K_u$  auszugleichen, jedoch muss der Zahlenwert dann stark geändert werden. Oberhalb von 20 K weist die Messung nur noch eine rechteckige Hystereseschleife auf, weshalb die Simulation mit zwei Parametern nicht mehr eindeutig ist. Die entsprechenden Werte der Parameter in Abbildung 10.7 sind deshalb nur als Abschätzung anzusehen.

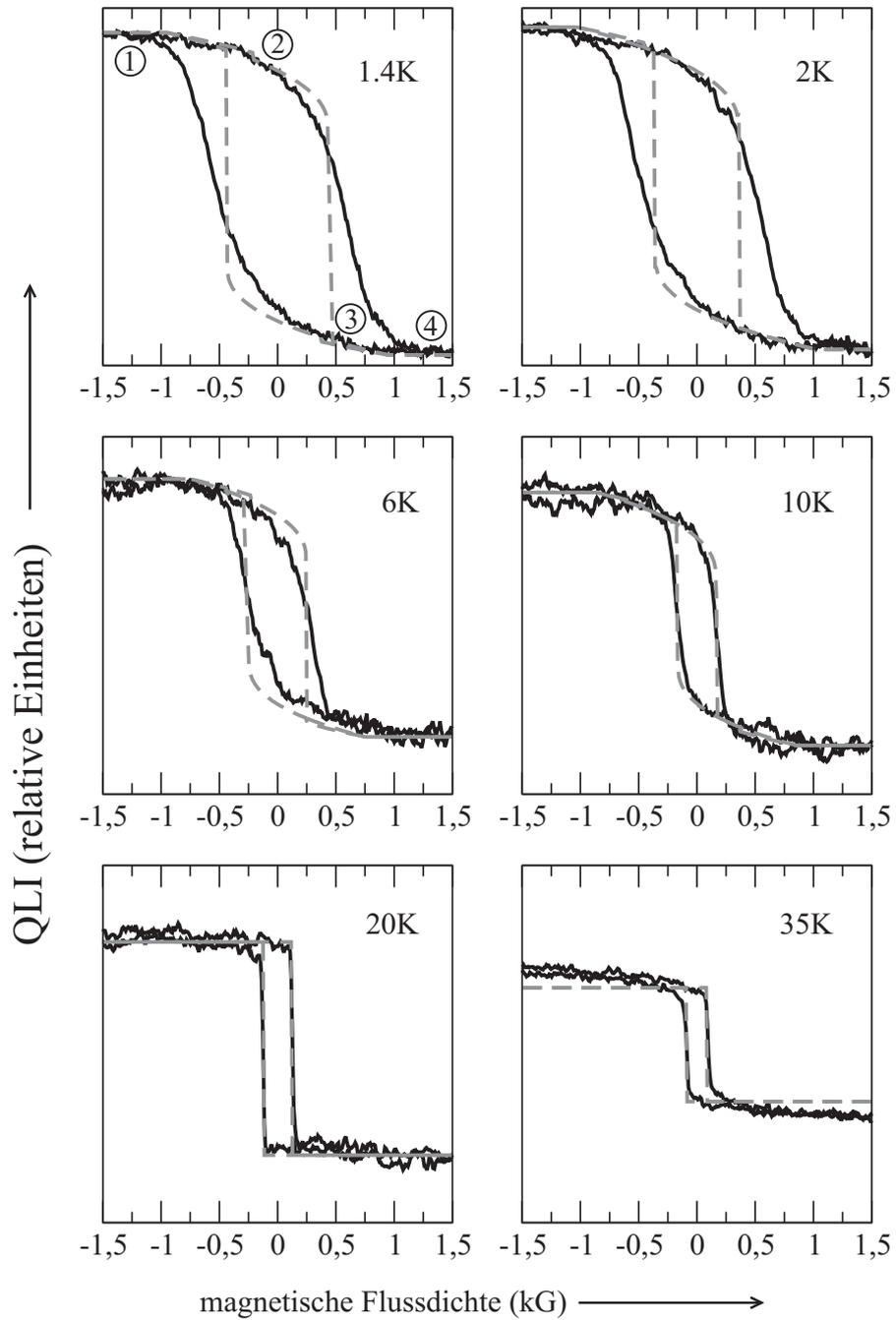


Abbildung 10.5: Kerr-Drehung in Abhängigkeit vom äußeren Feld an InMnAs-Probe 30116A bei 5135 nm bei verschiedenen Temperaturen (vergleiche Text bzw. Abbildung 10.6)

Die Domänenbildungsenergie, die bei GaMnAs sehr wichtig für die Beschreibung der gemessenen Effekte war, ist bei Probe 30116A stets größer als die energetischen Abstände aller Minima der Energiedichte. Damit kommt es nie zur Bildung neuer Domänen, sondern die Magnetisierung orientiert sich erst neu, wenn ein Minimum zu einem Sattelpunkt wird und dann verschwindet. Das Teilbild von Abbildung 10.5 das  $T=1.4$  K darstellt enthält vier Markierungen die den Magnetfeldstärken bzw. Magnetisierungsausrichtungen entsprechen die in Abbildung 10.6 zu sehen sind.

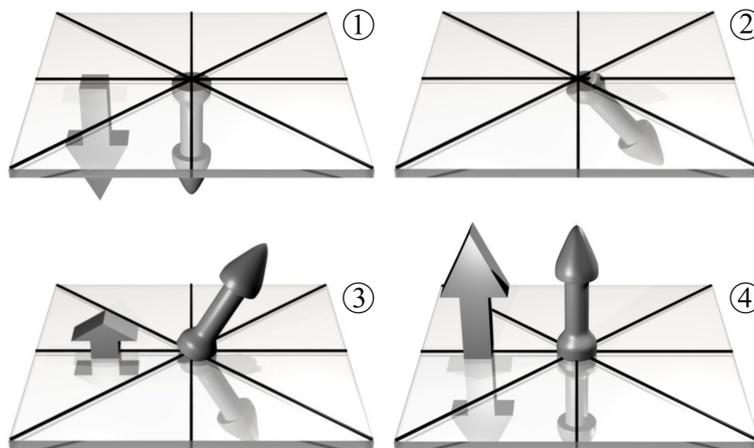


Abbildung 10.6: Ausrichtung der Magnetisierung der Probe 30116A bei verschiedenen Magnetfeldstärken bei  $T=1.4$  K

Abbildung 10.6 zeigt die Ausrichtungen der Magnetisierung bei verschiedenen Feldstärken, wie sie sich aus den Simulationen ergeben. Es zeigt sich, dass die Magnetisierung bei starkem Magnetfeld wie erwartet parallel zu diesem ist (Position 1 und 4). Ohne äußeres Feld liefert die Simulation, dass sich die Magnetisierung etwa unter  $55^\circ$  zur Probennormalen einstellt (Position 2). Die leichte Richtung ist damit keine der  $\langle 100 \rangle$ -Richtungen, weshalb der Parameter  $K_{c1}$  negativ sein muss. Die Simulation ergibt, dass das Minimum der Energiedichte, entsprechend einer Ausrichtung unter  $55^\circ$  zur Oberfläche, bei kleinem positiven Feld verschwindet und die Magnetisierung um ca.  $100^\circ$  springt (von Position 2 nach 3). Bei weiter steigendem Feld dreht sich die Magnetisierung kontinuierlich aus der Ausrichtung bei Position 3 heraus, bis sie parallel zum Feld steht (Position 4).

Die Simulation zeigt vor allem zwischen den Positionen 2 und 4 deutliche Abweichungen von der Messung. Die Magnetisierung scheint in der Probe nicht plötzlich zu springen, sondern dreht sich kontinuierlich mit steigendem Feld von Position 2 nach Position 4. Es bestünde zwar die Möglichkeit, dass in der Messung mehrere Domänen beobachtet wurden, die unterschiedliche Anisotropieparameter aufweisen, aber dann dürften die Hystereseschleifen bei hoher Temperatur nicht exakt rechteckig sein. Außerdem ist die Domänengröße bei dünnen Schichten meist groß.

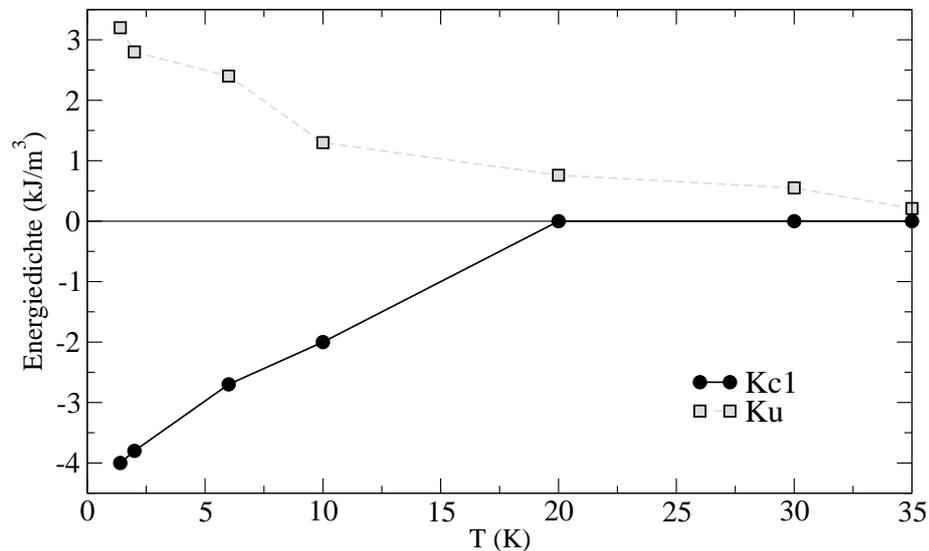


Abbildung 10.7: Anisotropieparameter der Probe 30116A in Abhängigkeit von der Temperatur

Bei Probe 30116D, deren Kerr-Drehung in Abbildung 10.8 dargestellt ist, ergibt ein Arrott-Plot eine Curie-Temperatur von 40.5 K. Da die magnetische Anisotropie dieser Probe gering ist, ändert sich die Form der Hystereseschleifen bei Temperaturerhöhung kaum. Koerzitivfeldstärke und Remanenz nehmen wie erwartet ab (siehe Abbildung 10.9). Die Koerzitivfeldstärken von Probe 30116D - wie auch die von 61129B - zeigen in etwa das Verhalten der Magnetisierung, das von Das Sarma [59] beschrieben wurde, für den Fall, dass die Ladungsträgerdichte deutlich von der Mn-Konzentration abweicht.

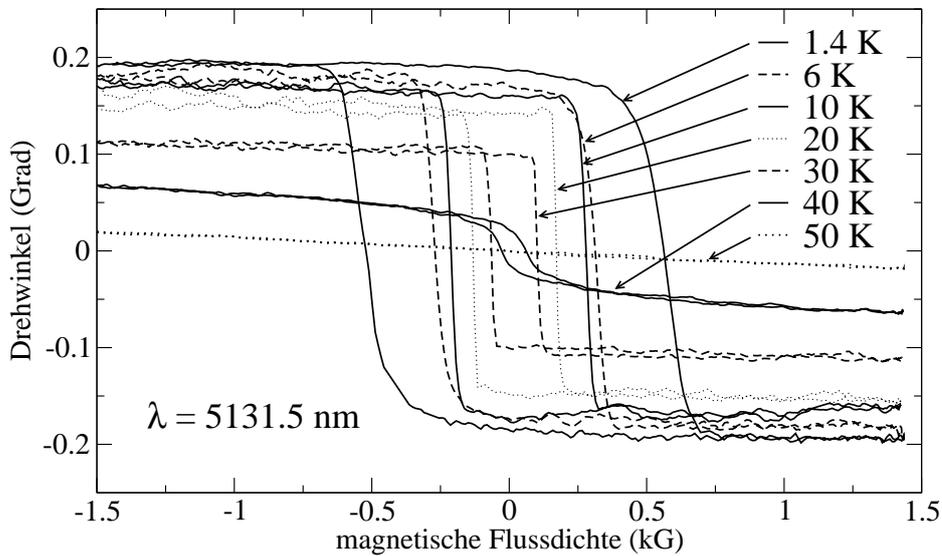


Abbildung 10.8: Hystereseschleifen von InMnAs-Probe 30116D gemessen mit Hilfe des magneto-optischen Kerr-Effekts bei 5135.5 nm bei verschiedenen Temperaturen

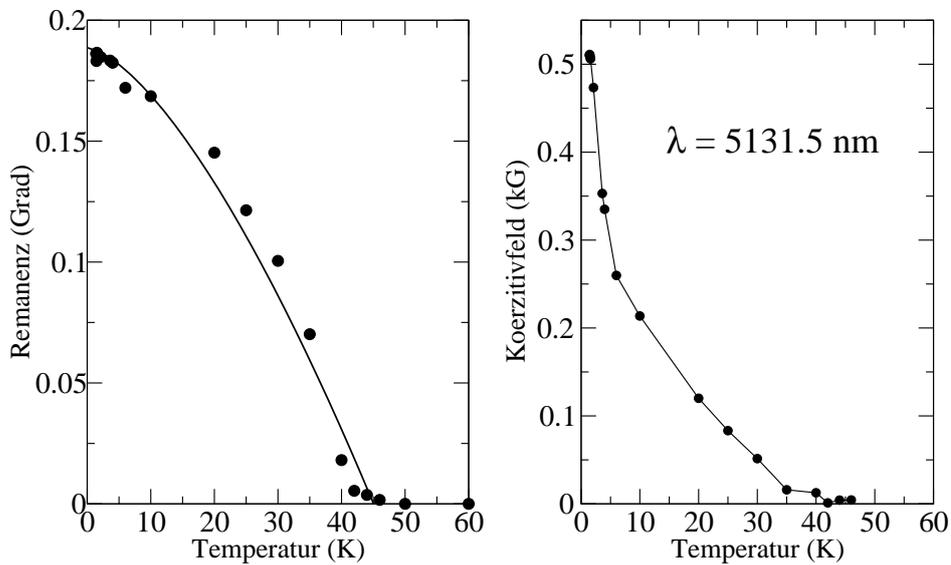


Abbildung 10.9: Temperaturabhängigkeit der Remanenz-Magnetisierung (repräsentiert durch den magneto-optischen Kerr-Effekt) und der Koerzitivfeldstärke an Probe 30116D; die Kurve in der linken Abbildung entspricht einem Abfall  $\propto T^{\frac{3}{2}}$ , die Linie im rechten Bild verbindet lediglich die Messpunkte zur Illustration

## 10.2 Wellenlängenabhängigkeit des magnetooptischen Kerr-Effekts und des magnetischen Zirkulardichroismus bei gesättigter Magnetisierung

Die Hystereseschleifen der Probe 61129B, die in Abbildung 10.1 dargestellt sind, zeigen bereits deutlich eine Sättigung der Magnetisierung bei Feldern oberhalb von 1.5 kG. Der weitere Anstieg des Messsignals ist gering und ist wieder auf vereinzelte isolierte Mn-Ionen zurückzuführen. Analog dazu ist auch die Amplitude der MCD-Spektren in Abbildung 10.10 nur geringfügig abhängig vom äußeren Magnetfeld. Der starke Signalanstieg bei ca. 500 nm entspricht einem Übergang am L-Punkt [76].

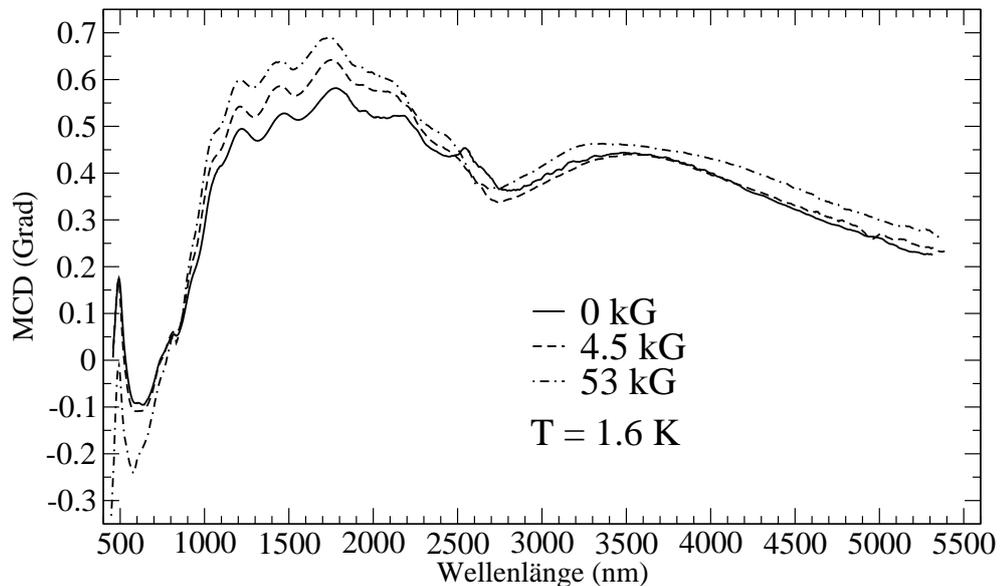


Abbildung 10.10: MCD an InMnAs-Probe 61129B bei 1.6 K bei verschiedenen äußeren Magnetfeldern; gemessen wurden die Amplituden der Hystereseschleifen jeweils bei positiven und negativen Feld (d.h. im Fall von 0 kG nach vorheriger Sättigung in positiver und negativer Richtung)

Abbildung 10.11 zeigt die MCD-Spektren verschiedener InMnAs-Proben. Die InMnAs-Schichten in den Proben 30116A und 30116D wurden auf GaSb aufgewachsen. Im Gegensatz dazu besteht die Puffer-Schicht in Probe 61129B aus AlSb. Deshalb zeigen erstgenannte Proben deutliche Interferenzoszillationen; in letzterer Probe sind sie nur angedeutet. Die Amplitude bei Probe 61129B ist größer, da Mangengehalt und Schichtdicke größer sind als bei den ersten beiden Proben. Man erkennt jedoch, dass die Form der Spektren in etwa gleich ist.

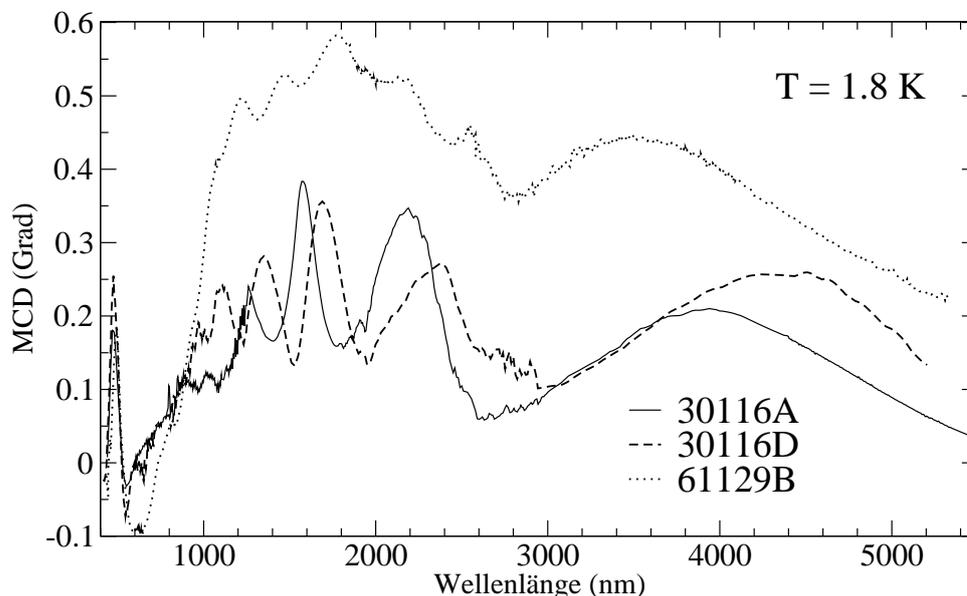


Abbildung 10.11: MCD in Abhängigkeit von der Wellenlänge bei 1.8 K an verschiedenen InMnAs-Proben; gezeigt ist die Differenz der Spektren ohne äußeres Feld nach vorheriger Sättigung bei + bzw. - 4.5 kG. Diese Differenz entspricht dem remanenten MCD bei den entsprechenden Wellenlängen und stimmt mit den Messungen der Hystereseschleifen überein.

Abbildung 10.12 zeigt einen Vergleich zwischen Messung und Berechnung der magnetooptischen Effekte an Probe 61129B stellvertretend für alle InMnAs-Proben, da wie erwähnt die geringe Schichtdicke und die Interferenzoszillationen in den meisten Fällen keine zuverlässige Bestimmung von Probenparametern zulässt. Tabelle 10.1 zeigt die für die Berechnung verwendeten Parameter. Die in Abbildung 10.12 eingezeichneten Pfeile markieren eine Re-

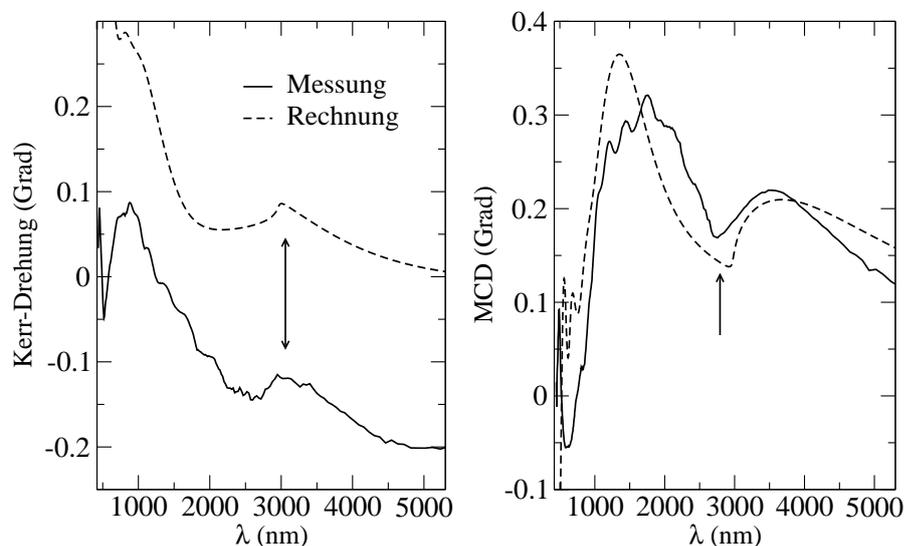


Abbildung 10.12: Vergleich zwischen Messung und Berechnung von MOKE und MCD in Abhängigkeit von der Wellenlänge bei 1.8 K an InMnAs-Probe 61129B; gezeigt ist die Hysteresehöhe ohne äußeres Feld nach vorheriger Sättigung bei  $\pm 4.5$  kG

sonanz, die in reinem InAs auftritt. Diese rührt von der Pufferschicht her. Da die ferromagnetische Epitaxieschicht lediglich einige nm dick ist, ist sie trotz großer Ladungsträgerdichte transparent genug, so dass Effekte in der darunter liegenden InAs-Schicht in den Spektren sichtbar werden.

Tabelle 10.1: Parameter zur Simulation der magnetooptischen Spektren der InMnAs-Probe 61129B

$N_0\beta$ [eV]	$E_F$ [meV]	$E_{Grenze}$ [meV]	$\Gamma$ [meV]	$\epsilon_\infty$
1.0	-10	480	250	12.5

Die Theorie erfasst nur Übergänge in der Nähe des  $\Gamma$ -Punktes. Deshalb ist sie nicht in der Lage den starken Signalanstieg auf Grund von Übergängen am L-Punkt bei ca. 500 nm richtig zu beschreiben. Das kann auch der Grund dafür sein, dass die Kerr-Drehung in der Rechnung gegenüber der Messung deutlich noch oben verschoben ist. Das Fehlen einer starken Resonanz kann

die dielektrische Funktion (vor allem deren Realteil) über einen relativ großen Spektralbereich verändern.

Die in Tabelle 10.1 angegebene Fermi-Energie entspricht einer Ladungsträgerdichte von  $p \approx 1.2 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$ . Die Probenhersteller geben einen Wert von  $p \approx 10^{20} \text{cm}^{-3}$  an [53], bestimmt aus Hall-Effekt-Messungen. Auf Grund des anormalen Hall-Effekts ist das Ergebnis solcher Messungen aber nicht immer zuverlässig.



# Kapitel 11

## Resultate InMnSb

### 11.1 Hystereseformen und deren Deutung

Wie bereits bei GaMnSb gesehen, gibt es auch bei den InMnSb-Proben in den magnetooptischen Messungen Hinweise auf einen relativ großen Beitrag paramagnetischer Ionen, die nicht ferromagnetisch koppeln. Zusätzlich muss hier analog zu GaMnAs angenommen werden, dass nahe beieinander liegende Mn-Ionen direkt antiferromagnetisch wechselwirken. Um dies zu berücksichtigen, wird wiederum an Messungen in hohem Feld eine Brillouin-Funktion angepasst mit einer zusätzlichen Temperatur  $T_0$ . Abbildung 11.1 zeigt die Messung und die angepasste Brillouin-Funktion mit  $T_0 = 2.66$  K als paramagnetischen Anteil für Probe 20910C. Außerdem ist der verbleibende ferromagnetische Beitrag dargestellt und es zeigt sich wiederum deutlich dessen Sättigung. Der Anteil ferromagnetisch gekoppelter Ionen beträgt nach dieser Anpassungsrechnung ca. 75% der Gesamtanzahl der Mn-Ionen.

Abbildung 11.2 zeigt die Temperaturabhängigkeit des magnetooptischen Kerr-Effekts an InMnSb-Probe 20910C bei einer Wellenlänge von 5080 nm. Man erkennt im Bereich kleiner Magnetfelder (d.h.  $|\mu_0 H| < 1$  kG) eine schmale Hystereseschleife. Deutlich zu sehen ist dabei die schnelle Abnahme der Remanenz und des Koerzitivfeldes mit steigender Temperatur und bei  $T=1.4$  K die Sättigung der Magnetisierung bereits zwischen 2 und 3 kG. In Abbildung

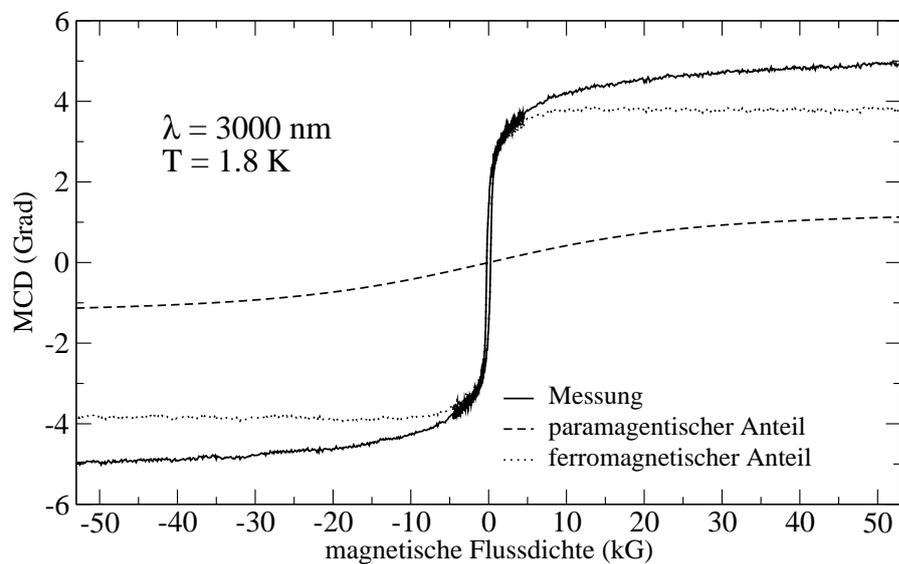


Abbildung 11.1: MCD an InMnSb-Probe 20910C bis zu hohem Magnetfeld bei 1.8 K, gemessen bei einer Wellenlänge von 3000 nm

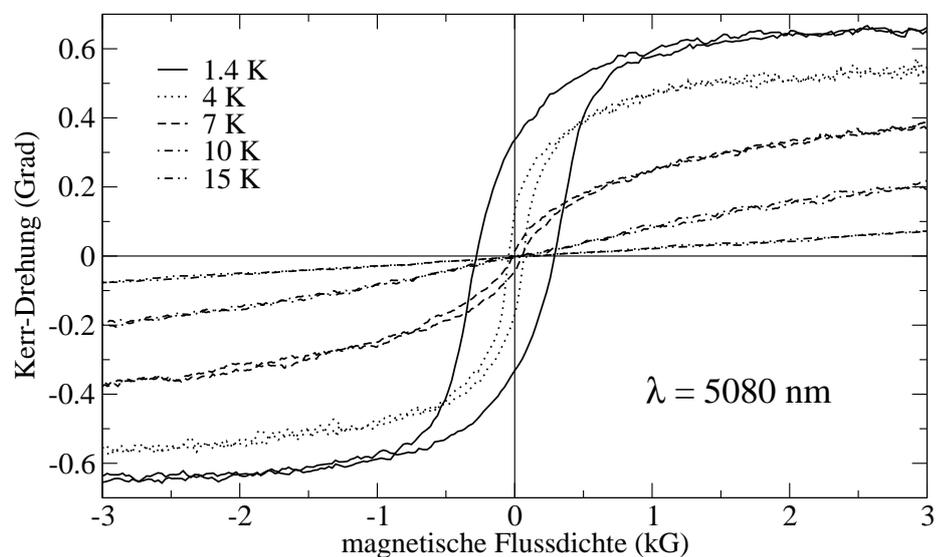


Abbildung 11.2: Magnetfeldabhängigkeit der Kerr-Drehung in InMnSb-Probe 20910C bei einer Wellenlänge von 5080 nm und verschiedenen Temperaturen

11.2 erkennt man außerdem eine stark abgerundete Hystereseform. Die Curie-Temperatur dieser Probe liegt nach dem Arrott-Plot bei  $T_C = 8.7$  K.

Im Gegensatz zu Probe 20910C mit einem Mn-Gehalt von ca. 2% besitzt die Probe 70424A nur ca. 1.5% und damit ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mn-Atom in seiner nächsten Nachbarschaft ein weiteres Mn-Atom vorfindet geringer. Damit ist der ferromagnetische Austausch geringer und auch der antiferromagnetische Beitrag. Abbildung 11.3 zeigt dabei deutlich die geringe Hysterese, die bereits bei  $T_c \approx 3$  K verschwunden ist.

Für Probe 70424A lässt sich der magnetooptische Parameter abschätzen zu (polare Messanordnung, 4000 nm):

$$Q_{70424A} = 0.076 + i \cdot 0.0052 \quad (11.1)$$

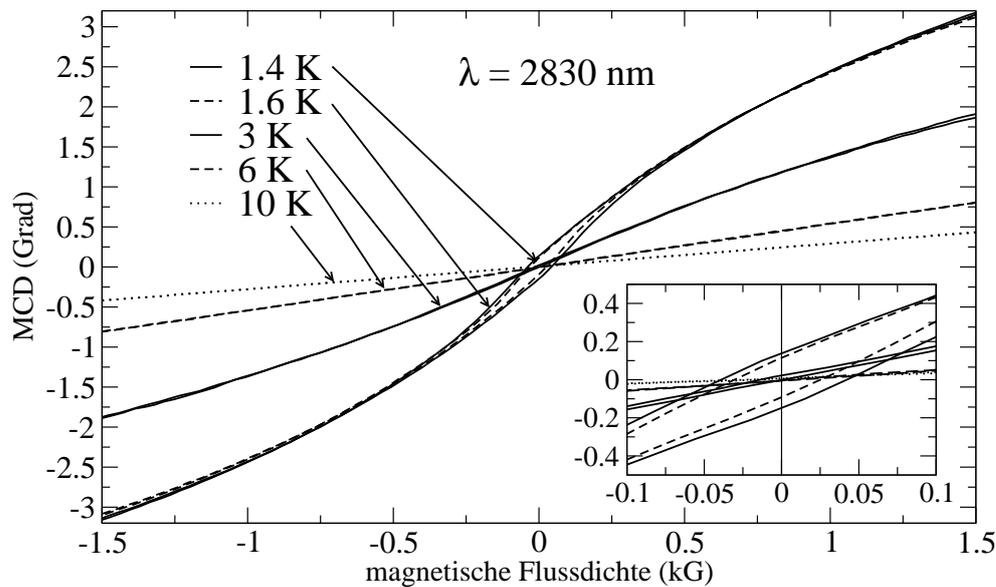


Abbildung 11.3: MCD an InMnSb-Probe 70424A bei einer Wellenlänge von 2830 nm bei verschiedenen Temperaturen; das Teilbild zeigt eine Vergrößerung der zentralen Hysterese - die Einheiten der Achsen sind identisch zu denen des Gesamtbildes

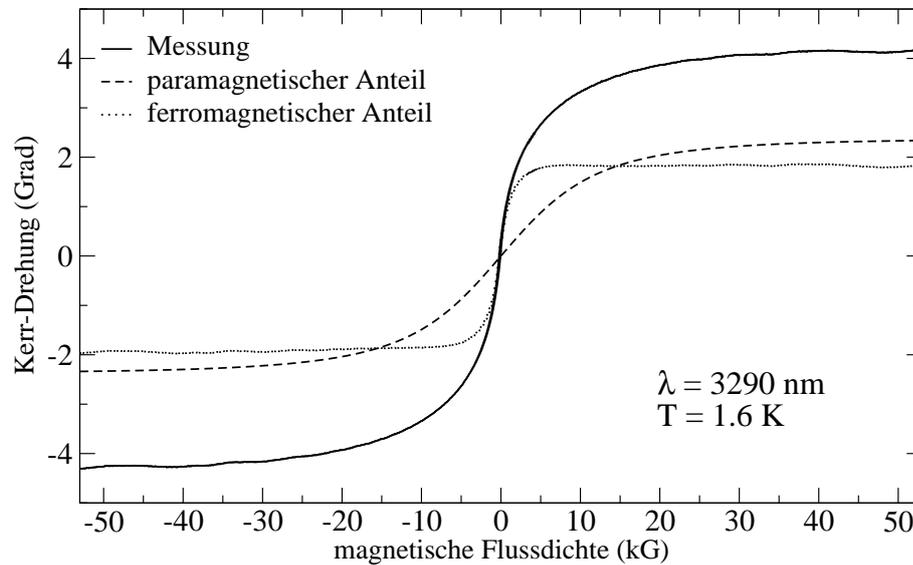


Abbildung 11.4: magnetooptischer Kerr-Effekt der InMnSb-Probe 70424A bei einer Wellenlänge von 3290 nm in Abhängigkeit vom äußeren Feld; die schmale Hysterese bei kleinem Magnetfeld ist auf dieser Skala nicht mehr zu erkennen

Die Anpassung einer Brillouin-Funktion eines Paramagneten mit antiferromagnetischer Korrektur ergibt in Abbildung 11.4 eine Temperaturkorrektur von  $T_0 = 0.38$  K bei einem Anteil von 43.6% ferromagnetisch koppelnder Ionen. Wie zu erwarten, sind beide Beträge auf Grund der geringeren Mn-Konzentration kleiner als bei Probe 20910C. Im Bereich der Sättigung von Probe 70424A oberhalb von 10 kG erkennt man in Abbildung 11.4 Oszillationen mit sehr geringer Amplitude. Diese haben ihren Ursprung in Interbandübergängen zwischen verschiedenen Landau-Niveaus im InMnSb und treten ebenso in reinem InSb auf. In Mn-haltigen Proben werden sie in der Regel durch die ferro- oder paramagnetischen Beiträge mit deutlich größerer Amplitude überdeckt.

Abbildung 11.5 zeigt Remanenz und Koerzitivfeldstärke der Proben 70424A und 20910C in Abhängigkeit von der Temperatur. Bei Probe 70424A ist die Remanenz der Messung des MCD bei  $H=0$  und  $\lambda = 2830$  nm entnommen, bei 20910C der Kerr-Drehung bei  $H=0$  und  $\lambda = 5080$  nm. Deshalb sind die Amplituden nicht direkt vergleichbar. Die Messungen lassen sich

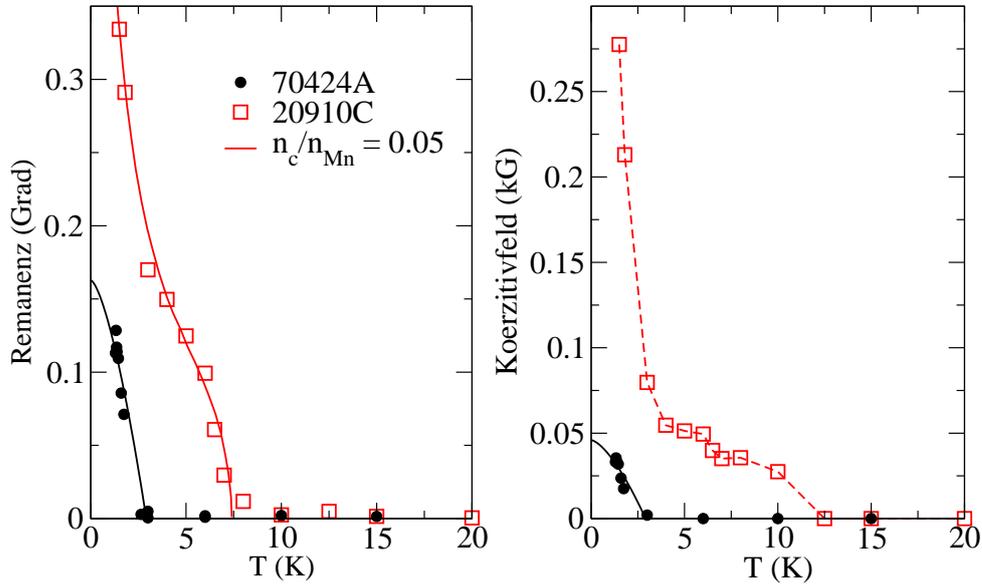


Abbildung 11.5: Remanenz und Koerzitivfeld an Probe 70424A und 20910C in Abhängigkeit von der Temperatur, Detail: siehe Text

im Falle der Probe 70424A gut mit Hilfe der Spin-Wellen-Theorie (Abschnitt 5.3.2) erklären, d.h. Remanenz und Koerzitivfeld sinken  $\propto T^{3/2}$  bis zur Curie-Temperatur ab (jeweils untere durchgezogene Linien in Abbildung 11.5). Die gestrichelte Linie im rechten Teil von Abbildung 11.5 verbindet die Messpunkte lediglich zur Veranschaulichung. Unterhalb von 3 K steigen Remanenz und Koerzitivfeldstärke von Probe 20910C stark an. Dies entspricht dem von Das Sarma *et al.* berechneten Verhalten einer Probe mit wenigen Ladungsträgern im Vergleich zur Mn-Konzentration und die obere durchgezogene Kurve ist die Kurve für  $\frac{n_c}{n_{Mn}} = 0.05$  aus Abbildung 3 in [59] (umskaliert auf die hier gemessenen Werte). Das angegebene Verhältnis würde einer Ladungsträgerdichte von  $p = 1.5 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$  entsprechen. Messung des Probenherstellers mit Hilfe des Hall-Effekts und auch die wellenlängenabhängigen Messungen (siehe unten) deuten aber eher auf  $p \approx 1 \cdot 10^{20} \text{cm}^{-3}$  hin (d.h.  $\frac{n_c}{n_{Mn}} = 0.3$ ). Auch die Tatsache, dass Das Sarmas Theorie nur an dieser einen Probe gut anwendbar ist, lässt darauf schließen, dass sie nur ein Teilaspekt der tatsächlich vorhandenen Effekte darstellt und das Verhältnis  $\frac{n_c}{n_{Mn}}$  in Wirklichkeit

größer ist. Bei Probe 70424A ist die Anzahl der Messpunkte zu gering bzw. die niedrigste gemessene Temperatur ist nicht tief genug, um Aussagen dazu treffen zu können.

Analog zu Probe 20910C lässt sich auch die InMnSb-Probe 20918B auswerten. Wie in Abbildung 11.6 zu erkennen ist, beträgt der Anteil nicht ferromagnetisch koppelnder Ionen ca. 50% und die Curie-Temperatur liegt bei 5 K. Remanenz und Koerzitivfeldstärke sind ähnlich zu denen von Probe 20910C und sind hier nicht dargestellt.

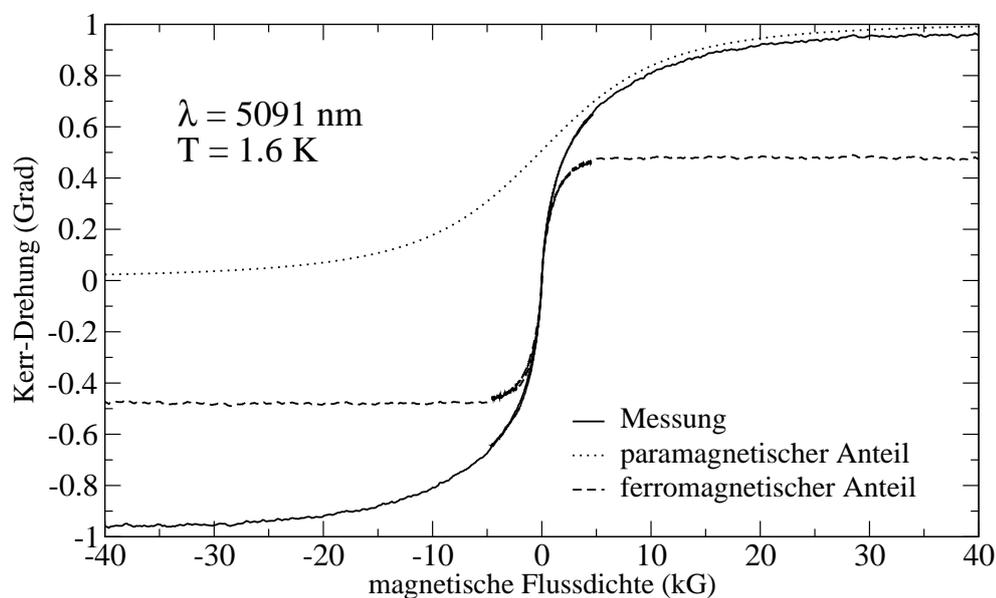


Abbildung 11.6: magnetooptischer Kerr-Effekt der InMnSb-Probe 20918B bei einer Wellenlänge von 5091 nm in Abhängigkeit vom äußeren Feld

## 11.2 Wellenlängenabhängigkeit des magnetooptischen Kerr-Effekts und des magnetischen Zirkulardichroismus bei gesättigter Magnetisierung

Abbildung 11.7 zeigt Messungen der Kerr-Drehung und des MCD an zwei verschiedenen InMnSb-Proben in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Probe 20918B wurde auf CdTe aufgewachsen und 20910C auf AlSb. Die jeweiligen Brechungsindexunterschiede zu InMnSb bestimmen das Vorhandensein bzw. die Abwesenheit von Interferenzoszillationen.

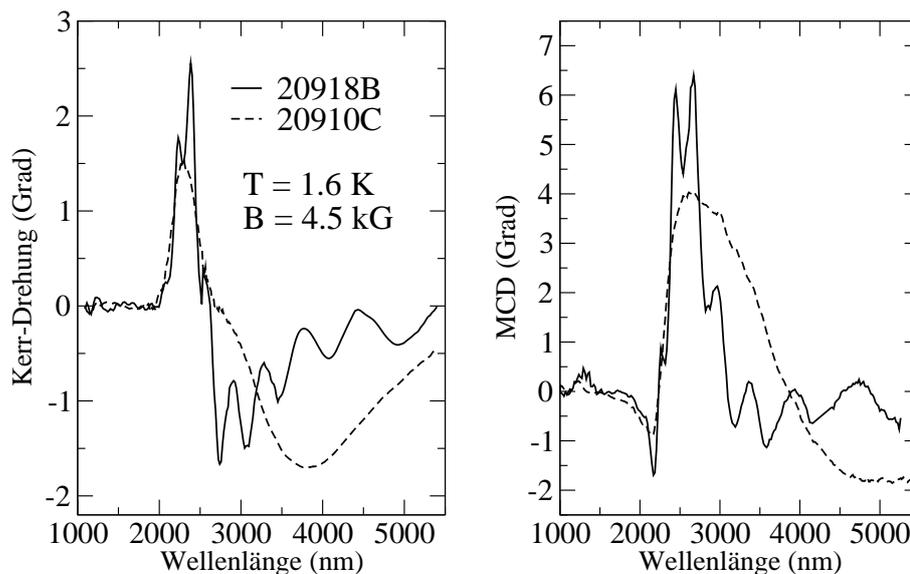


Abbildung 11.7: Vergleich von MOKE und MCD an zwei verschiedenen InMnSb-Proben

Die Periode der Oszillationen stimmt nicht mit der überein, die sich in der reinen Reflexion (bei  $B=0$ ) zeigt. Für die Reflektivität einer Probe ist der absolute Brechungsindex entscheidend. Bei magnetooptischen Messungen ergeben sich die Effekte aus der Differenz der Brechungsindizes für rechts- und links-zirkular polarisiertes Licht.

Abbildung 11.8 zeigt zum Vergleich den MCD an verschiedenen InMnSb-Proben. Der Bereich der Mn-Konzentrationen für den diese Proben ferromagnetisch werden, ist sehr schmal, so dass die Proben ähnliche Mn-Konzentrationen und Ladungsträgerdichten aufweisen. Deutlich zu erkennen ist, dass die Signatur immer ungefähr im selben Wellenlängenintervall auftritt, da alle Proben in etwa die gleiche Fermi-Energie besitzen. Wie Probe 20918B wurden auch 70424A und 70403A auf einer CdTe-Pufferschicht auf dem GaAs-Substrat aufgewachsen.

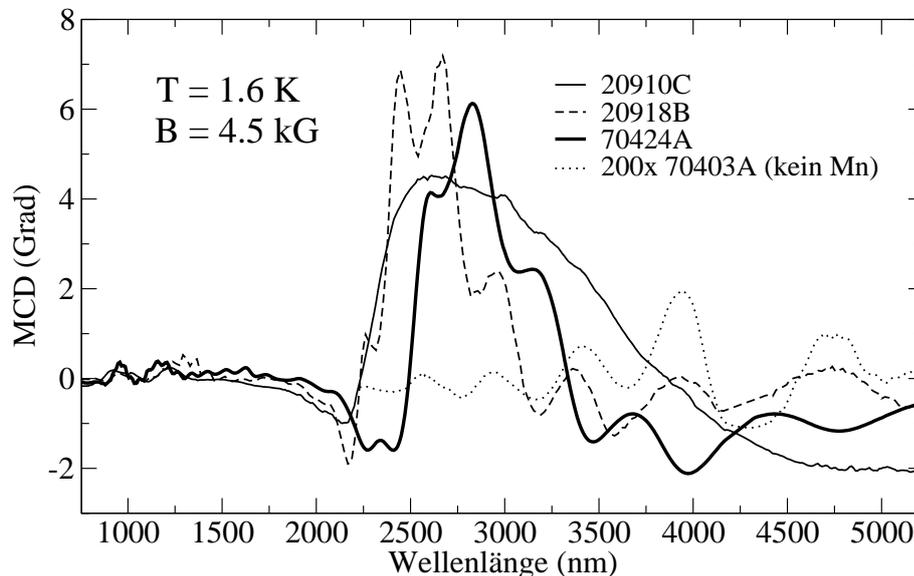


Abbildung 11.8: MCD an verschiedenen InMnSb-Proben bei 1.6 K und  $B=4.5$  kG

Der Schichtaufbau der Probe 70403A entspricht dem von Probe 70424A, sie enthält aber kein Mn - die Periode der Interferenzoszillationen ist deshalb praktisch identisch zur der Periode bei Probe 70424A, aber die Amplitude ist um mehr als einen Faktor 200 niedriger. Außerdem tritt in Probe 70403A die größte Signalamplitude erst oberhalb von  $3.5 \mu\text{m}$  auf - d.h. in der Nähe der Bandlücke von reinem InSb. Dieser Unterschied zwischen 70424A und 70403A ergibt sich wieder aus der jeweiligen Lage der Fermi-Energie.

Abbildung 11.9 zeigt einen Vergleich zwischen berechneten und gemessenen Spektren an Probe 70424A. Abbildung 11.10 zeigt analog Probe 20918B.

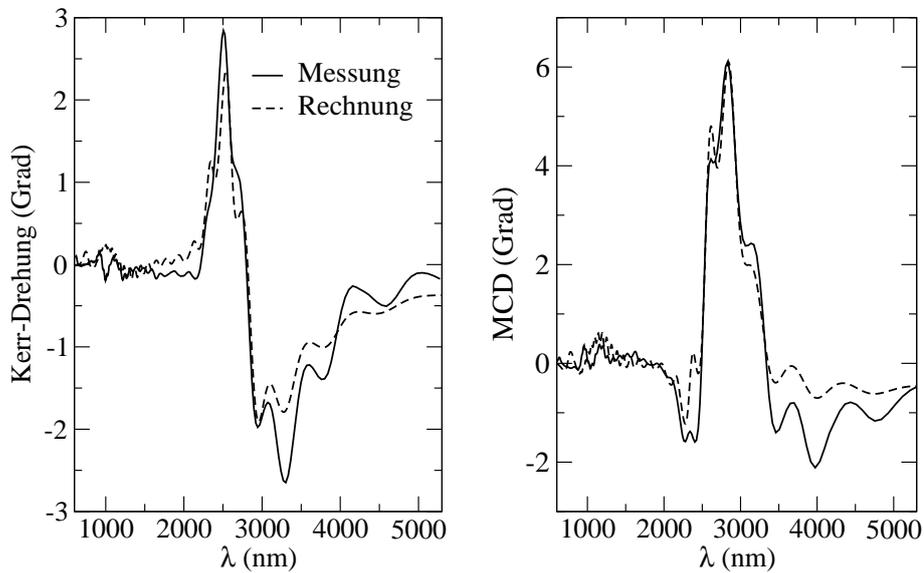


Abbildung 11.9: Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Spektren der Kerr-Drehung und MCD an InMnSb-Probe 70424A bei 1.6 K und  $B=4.5$  kG (ferromagnetischer Anteil gesättigt)

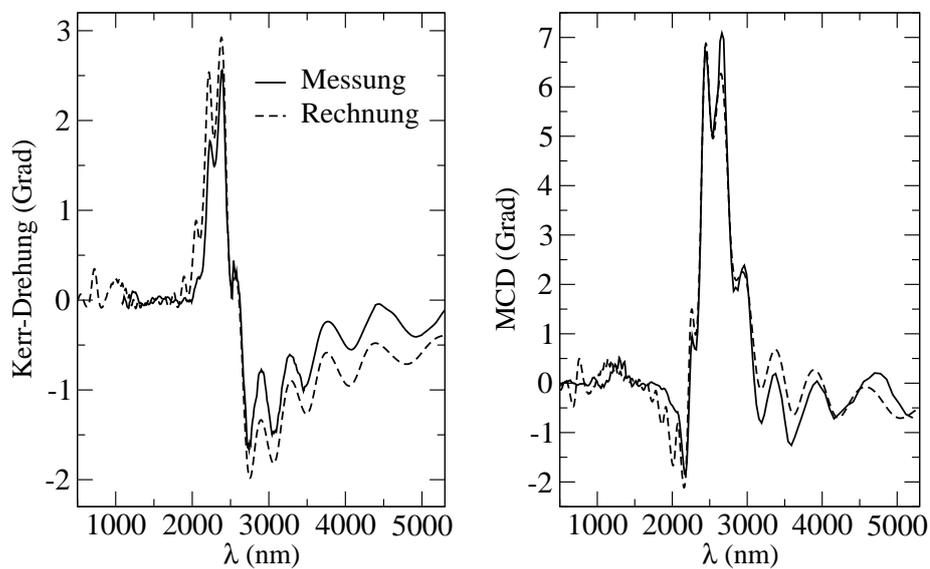


Abbildung 11.10: Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Spektren der Kerr-Drehung und MCD an InMnSb-Probe 20918B bei 1.6 K und  $B=4.5$  kG (ferromagnetischer Anteil gesättigt)

Tabelle 11.1: Parameter zur Simulation der magnetooptischen Spektren der InMnSb-Proben

Probe	$N_0\beta$ [eV]	$E_F$ [meV]	$E_{Grenze}$ [meV]	$\Gamma$ [meV]	$\varepsilon_\infty$
70424A	$2.1\pm 0.4$	-164	380	40	15
20918B	$2.1\pm 0.4$	-198	460	60	15

Neben den in Kapitel 7.1 aufgeführten Probandaten wurden für die Rechnungen die in Tabelle 11.1 dargestellten Parameter benutzt. Die darin aufgeführte Größe  $E_{Grenze}$  gibt wieder an, ab welcher Übergangsenergie Interstatt Intradbandübergänge als dominierend angenommen werden (Gleichung (4.54) oberhalb von  $E_{Grenze}$ , Gleichung (4.53) mit nicht k-abhängigen Dipolmatrixelementen unterhalb).  $E_{Grenze}$  wurde etwa so groß gewählt wie Bandlücke plus Fermi-Energie. Die Interferenzoszillationen wurden mit Hilfe der Transfermatrix-Methode berechnet, mit dem Brechungsindex  $n(\lambda)$  von Cd-Te nach [88, 89] für die Puffer-Schicht unter der ferromagnetischen InMnSb-Schicht. Die Dicke entspricht mit  $2.43 \mu\text{m}$  nicht dem vom Hersteller angegebenen Wert von  $3.94 \mu\text{m}$  - aber wiederum erscheint eine interferometrische Messung zuverlässiger als die Abschätzung der Dicken aus dem Teilchenfluss während des Probenwachstums.

Bei Probe 70424A bedeutet die in Tabelle 11.1 angegebene Fermienergie eine Ladungsträgerdichte von  $p = 0.82 \cdot 10^{20} \text{cm}^{-3}$  und bei 20918B entspricht die Fermienergie  $p = 1.1 \cdot 10^{20} \text{cm}^{-3}$  was sich gut mit den Werte aus Hall-Effekt-Messungen deckt [64].

Die angegebene Austauschkonstante  $N_0\beta$  ist hier relativ groß. Die anderen Materialien zeigen meist Werte zwischen 1 und 1.5 eV und auch in der Literatur sind im Allgemeinen nur Werte in diesem Bereich üblich. Jedoch gibt es keine Angaben zu InMnSb. Außerdem ist zu beachten, dass die InMnSb-Proben von allen hier untersuchten Materialien die größten Amplituden bei den magnetooptischen Messungen aufweisen, obwohl der Mn-Gehalt nur etwa 2% beträgt. Damit erscheint es durchaus plausibel, dass die Austauschkonstante größer sein muss. Es ist bemerkenswert, wie perfekt die Übereinstimmung von Modellrechnung und Experiment bei InMnSb ist.

Ein deutlicher Beweis für die Tatsache, dass die Amplitude der Strukturen in den magnetooptischen Spektren lediglich von der Magnetisierung der Proben abhängt und die Struktur weder von Magnetfeld noch Magnetisierung beeinflusst wird, liefert Abbildung 11.11. Wie Ch. Thurn im Rahmen seiner Diplomarbeit [38] gezeigt hat, liefert auch die in Abschnitt 4 beschriebene Rechnung eine lineare Abhängigkeit der Amplitude von der Magnetisierung und keine Verschiebung der spektralen Strukturen. Dies ist in der rechten Hälfte von Abbildung 11.11 durch Simulations-Rechnung mit unterschiedlicher Magnetisierung dargestellt.

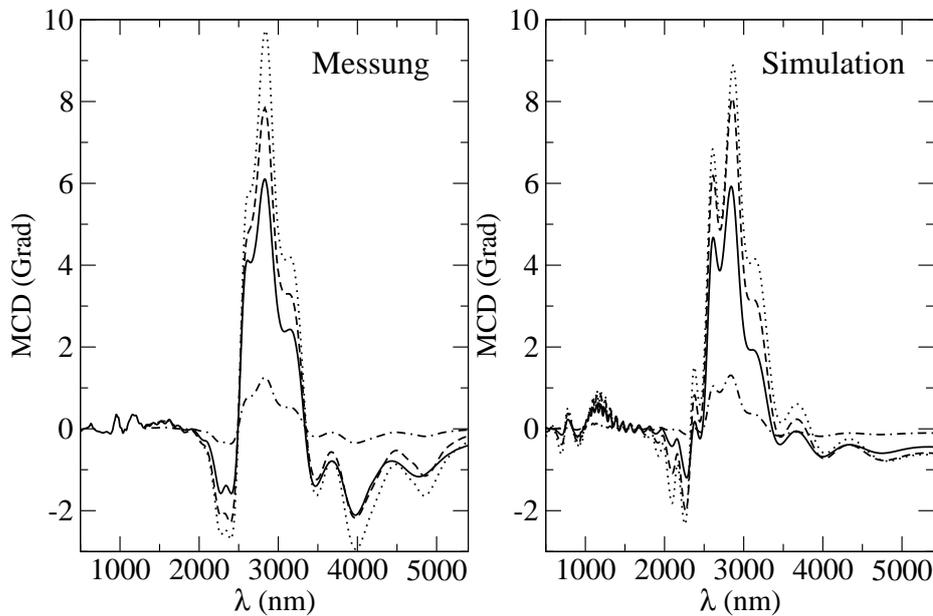


Abbildung 11.11: Links: Messungen der MCD-Spektren von InMnSb-Probe 70424A bei verschiedenen Magnetfeldern und Temperaturen (entsprechend verschiedenen Magnetisierungen; bei 3000 nm von oben nach unten: (1.6 K, 53 kG); (10 K, 53 kG); (1.6 K, 4.5 kG); (10 K, 4.5 kG)), Rechts: zu den Messungen analoge Rechnungen bei denen lediglich die Magnetisierung geändert wurde (bei 3000nm von oben nach unten:  $\frac{M}{M_s} = 1.0$  (M gesättigt), 0.8, 0.52, 0.09)



# Kapitel 12

## Materialparameter und Diskussion

Abschließend sollen nun noch einmal alle Parameter angegeben werden, die für die Simulationsrechnungen benutzt wurden bzw. sich aus diesen ergeben haben. Tabelle 12.1 zeigt die Bandlücken und Luttinger-Parameter aus einschlägiger Literatur die eingesetzt wurden, um die Bandstrukturen zu berechnen.

Tabelle 12.1: Verwendete Materialparameter aus einschlägiger Literatur

	InSb [90]	InAs [30]	GaAs [90]	GaSb [90]
$E_g$ [eV]	0.235	0.417	1.519	0.812
$\Delta_{SO}$ [eV]	0.81	0.39	0.341	0.76
$\gamma_1^L$	34.8	20.0	6.98	13.4
$\gamma_2^L$	15.5	8.5	2.06	4.7
$\gamma_3^L$	16.5	9.2	2.93	6
$\kappa_1^L$	13.4	7.53	1.31	4

Der Schwerpunkt der Messungen an GaMnAs liegt in der vorliegenden Arbeit in der Untersuchung und Deutung der Form der Hystereseschleifen. Dabei ergaben sich die in Tabelle 12.2 angegebenen Anisotropieparameter. Die ersten

beiden Proben zeigen In-Plane-Verhalten, was auch aus dem geringen uniaxialen Beitrag  $K_u$  im Vergleich zu  $K_{c1}$  bzw. der Sättigungsmagnetisierung hervorgeht. Bei der dritten Probe ist der uniaxiale Beitrag deutlich größer als die Kristallanisotropie und charakterisiert damit eindeutig eine Out-Of-Plane Probe. Die Parameter der Probe 00315A stammen im Wesentlichen aus der Arbeit von Liu *et al.* [51] da mit den in der vorliegenden Arbeit gemachten Messungen keine eindeutigen Anpassungsrechnungen möglich waren - lediglich die Domänenbildungsenergie konnte bestimmt werden. Die Parameter der anderen Proben passen auch gut zu den in [51] angegebenen Werten und die Temperaturabhängigkeit verhält sich analog. R. Lang hat in seiner Dissertation [22] ebenfalls versucht die Kristallanisotropie der Probe 10529A abzuschätzen und erhält:  $K_{c1} = 3.1 \frac{kJ}{m^3}$ . Es ist nicht verwunderlich, dass dieser Wert fast doppelt so groß ist wie der im Rahmen der vorliegenden Arbeit erhaltene Wert, da R. Lang die uniaxiale Anisotropie vernachlässigt und nur die Stellen betrachtet an denen sich die Magnetisierung neu ausrichtet - eine vollständige Beschreibung der Hysteresenform der Probe 10529A ist damit nicht möglich.

An den Parametern in Tabelle 12.2 erkennt man gut den Trend, dass die Kristallanisotropie mit der Mn-Konzentration zunimmt. Die Größe von  $K_u$  wird über die Änderung der Bandlücke zwar auch von  $x$  beeinflusst, jedoch ist die Wahl der Puffer-Schicht von deutlich größerer Bedeutung.

Tabelle 12.2: Anisotropieparameter der GaMnAs-Proben

Probe	$x$ [%]	$M_s$ [A/m]	$K_{c1}$ [kJ/m <sup>3</sup> ]	$K_u$ [kJ/m <sup>3</sup> ]	$\Delta F_0$ [kJ/m <sup>3</sup> ]
10529A	1.4	13300	1.862	-1.15	0.22
10914A	8	90666	6.48	1.73	0.41
00315A	3	34000	3.74	6.12	1.1

Bei den anderen Materialsystemen sind die Anisotropieparameter als Ergebnisse von Anpassungsrechnungen meist unzuverlässig da die Messungen zu wenig Struktur aufweisen. Für die GaMnSb-Probe 21104C konnte lediglich ein Satz mittlerer Parameter für eine Vielzahl von Domänen angegeben wer-

den. Diese sind zum Vergleich nochmals in Tabelle 12.3 aufgeführt und sind denen von Probe 10529A sehr ähnlich. Wie die Messung gezeigt hat, weist diese Probe jedoch sehr viele Domänen mit deutlich unterschiedlichen Eigenschaften auf, so dass die Angabe der Anisotropieparameter nur als Richtwert dienen kann.

Bei InMnAs-Probe 30116A sind die Vorzeichen der Anisotropieparameter anders, als bei den In-Plane-Proben, was bedeutet, dass die leichte Richtung unter einem endlichen Winkel zur Probennormalen liegt. Bei etwa der halben Curie-Temperatur verändert sich die leichte Richtung, so dass eine Out-Of-Plane-Probe entsteht. Wie bereits oben erwähnt, kann die Domänenbildungsenergie  $\Delta F_0$  nicht bestimmt werden, da sie offenbar größer ist, als alle auftretenden Differenzen der energetischen Minima.

Tabelle 12.3: mittlere Anisotropieparameter von GaMnSb-Probe 21104C und Anisotropieparameter von InMnAs-Probe 30116A

Probe	$M_s$ [A/m]	x [%]	$K_{c1}$ [kJ/m <sup>3</sup> ]	$K_u$ [kJ/m <sup>3</sup> ]	$\Delta F_0$ [kJ/m <sup>3</sup> ]
21104C	16363	2	1.3	-0.72	0.75
30116A	50156	6	-4	3.2	-

Die Anpassungsrechnungen an die magnetooptischen Messungen in Abhängigkeit von der Wellenlänge liefern vor allem die Austauschkonstante  $N_0\beta$  und die Dämpfung  $\Gamma$  von elektrischen Dipolübergängen. Tabelle 12.4 zeigt diese Parameter zusammengefasst für alle hier untersuchten Materialsysteme.

Die Hintergrundbeiträge zur dielektrischen Funktion ( $\varepsilon_\infty$ ) wurden jeweils in etwa so groß gewählt wie sie sich auch für die reinen Materialien ohne Mn ergeben. Bei der Grenzenergie  $E_{Grenze}$  ab der mit den Formeln für Interbandübergänge gerechnet wird (Gleichung (4.50) statt (4.51) ) wurde versucht, in etwa den Wert der jeweiligen Bandlücke plus die Fermi-Energie zu verwenden, d.h. die kleinste Energie, ab der Übergänge vom Valenz- ins Leitungsband möglich sind.

Bei InMnAs entspricht  $N_0\beta$  genau dem von Sanders *et al.* [30] angegebenen Wert. Für GaMnSb und InMnSb konnten keine Zahlenwerte in der Literatur

Tabelle 12.4: Parameter zur Simulation der magnetooptischen Spektren verschiedener Proben

Probe	$N_0\beta$ [eV]	$E_F$ [meV]	$E_{Grenze}$ [meV]	$\Gamma$ [meV]	$\varepsilon_\infty$
21104C (GaMnSb)	1.6	-185	980	13	12.7
70314B (GaMnSb)	1.6	-160	940	23	12.7
61129B (InMnAs)	1.0	-10	480	250	12.5
70424A (InMnSb)	$2.1\pm 0.4$	-164	380	40	15
20918B (InMnSb)	$2.1\pm 0.4$	-198	460	60	15

gefunden werden. Die Austauschkonstante  $N_0\beta$  konnte in der vorliegenden Arbeit erstmals bestimmt werden.

Nach Dietl *et al.* [6] sollte die Austauschkonstante  $N_0\beta$  bei steigender Gitterkonstante  $\propto a_0^{-3}$  abnehmen, so dass InMnSb den kleinsten Zahlenwert aufweisen sollte. Da aber - wie oben bereits erwähnt - das InMnSb die größten Amplituden bei den magnetooptischen Effekten aufweist, obwohl Mn-Konzentration und Schichtdicken nicht unter den größten hier betrachten sind, erscheint der große Zahlenwert von  $N_0\beta$  trotzdem realistisch.

Die Dämpfung in InMnSb nimmt mit zunehmender Mn-Konzentration zu, was sich durch zunehmende Störungen der Kristallstruktur erklären lässt.

Die Parameter des InMnAs, insbesondere von Probe 61129B weichen auffällig stark von denen der anderen Proben ab. Die Dämpfung musste sehr groß gewählt werden und trotzdem ist die Ladungsträgerdichte bzw. Fermi-Energie sehr gering. Dies ist vermutlich eine Auswirkung der Tatsache, dass die magnetooptischen Effekte in den dünnen InMnAs-Schichten von den Effekten in darunter liegenden Schichten überlagert werden. Deshalb sind auch hier genaue Angaben der Materialparameter nicht möglich.

Vor allem bei InMnSb ist die allgemeine Übereinstimmung der Simulationsrechnung mit der Messung sehr gut. Bei GaMnSb ergeben sich vor allem zwischen 2 und 4  $\mu\text{m}$  deutliche Abweichungen. Dies deutet an, dass in der Probe Effekte auftreten, die in der Theorie noch nicht berücksichtigt wurden. Bei allen hier betrachteten Systemen handelt es sich um Kristallgitter, die

Fremdatome (Mn) und viele quasifreie Ladungsträger enthalten. Trotzdem wurde von Einteilchen-Schrödingergleichungen in einem perfekten Kristallgitter ausgegangen. Sowohl Wechselwirkungen vieler Elektronen als auch die große Unordnung im Material wurden nur als effektive Dämpfung berücksichtigt. Auch Abschirmungseffekte (Coulombwechselwirkung) wurden nicht berücksichtigt. Generell muss man aber auch bei komplexen Systemen eine Theorie verwenden, die noch handhabbar ist. Man kann deshalb im Allgemeinen eine perfekte Übereinstimmung zwischen Messung und Simulationsrechnung nicht im gesamten Wellenlängenbereich erwarten.



# Kapitel 13

## Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden ferromagnetische III-V-Halbleiter mittels des magnetooptischen Kerr-Effekts (MOKE) und des magnetischen Zirkulardichroismus (MCD) untersucht. Damit war es möglich, Hystereseschleifen aufzuzeichnen, da die gemessenen Signalhöhen proportional zur Magnetisierung sind. Obwohl zu erwarten wäre, dass magnetische Eigenschaften von Magnetisierung und äußerem Magnetfeld beeinflusst werden, hat sich gezeigt, dass keine Beiträge des äußeren Feldes beobachtet werden können. Bei Messungen von MOKE und MCD in Abhängigkeit von der verwendeten Lichtwellenlänge konnten an reinen III-V-Halbleitern viele diskrete Resonanzen beobachtet werden, deren Positionen und Amplituden sich mit dem äußeren Magnetfeld verändern, was auf Interbandübergänge zwischen Landau-Niveaus zurückzuführen ist. Im Gegensatz dazu zeigen III-V-Halbleiter mit geringem Mn-Anteil nur einzelne ausgeprägte Resonanzen, deren spektrale Positionen und Breiten nicht vom äußeren Feld abhängen.

Die verschiedenen beobachteten Formen der Hystereseschleifen bei verschiedenen Messgeometrien konnten auf Grundlage des Stoner-Wohlfahrt-Modells erklärt werden, welches bei quantitativer Auswertung charakteristische Konstanten liefert, die die magnetische Anisotropie der Proben beschreiben. Dabei konnten auch Veränderungen der Lage der leichten Richtung der Magnetisierung in Abhängigkeit von der Temperatur beobachtet werden.

Analog zu reinen III-V-Halbleitern treten auch in  $\text{III}_{1-x}\text{Mn}_x\text{V}$ -Halbleitern Landau-Niveaus auf, allerdings werden die Spin-Niveaus nicht nur durch den Zeeman-Effekt im Magnetfeld aufgespalten, sondern zusätzlich durch die Austausch-Wechselwirkung zwischen den Elektronen der lokalisierten Mn-Ionen mit den Elektronen in Valenz- und Leitungsband des Halbleiters. Letzgenannter Effekt ist dabei deutlich dominierend, wodurch die Amplitude magnetooptischer Effekte in ferromagnetischen Materialien stark zunimmt und nur noch von der Magnetisierung - bestimmt durch die Spin-Ausrichtung der Mn-Ionen - abhängt.

Die spektrale Abhängigkeit von MOKE und MCD lässt sich analog zu reinen Halbleitern im Magnetfeld durch Übergänge zwischen verschiedenen Landau-Niveaus beschreiben. Der entscheidende Unterschied ist, neben der stark vergrößerten Spinaufspaltung der Bänder, die Lage der Fermi-Energie relative zur Oberkante des Valenzbandes. Durch die stark erhöhte Ladungsträgerdichte durch den Einbau von Ionen der II. Nebengruppe an Stelle eines Elements der III. Hauptgruppe liegt die Fermi-Energie in  $\text{III}_{1-x}\text{Mn}_x\text{V}$ -Halbleitern tief im Valenzband, wodurch Übergänge zwischen, in intrinsischen Systemen voll besetzten, schweren und leichten Löcher-Zuständen möglich werden, die höhere Übergangsraten aufweisen als die Interbandübergänge. Die Lage der Fermi-Energie bestimmt die spektrale Resonanzposition bei den magnetooptischen Messungen. Aus den Amplituden lässt sich das Austauschintegral  $N_0\beta$  bestimmen.

Es konnte gezeigt werden, dass die Beschreibung der magnetooptischen Effekte mittels der  $\vec{k} \cdot \vec{p}$ -Theorie für verschiedene III-Mn-V-Halbleiter - ob mit kleiner oder großer Bandlücke - gute Ergebnisse liefert. Erschwert werden Auswertungen zwar teilweise dadurch, dass Interferenzen zwischen den Grenzflächen zwischen den Materialien, aus denen die Proben aufgebaut sind, reflektierten Strahlen auftreten, die die eigentliche Struktur überdecken. Aus deren jeweiliger Periode können die Schichtdicken ermittelt werden. Bei vielen Spektren zeigen sich im infraroten Spektralbereich trotzdem noch Abweichungen zwischen Experiment und Theorie, was darauf hindeutet, dass es in den Proben auftretende Effekte gibt, die von der Theorie noch nicht

berücksichtigt werden. Eventuell könnte es sich dabei um einen elektrostatischen Abschirmungseffekt handeln. Dies müsste durch weitere theoretische Betrachtungen geklärt werden.

Insbesondere am Materialsystem InMnSb kann das theoretische Modell die beobachteten Spektren perfekt beschreiben. Die Anpassungsrechnung liefert erstmalig experimentelle Daten über die Austauschkonstanten für die Wechselwirkung zwischen Mn-Ionen und freien Löchern. Die Austauschkonstanten sind etwa doppelt so groß wie in den Systemen mit großer Bandlücke. Das steht im Widerspruch zu Berechnungen von Dietl, der eine Abnahme mit kleiner werdender Energielücke findet.



# Kapitel 14

## Anhang

### 14.1 Herleitung des magnetooptischen Kerr-Effekts aus den Komponenten des Reflexionsvermögens

Für das elektrische Feld eines links-zirkular ( $\sigma^-$ ) bzw. rechts-zirkular polarisierten Lichtbündels ( $\sigma^+$ ) gilt:

$$\vec{E}^- = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{i} \end{pmatrix} \cdot e^{i\omega t} \text{ bzw. } \vec{E}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -\mathbf{i} \end{pmatrix} \cdot e^{i\omega t} \quad (14.1)$$

Wie bereits im Kapitel 2.2 erwähnt, kann der komplexe Reflexionskoeffizient in folgender Form geschrieben werden:  $r_{\pm} = R_{\pm} \cdot e^{i\Phi_{\pm}}$  ( $R_{\pm}, \Phi_{\pm} \in \mathbb{R}$ ) und ein linear polarisierter Eingangs-Lichtstrahl lässt sich als Linearkombination zweier zirkular polarisierter Anteile mit gleicher Amplitude darstellen:

$$\vec{E}_e = \frac{1}{2}(\vec{E}^+ + \vec{E}^-) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1+1 \\ \mathbf{i}-\mathbf{i} \end{pmatrix} e^{i\omega t} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i\omega t} \quad (14.2)$$

(die Vorfaktoren  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  wurden so gewählt, dass die Intensität 1 ergibt). Für das reflektierte Lichtbündel gilt damit

$$\vec{E}_r = \begin{pmatrix} E_{rx} \\ E_{ry} \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(r_+\vec{E}^+ + r_-\vec{E}^-) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} R_+e^{i\Phi_+} + R_-e^{i\Phi_-} \\ -iR_+e^{i\Phi_+} + iR_-e^{i\Phi_-} \end{pmatrix} e^{i\omega t} \quad (14.3)$$

Der Drehwinkel der Polarisationssebene des reflektierten Lichtbündels  $\vec{E}_r$  im Vergleich zu  $\vec{E}_e$  ist gegeben durch

$$\Theta_K = \arctan\left(\frac{E_{ry}}{E_{rx}}\right) \quad (14.4)$$

Zur Vereinfachung kann nun angenommen werden, dass sich der Betrag des Reflexionsvermögens im Magnetfeld kaum ändert, d.h.  $R_+ \approx R_- =: R$ .

Damit folgt

$$\vec{E}_r \approx \frac{R}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\Phi_+} + e^{i\Phi_-} \\ -i(e^{i\Phi_+} - e^{i\Phi_-}) \end{pmatrix} \quad (14.5)$$

und

$$\Theta_K = \arctan\left(\frac{-i(e^{i\Phi_+} - e^{i\Phi_-})}{e^{i\Phi_+} + e^{i\Phi_-}}\right) = \arctan\left(i \frac{-2i \sin\left(\frac{\Phi_+ - \Phi_-}{2}\right)}{2 \cos\left(\frac{\Phi_+ + \Phi_-}{2}\right)}\right) \quad (14.6)$$

$$\Rightarrow \Theta_K = \frac{1}{2} \cdot (\Phi_+ - \Phi_-) \quad (14.7)$$

Der Kerr-Drehwinkel ist somit direkt proportional zur Differenz der Phasen der Reflexionskoeffizienten für rechts- und links-zirkular polarisiertes Licht.

## 14.2 Zusammenhang zwischen magnetischem Zirkulardichroismus und magnetooptischem Kerr-Effekt

Der MCD ist definiert als die Differenz der Intensitätsreflektivitäten für links- und rechts-zirkular polarisiertes Licht geteilt durch deren Summe. Mit der Amplitudenreflektivität des elektrischen Feldes  $r_{\pm} = R_{\pm} \cdot e^{i\Phi_{\pm}}$  erhält man die Intensitätsreflektivität als  $r_{\pm} \cdot r_{\pm}^* = R_{\pm}^2$ .

$$\Rightarrow MCD = \frac{R_+^2 - R_-^2}{R_+^2 + R_-^2} = \frac{\left(\frac{R_+}{R_-}\right)^2 - 1}{\left(\frac{R_+}{R_-}\right)^2 + 1} \quad (14.8)$$

Zur weiteren Vereinfachung sei  $s := \left(\frac{R_+}{R_-}\right)^2$ , so dass gilt:

$$MCD = \frac{s - 1}{s + 1} \quad (14.9)$$

MCD und MOKE hängen beide von Real- und Imaginärteil einer komplexen Zahl  $r_{\pm}$  ab. Somit besteht auf Grund der Kausalitätsbeziehung, wie es von der Kramers-Kronig-Beziehung bekannt ist, ein Zusammenhang zwischen MOKE und MCD. Die detaillierte Herleitung dafür findet sich in [91], das Ergebnis lautet für den Betrag der Reflexionskoeffizienten:

$$\ln R_+(\omega) - \ln R_-(\omega) = \ln \frac{R_+(\omega)}{R_-(\omega)} = \frac{2\omega}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{\Phi_+(\omega') - \Phi_-(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (14.10)$$

bzw.

$$s(\omega) = \exp \left( \frac{8\omega}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{\Phi_+(\omega') - \Phi_-(\omega')}{2} \cdot \frac{d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2} \right) \quad (14.11)$$

und es folgt:

$$MCD(\omega) = \frac{\exp\left(\frac{8\omega}{\pi} P \int_0^{\infty} \Theta_K(\omega') \frac{d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}\right) - 1}{\exp\left(\frac{8\omega}{\pi} P \int_0^{\infty} \Theta_K(\omega') \frac{d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}\right) + 1} \quad (14.12)$$

( $P \int$  entspricht dem cauchyschen Hauptwert des Integrals) Analog dazu findet sich in [91] auch die Beziehung für den umgekehrten Zusammenhang:

$$\Phi_+ - \Phi_- = -\frac{2}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{\omega' \cdot \ln\left(\frac{R_+(\omega')}{R_-(\omega')}\right)}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (14.13)$$

und damit folgt:

$$\Theta_K(\omega) = -\frac{1}{2\pi} P \int_0^{\infty} \ln(s(\omega')) \cdot \frac{\omega' d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2} \quad (14.14)$$

$$\Rightarrow \Theta_K(\omega) = -\frac{1}{2\pi} P \int_0^{\infty} \ln\left(\frac{1 + MCD(\omega')}{1 - MCD(\omega')}\right) \cdot \frac{\omega' d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2} \quad (14.15)$$

Es besteht also für die spektrale Abhängigkeit die Möglichkeit, den magneto-optischen Kerr-Effekt in den magnetischen Zirkulardichroismus umzurechnen und umgekehrt. Dabei sind die Zahlenwerte im Bogenmaß einzusetzen. Voraussetzung ist lediglich, dass die Messung des Effekts, der die Ausgangsgröße darstellt, über einen hinreichend großen Frequenzbereich erfolgt.

### 14.3 Messung des magnetischen Zirkulardichroismus mit Hilfe des Photoelastischen Modulators

Für den magnetooptischen Kerr-Effekt wurde der explizite Zusammenhang des gemessenen QLI-Signals mit dem Drehwinkel durch M. Pohlt [75] hergeleitet und oben bereits beschrieben (Kapitel 7.6). Beim Kerr-Effekt besteht durch den Analysator außerdem die Möglichkeit den Messaufbau direkt zu Eichen und die Messwerte auf Drehwinkel umzurechnen.

Für die Messung des MCD mit Hilfe des PEM existiert keine direkte Möglichkeit der Eichung. Man könnte lediglich die Reflektivitäten für rechts- und links-zirkular polarisiertes Licht messen und nach (14.8) den MCD berechnen. Da der Unterschied der Reflektivitäten allerdings meist um Größenordnungen kleiner ist als die Reflektivitäten selbst, ist das so erhaltene Ergebnis meist recht ungenau. Deshalb muss man sich hierbei auf die *Berechnung* des Einflusses der optischen Komponenten auf den Polarisationszustand des Lichts und die vom Detektor gemessene Intensität beschränken.

Als Eingangsbündel wählen wir z.B. linear polarisiertes Licht:

$$\vec{E}_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Der PEM im  $\frac{\lambda}{4}$ -Betrieb zur MCD-Messung wird, wie schon im Kapitel 7.4 erwähnt, durch die Matrix

$$P(t) = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} \end{pmatrix} \quad (14.16)$$

mit  $\delta = \frac{\pi}{2} \hat{=} \frac{\lambda}{4}$  beschrieben. Um die passende Matrix im Koordinatensystem der anderen optischen Komponenten zu erhalten muss  $P$ , wie in Kapitel 7.4

beschrieben, transformiert werden (Drehung um  $45^\circ$ ) und es ergibt sich

$$P'(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} + e^{-i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} & e^{i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} - e^{-i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} \\ e^{i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} - e^{-i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} & e^{i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} + e^{-i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} \end{pmatrix} \quad (14.17)$$

Für das Licht, das auf die Probe trifft gilt damit:

$$\vec{E}_{Probe} = P'(t) \cdot \vec{E}_e = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} e^{i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} + e^{-i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} \\ e^{i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} - e^{-i\frac{\delta}{2} \cos(2\pi\frac{t}{\tau})} \end{pmatrix} \quad (14.18)$$

Die beiden Vektorkomponenten beschreiben dabei linear polarisierte Anteile des Lichtbündels. Bekannt sind aber nur die Reflexionskoeffizienten  $R_{\pm}$  für zirkular polarisiertes Licht. Betrachtet man wiederum die Linearkombination der zirkular polarisierten Anteile zu linear polarisierten Einheitskomponenten und versieht die zirkularen Anteile mit ihren jeweiligen Reflexionskoeffizienten, so erhält man die Reflexionsmatrix  $R$  für die Probe:

$$R = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} R_+ + R_- & \frac{1}{i}(R_+ - R_-) \\ i(R_+ - R_-) & R_+ + R_- \end{pmatrix} \quad (14.19)$$

Die Intensität, die ein Detektor nach der Reflexion des Lichts an der Probe misst, ergibt sich damit zu

$$I(t) = (RP'\vec{E}_e)(RP'\vec{E}_e)^* = \frac{1}{2}(R_+^2 + R_-^2) + \frac{1}{2}(R_+^2 - R_-^2) \sin\left(\delta \cos\left(2\pi\frac{t}{\tau}\right)\right) \quad (14.20)$$

Das Licht wird im Experiment zusätzlich durch einen Chopper moduliert, wodurch das Signal mit geringer Frequenz als Rechteck zwischen 0 und  $I(t)$  oszilliert. Bestimmt werden die Frequenz-Anteile im resultierenden Signal durch zwei Lock-In-Verstärker. Diese arbeiten mit Sinus-förmigen Referenzsignalen mit der Frequenz des PEM ( $f_{PEM} = \frac{1}{\tau}$ ) bzw. der des Choppers ( $f_{Chop} = \frac{1}{T}$ ). Die Gesamtintensität des rechts- und links-zirkular polarisierten Lichts entspricht dem Gleichspannungsanteil von  $I(t)$  und es gilt für das

entsprechende Lock-In-Signal:

$$SLI = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} I(t) \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) dt \quad (14.21)$$

Integriert wird hier nur über eine halbe Periode, da das Signal in der zweiten Hälfte identisch 0 ist. Da  $f_{PEM}$  kein ganzzahliges Vielfaches von  $f_{Chop}$  ist, trägt der zweite Summand in  $I(t)$  nicht zum SLI-Signal bei, weshalb folgt:

$$SLI = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{2}(R_+^2 + R_-^2) \quad (14.22)$$

Der Lock-In-Verstärker mit  $f_{PEM}$  als Referenz reagiert nicht auf den Gleichspannungsanteil bzw. die Choppermodulation. Nur die Frequenzanteile mit  $f_{PEM}$  tragen zum DLI-Signal bei. Diesen Anteil erhält man mathematisch, indem man  $\sin\left(\delta \cos\left(2\pi \frac{t}{\tau}\right)\right)$  in eine Fourierreihe entwickelt. Der erste Fourierkoeffizient beträgt dabei  $J_1(\delta)$  (die erste Besselfunktion an der Stelle  $\delta$ ) und es folgt damit:

$$DLI = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} I(t) \cdot \cos\left(2\pi \frac{t}{\tau}\right) dt = \frac{1}{2} \cdot J_1(\delta) \cdot \frac{1}{2}(R_+^2 - R_-^2) \quad (14.23)$$

In diesem Fall wurde als Referenz der Kosinus an Stelle des Sinus gewählt, da in der hier verwendeten Repräsentation des PEM die Modulation mit einem Maximum bei  $t = 0$  beginnt. Der Vorfaktor  $\frac{1}{2}$  ergibt sich aus der Tatsache, dass mathematisch lediglich über eine Periode integriert wurde, aber die Zeitkonstante des Lock-In-Verstärkers vielen Perioden entspricht und dabei der Chopper während der Hälfte der Zeit den Lichtstrahl abdeckt.

Der Quotient aus  $DLI$  und  $SLI$  entspricht (bei  $\delta = \frac{\pi}{2}$ ) bis auf einen konstanten Faktor dem  $MCD$ :

$$QLI = \frac{DLI}{SLI} = \frac{\pi}{2} J_1\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{\frac{1}{2}(R_+^2 - R_-^2)}{\frac{1}{2}(R_+^2 + R_-^2)} \approx 0.890365 \cdot MCD \quad (14.24)$$

$$\Rightarrow MCD \approx 1.12313 \cdot QLI \quad (14.25)$$

Experimente zur Bestätigung dieses Zusammenhangs ergaben  $QLI \approx (0.75 - 0.85) \cdot MCD$ . Die Abweichung vom theoretischen Wert ergibt sich dadurch, dass die verwendeten optischen Komponenten nie perfekt arbeiten, z.B. ist der Polarisationsgrad von Polarisatoren nicht genau 100% und  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen erzeugen teilweise nicht bei allen Wellenlängen genau eine Phasenverschiebung entsprechend  $\frac{\lambda}{4}$ .

## 14.4 Berechnung des Stoner-Wohlfahrt-Modells

In Kapitel 5.4 wurde dargestellt, wie die Ausrichtung der Magnetisierung einer Probe im externen Magnetfeld zu bestimmen ist. Hier soll kurz erläutert werden, wie im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Minima der Energiedichte gefunden und die eventuell auftretenden Sprünge in der Ausrichtung der Magnetisierung ermittelt wurden.

Es wurde eine Funktion erstellt, die für gegebene Ausrichtung von äußerem Feld und Magnetisierung für einen Satz von Anisotropieparametern die Energiedichte des Systems nach Gleichung (5.26) berechnet. Der betrachtete Winkelbereich lautet  $\vartheta \in [0, 180^\circ]$ ,  $\varphi \in [-180^\circ, 180^\circ]$  (Definition der Winkel: siehe Abschnitt 5.4). Innerhalb dieses Winkelbereiches werden bei jeder Berechnung für eine bestimmte Magnetfeldstärke 32 Punkte  $(\vartheta, \varphi)$  auf einem regelmäßigen Gitter festgelegt. Zusätzlich wird die Winkel-Position der Magnetisierungseinstellung beim vorherigen Magnetfeld als 33ter Punkt gewählt. Als Startpunkt der Rechnung beim allerersten Magnetfeld muss eine Magnetisierungsausrichtung bei großem Feld vorgegeben werden (d.h. parallel zum Feld). An jedem der 33 Punkte wird ein "Downhill-Simplex-Algorithmus" nach Nelder und Mead [92] gestartet, um ein Minimum der Energiedichte zu finden.

Ausgehend vom vorgegebenen Punkt  $(\vartheta, \varphi)$  werden dabei zwei weitere Punkte in dessen Nähe per Zufall gewählt und jeweils die zugehörige Energiedichte berechnet. Ausgehend von diesem Simplex aus drei Punkten in einem zweidimensionalen Parameterraum erzeugt der Algorithmus iterativ weitere Punkte, die dem nächstliegenden Minimum der Energiedichte in jedem

Schritt ein wenig näher sein sollten. Da sich die drei Punkte eines Simplex mit Annäherung an das Minimum um dieses zusammenziehen, kann leicht erkannt werden, wann das Minimum mit hinreichender Genauigkeit erreicht ist. Der Downhill-Simplex-Algorithmus ist im Allgemeinen numerisch nicht konvergent. Man kommt damit zwar meist schnell in die Nähe eines Minimums, erreicht es aber nie genau (auch mit unendlich vielen Schritten nicht). Deshalb wird im Programm, nachdem die Nähe eines Minimums erreicht ist, eine Parabel an die Energiedichte in der Umgebung dieser Stelle angepasst. Das Minimum der Parabel wird als gefundene Minimumsposition zum aktuell betrachteten Punkt  $(\vartheta, \varphi)$  der 33 Startpunkte gespeichert.

Im betrachteten Winkelbereich gibt es aus Symmetriegründen deutlich weniger als 33 Minima, weshalb der eben beschriebene Algorithmus viele Minima mehrfach liefert. Das Gitter der Startpunkte wurde absichtlich dichter gewählt als nötig, damit kein Minimum übersehen wird. In einem Vergleichsschritt, wird die Anzahl der gefundenen Minima so weit reduziert, dass jedes genau einmal gespeichert ist. Dann wird das Minimum bestimmt, das der Ausrichtung der Magnetisierung entspricht, die der Ausrichtung beim vorherigen Feld am nächsten liegt. Ohne kurzfristige Domänenbildung wäre diese Position  $(\vartheta_0, \varphi_0)$  die neu eingenommene Magnetisierungsausrichtung.

Zu den Energiedichten der gespeicherten Minima wird der Term (5.27) entsprechend der Domänenbildungsenergie addiert. Der Winkel  $\xi_n - \xi_{n-1}$  entspricht hier dem Raumwinkel zwischen der jeweiligen Magnetisierungsausrichtung und der Einstellung  $(\vartheta_0, \varphi_0)$ . Damit werden Minima, die einem großen Sprung der Magnetisierungseinstellung entsprechen deutlich schlechter gestellt als solche, die nur einem kleinen Sprung entsprechen.

Zum Abschluss wird das Minimum gesucht, dessen korrigierte Energiedichte am geringsten ist. Die entsprechende Ausrichtung  $(\vartheta, \varphi)$  der Magnetisierung stellt für die vorgegebenen Anisotropieparameter und das angelegte äußere Magnetfeld das Ergebnis dar.

Die eben beschriebene Prozedur wird für alle aufeinander folgenden Magnetfeldstärken entlang einer Hystereseschleife durchgeführt. Somit erhält man eine Liste mit den Ausrichtungen der Magnetisierung, kann daraus die Rich-

tungskomponenten  $m_x$ ,  $m_y$  und  $m_z$  bestimmen und die in den Kapiteln 2.2 und 7.5 aufgeführten Formeln ergeben die entsprechenden Kerr- und MCD-Messsignale  $QLI(H)$ .

## 14.5 Die Rechen-Programme

In diesem Kapitel soll kurz auf die benutzten Programme eingegangen werden und darauf, welche Möglichkeiten diese bieten. Da bei allen Simulationsrechnungen ein ständiger Vergleich zwischen Messung und Rechnung unerlässlich ist, wurden zwei Programme mit graphischer Oberfläche erstellt. Als Programmiersprache diente dabei C++ und alle graphischen Elemente entstammen der Qt-Bibliothek der Firma Trolltech / Nokia (Version 4.2). Die Programme können unter Windows, Mac OS X und Linux mit Hilfe des GCC-Compilers übersetzt und benutzt werden.

### 14.5.1 Stoner-Wohlfahrt-Modell

Im vorangegangenen Kapitel wurde beschrieben, wie das Stoner-Wohlfahrt-Modell numerisch umgesetzt wurde. Abbildung 14.1 zeigt die graphische Oberfläche des Programms '*kerrschief*', das aus den eingegebenen Anisotropieparametern und den jeweiligen Magnetfeldstärken die Ausrichtung der Magnetisierung berechnen kann. Mit Hilfe des eingegebenen magnetooptischen Parameters  $Q$  und des Einfallswinkels des Lichts berechnet das Programm außerdem den QLI-Wert, der sich bei einer Messung ergeben sollte. Dies ist sowohl für Kerr-Effekt als auch MCD möglich.

In Abbildung 14.1 sind acht Ziffern eingezeichnet, die die verschiedenen Eingabeelemente bezeichnen. Nach dem Öffnen des Programms können auf der linken Seite die Magnetisierung, die Anisotropieparameter und der magnetooptische Parameter eingegeben werden (ab Position 1). Falls die Ergebnisse für Magnetfelder außerhalb des gemessenen Bereichs bestimmt werden sollen, so kann ein maximales Magnetfeld und die gewünschte Anzahl der Datenpunkte eingegeben werden (die Anzahl ist mindestens so groß wie die Anzahl



der Messpunkte). Die Fenster bei Position 2 zeigen die Messergebnisse (in schwarz) und die zugehörigen Simulationsergebnisse (in rot) an. Am oberen Rand des Fensters wird jeweils der Name der Datei, in der sich die aktuellen Messdaten befinden, angezeigt. Die beiden Fenster 2 und die Bereiche oberhalb und unterhalb davon sind intern identisch programmiert, so dass gleichzeitig die Ergebnisse für zwei unterschiedliche Messgeometrien an ein und der selben Probe simuliert werden können. Das ist nötig, weil in der häufig verwendeten polaren Messgeometrie nicht alle Magnetisierungskomponenten zum Ergebnis beitragen und die Ergebnisse damit bei nur einer Simulationsrechnung nicht eindeutig sein können. Bei Position 7 befinden sich Steuerknöpfe für die Darstellung der Ergebnisse. Es können hier die Messpunkte einer Hystereseschleife aus einer ASCII-Datei geladen werden (üblicherweise QLI über kG). Die Taste Auto-Fit legt aus Messung und Rechenergebnis minimalen und maximalen x- und y-Wert fest und skaliert die Darstellung so, dass im Fenster 2 alles zu sehen ist. Bei Position 6 kann ein gewünschter Bereich für die Darstellung ausgewählt werden und durch Drücken der Taste 'ReDraw' wird die Abbildung dementsprechend neu skaliert. Die Taste Update berechnet für die aktuelle Messgeometrie aus den Magnetisierungseinstellungen die QLI-Werte. Sollte es sich bei der Messung nicht um den Kerr-Effekt handeln, sondern um eine Messung des MCD, so ist die Option unter dem Auto-Fit-Kopf zu aktivieren. Bei Position 8 sind die Parameter für die Messgeometrie einzugeben, d.h. die Werte der Winkel  $\vartheta_H$  und  $\varphi_H$  die die Ausrichtung des Magnetfeldes in Bezug auf die Probennormale bzw. die leichte Richtung in der Oberfläche darstellen. Außerdem ist hier der Einfallswinkel des Lichts und die Stellung  $\varphi$  der Einfallsebene in Bezug auf die Ebene gebildet aus Magnetfeld und Probennormale einzugeben ('Einf.Phi[Grad]'). Der QLI-Faktor kann als Eichfaktor benutzt werden, wenn bei einer Messung nur der Kerr-Drehwinkel an Stelle des QLI-Wertes bekannt sein sollte und der QLI-Offset entspricht einem Summenterm, der dem Abgleich des Analysators bei  $H=0$  entspricht, so dass auch bei endlichem Einfallswinkel bei  $H=0$  das QLI-Signal 0 ist. Bei Messungen, die die Fenster-Drehung noch enthalten, kann diese als linearer Beitrag zum Ergebnis der Simulationsrechnung addiert werden. Bei Position 3 lässt sich das numerische Verfahren

auswählen. Zur Auswahl stehen ein einfaches Newton-Verfahren, das allerdings nur bei eindimensionalen Problemen funktioniert, das in Kapitel 14.4 beschriebene Downhill-Simplex-Verfahren zur Bestimmung der Minima im Stoner-Wohlfahrt-Modell und das gleiche Verfahren mit der nach Liu *et al.* [51] ergänzten Formel der Energiedichte. Oberhalb von Position 3 kann eine Domänenanzahl eingegeben werden und eine Parametervariation für die verschiedenen Domänen. D.h. werden z.B. 100 Domänen eingegeben mit einer Variation von 50%, so bestimmt das Programm 100 mal die Hystereseschleife und ändert dafür die Parameter zufällig so, dass sie von den eingegeben maximal um die angegebene Variation abweichen (ist ein bestimmter Parameter =1, so wird bei einer Variation von 50% der Wert zwischen 0.5 und 1.5 variiert). Berechnet werden die QLI-Werte aller Domänen und diese werden anschließend aufsummiert. Dabei wird jede der Domänen mit einer zufällig bestimmten Domänengröße gewichtet, die so gewählt wird, dass die Gesamtgröße eins ergibt. Bei Position 4 kann ausgewählt werden, welche Parameter variiert werden sollen. Bei Position 5 befinden sich die Steuertasten: Die Taste 'Start' lässt das Programm eine komplette Simulationsrechnung mit den eingegebenen Parametern durchführen. Dabei wird zuerst die Ausrichtung der Magnetisierung für die gemessenen Magnetfelder bestimmt und anschließend mit den Daten der Messgeometrie die QLI-Werte berechnet und in den Fenstern 2 angezeigt. Über die Taste 'Save Calc' kann eine komplette Simulation mit Ergebnissen und eingegebenen Parametern gespeichert werden. Bei 'Load Calc' kann sie analog dazu wieder geladen werden. Will man die Ausrichtung der Magnetisierung sehen, so muss man über 'Save Winkel' diese als ASCII-Datei abspeichern (die Spalten sind jeweils: Magnetfeldstärke in kG,  $\vartheta$ [Grad],  $\varphi$ [Grad]). Neben allen Parametern und über beiden Fenstern befinden sich kleine Quadrate. Diese lassen sich durch Maus-Klick aktivieren und deuten an, dass der entsprechende Parameter an die Messung in entsprechendem Fenster angepasst werden soll. Dies erfolgt über die Taste 'Fit' und wird ebenfalls über einen Downhill-Simplex-Algorithmus realisiert. Es wird dabei versucht die Summe der Abweichungsquadrate zwischen Messung und Rechnung zu minimieren. Der entsprechende Zahlenwert ist unter den Tasten bei Position 7 dargestellt (Delta=...). Die Summe der Abweichungen beider Fenster steht links über Position 3.

### 14.5.2 Simulation von Kerr- und MCD-Spektren

Ein zweites Programm wurde benutzt, um die Spektren der magnetooptischen Effekte zu simulieren. Dieses Programm heißt '*kerrmcdfit*'. Auch darin werden die Probandaten (wie z.B. Bandlücke, Luttinger-Parameter usw.) eingegeben, eine Messung geladen und eine Simulation gemäß einer vorgegebenen Theorie durchgeführt.

Da die Proben im Allgemeinen aus mehreren Schichten bestehen und die Transfermatrix-Methode benutzt werden soll, um die Interferenzen zu berechnen, wird auch im Programm jede Schicht einzeln berücksichtigt. Alle Optionen stehen zur Berechnung der dielektrischen Funktion  $\varepsilon(\omega)$  für jede Schicht in gleicher Weise zur Verfügung und bei jeder Schicht müssen alle relevanten Parameter vorgegeben werden.

Abbildung 14.2 zeigt die graphische Oberfläche des Programms '*kerrmcdfit*'. Die Fenster bei Position 1 zeigen den Vergleich zwischen gemessenen Spektren (in schwarz) und dem Ergebnis der Simulationsrechnung (in rot). Unterhalb des Fensters kann durch Klicken auf das Wort 'Wellenlänge' die Skala der Abszisse geändert werden, von Wellenlänge auf Energie, auf Wellenzahlen, auf  $\log(\text{Wellenlänge})$  und wieder zurück auf Wellenlänge. Der Knopf 'Zoom' erlaubt die Eingabe des gewünschten Betrachtungsbereiches für das Fenster. Hinein- oder heraus-Zoomen erfolgt, während sich der Cursor im Fenster befindet, entweder durch das Mausrad oder die Tasten '+' und '-'. Bei gedrückter 'Shift'-Taste und linker Maustaste wird ein grüner Rahmen erzeugt, durch den man den Ansichtsbereich auswählen kann. Oberhalb der Position 1 befindet sich eine Auswahlliste, mit deren Hilfe man im darunter liegenden Fenster verschiedene geladene Messungen bzw. Rechenergebnisse anzeigen lassen kann (z.B. Kerr-Drehung, MCD, berechnete dielektrische Funktion usw.). Das kleine Quadrat links davon legt fest, ob die Daten in dem entsprechenden Fenster für Anpassungsrechnungen genutzt werden sollen, das Quadrat rechts daneben bewirkt bei Anklicken ein Umdrehen des Vorzeichens der Messung (falls die Phaseneinstellung am Lock-In-Verstärker anders als üblich war). Die daneben liegende Option 'Last' erlaubt es, in hellblau jeweils das letzte Ergebnis anzeigen zu lassen, was nützlich ist, wenn man sehen

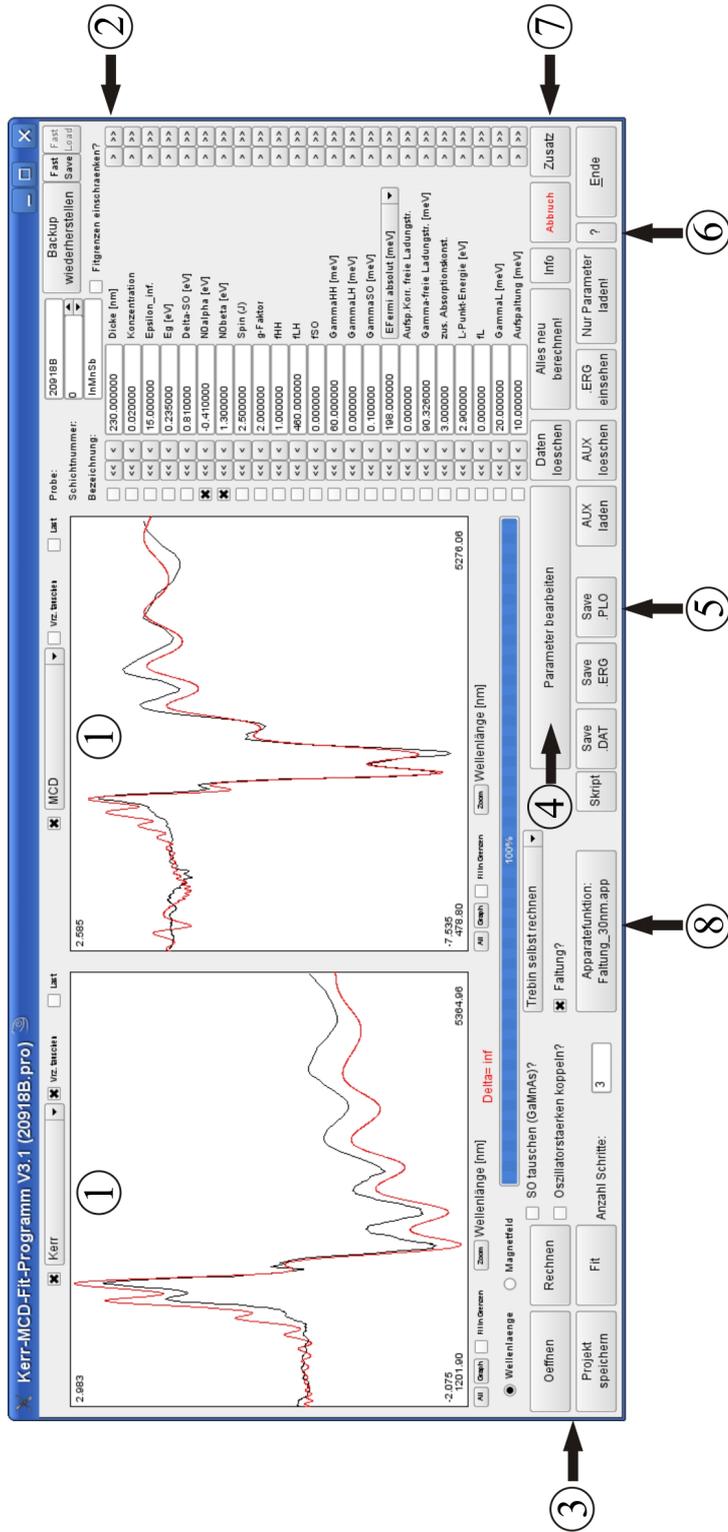


Abbildung 14.2: Graphische Oberfläche des Programms 'kerrmcdfit' (Beschreibung: siehe Text)

möchte, auf welche Strukturen des Spektrums bestimmte Parameter Einfluss haben.

Innerhalb des Programms wird eine Probe immer durch mehrere Schichten repräsentiert. Die Daten welcher Schicht man gerade eingibt bzw. betrachtet sieht man in der Mitte zwischen Position 1 und Position 2, dort lässt sich auch die Schichtnummer ändern (Nummer 0 ist immer die oberste d.h. in der Regel die ferromagnetische Schicht).

Bei Position 2 finden sich die Eingabefelder für den Teil der Parameter, der meist bei Simulationen variiert wird. Das Eingabe-Feld für jeden Parameter besteht aus mehreren Teilen: links ist ein Options-Quadrat, das angibt, ob bei Anpassungsrechnungen der entsprechende Parameter angepasst werden soll, oder nicht. Dann folgen rechts davon zwei Knöpfe um den Parameter um 10 bzw. 1% kleiner zu machen, dann der Wert des Parameters, gefolgt von dessen Bezeichnung und Einheit. Ganz rechts sind noch einmal zwei Tasten um den Parameter um 1 bzw. 10% größer zu machen (beim Anklicken dieser Knöpfe startet sofort eine neue Rechnung). Bei der Fermi-Energie kann ausgewählt werden, in welcher Form sie eingegeben werden soll: entweder es wird die Ladungsträgerdichte vorgegeben oder die Fermi-Energie absolut (d.h. von der Valenzbandoberkante bei  $H=0$  aus) oder die Fermi-Energie ausgehend von der aktuellen Valenzbandoberkante. Der Zahlenwert wird nach unten gezählt, d.h. wird 198 meV eingegeben, so liegt die Fermi-Energie bei  $-198$  meV. Da der L-Punkt in der  $\vec{k} \cdot \vec{p}$ -Theorie nicht vorkommt, kann ein künstlich erzeugter Übergang hinzugefügt werden (die Aufspaltung gibt an, um welche Energie die Resonanzpositionen in der dielektrischen Funktion für rechts- und links-zirkular polarisiertes Licht verschoben sind). Bei den meisten zur Auswahl stehenden Theorien wird nur die Dämpfung  $\Gamma$  (und evtl. die Oszillatorstärke  $f$ ) der schweren Löcher benutzt da eine Unterscheidung der verschiedenen Bänder nicht möglich bzw. nicht sinnvoll ist. Die Dämpfung der freien Ladungsträger und die zusätzliche Absorptionskonstante bestimmen die Absorption durch freie Ladungsträger in der Schicht.

Bei Position 3 befinden sich die Steuerknöpfe. Der Knopf 'Öffnen' ist für das Öffnen aller Dateitypen (diese werden automatisch erkannt) vorgesehen. Wird eine mehrspaltige ASCII-Text-Datei geöffnet, so wird diese als Messung

interpretiert und es wird gefragt, welche Art von Messung vorliegt und in welchen Spalten die entsprechenden Daten zu finden sind. Anschließend stehen die Daten zum Vergleich zu Simulationsrechnungen zur Verfügung. Außerdem kann man ein gespeichertes Projekt öffnen, das alle Messungen und Parameter enthält (allerdings nicht die Ergebnisse der Rechnung). 'Rechnen' startet eine einfache Simulationsrechnung mit den angegebenen Parametern. Manche Algorithmen erkennen, was sich seit der letzten Rechnung geändert hat und berechnen nur das Nötigste neu. Will man *alles* neu berechnen, muss man den Knopf 'Alles neu rechnen' unter den Parametern drücken. 'Fit' startet eine Anpassungsrechnung der aktivierten Parameter an die Messungen, deren Fit-Option aktiviert ist. Rechts daneben kann angegeben werden, wie viele Iterationsschritte durchgeführt werden sollen (bei längeren Rechnungen wird auch die geschätzte Zeit angegeben). Es kann vorkommen, dass eine Anpassungsrechnung keine sinnvollen Parameter liefert, da der Algorithmus divergiert. Um zu den Parametern vor Beginn der Rechnung zurückzukehren, muss der Knopf 'Backup wiederherstellen' oberhalb der Parametereingabe gedrückt werden. Die Knöpfe 'Fast Save' und 'Fast Load' speichern bzw. laden einen Parametersatz für eine Schicht (entspricht dem Kopieren der Parameter in eine Zwischenablage). Der Knopf 'Projekt speichern' ermöglicht es, alle Eingaben und geladenen Spektren abzuspeichern, so dass zu einem späteren Zeitpunkt alles wieder zur Verfügung steht. Bei Position 4 öffnet sich ein Fenster, in dem die festen Materialparameter und das Magnetfeld eingegeben werden können (siehe unten). Bei Position 5 findet sich der Knopf 'Save .plo'. Wird dieser gedrückt, so kann man die Rechenergebnisse als mehrspaltige ASCII-Datei abspeichern. In der ersten Spalte befindet sich die Wellenlänge, die darauf folgenden Spalten entsprechen den Ergebnissen der Simulationsrechnung zu den Einträgen im Auswahlfeld oberhalb der Fenster bei Position 1.

Der Knopf mit dem '?' bei Position 6 öffnet eine Hilfe-Datei mit der vollständigen Beschreibung des Programms (enthält auch Beschreibungen zu allen Knöpfen, die hier nicht beschrieben werden, da sie meist nicht gebraucht werden). Neben Position 7 findet sich ein Knopf mit der roten Beschriftung 'Abbruch', wodurch eine bereits gestartete Rechnung abgebrochen werden kann

(z.B. wenn es zu lange dauern würde - funktioniert aber nicht bei jedem Algorithmus). Der Knopf 'Info' zeigt Zwischenergebnisse und berechnete Hilfsgrößen an, der Knopf 'Zusatz' zeigt die nach dem Trebin-Verfahren berechnete Bandstruktur an. Bei Position 8 findet sich eine Option und ein Knopf um die Faltung der Ergebnisse der Simulationsrechnungen mit einer Apparatfunktion zu aktivieren. Es stehen mehrere Dateien mit Gauss-Funktionen unterschiedlicher Breite zur Verfügung, um die Faltung durchzuführen, mit Hilfe des Knopfes kann man eine davon laden. Die Option aktiviert die eigentliche Faltung bei der nächsten Rechnung.

Wird der Knopf bei Position 4 gedrückt, so öffnet sich ein Dialog, wie er in Abbildung 14.3 dargestellt ist. Die Luttinger-Parameter lassen sich darin auf zwei Arten eingeben: entweder man gibt die Luttinger-Parameter im Original vor oder man gibt die modifizierten Parameter nach Pidgeon und Brown ein. Welche Variante benutzt wird, wird über das Auswahlfeld bei Position 1 bestimmt. Auch das Kane'sche Matrixelement  $P$  kann entweder direkt oder als  $E_p$  eingegeben werden. Darunter folgen die Daten für die Temperatur und das Magnetfeld, eine Temperaturkorrektur  $T_0$  (nach Gaj entsprechend einem antiferromagnetischen Austausch), Gitterkonstante und die Masse im Leitungsband (die anderen Parameter haben in der Regel keine Bedeutung - für Details: siehe Hilfe-Datei des Programms). Bei Position 2 befindet sich die Auswahl des theoretischen Verfahrens, darunter ist die Anzahl der gewünschten Landau-Niveaus einzugeben (die meisten Verfahren benutzen nur die größte Zahl, da sie nicht zwischen den verschiedenen Bändern unterscheiden). Darunter befindet sich die Eingabe der Punktzahl für die Simulationsrechnung und darunter viele Debug-Optionen. Bei Position 3 sind Parameter für das Verfahren nach Trebin einzugeben (für alle anderen Verfahren ist diese Eingabe bedeutungslos). Bei Trebin werden auch noch mehrere Parameter zur Initialisierung gebraucht, die nicht weiter benutzt werden, diese werden aus einer Trebin-Datei, d.h. dem Ergebnis einer Rechnung mit dem Original-Programm 'TRS' von Trebin *et al.* [35], geladen. Bei Position 4 kann man eine Datei mit fünf Spalten vorgeben, die Real- und Imaginärteil der dielektrischen Funktion für rechts- und links-zirkular polarisiertes Licht enthält. Diese Daten werden nur benutzt, wenn dies bei Position 2 ausgewählt wurde ('Epsilon aus Datei', d.h. die dielektrische Funktion

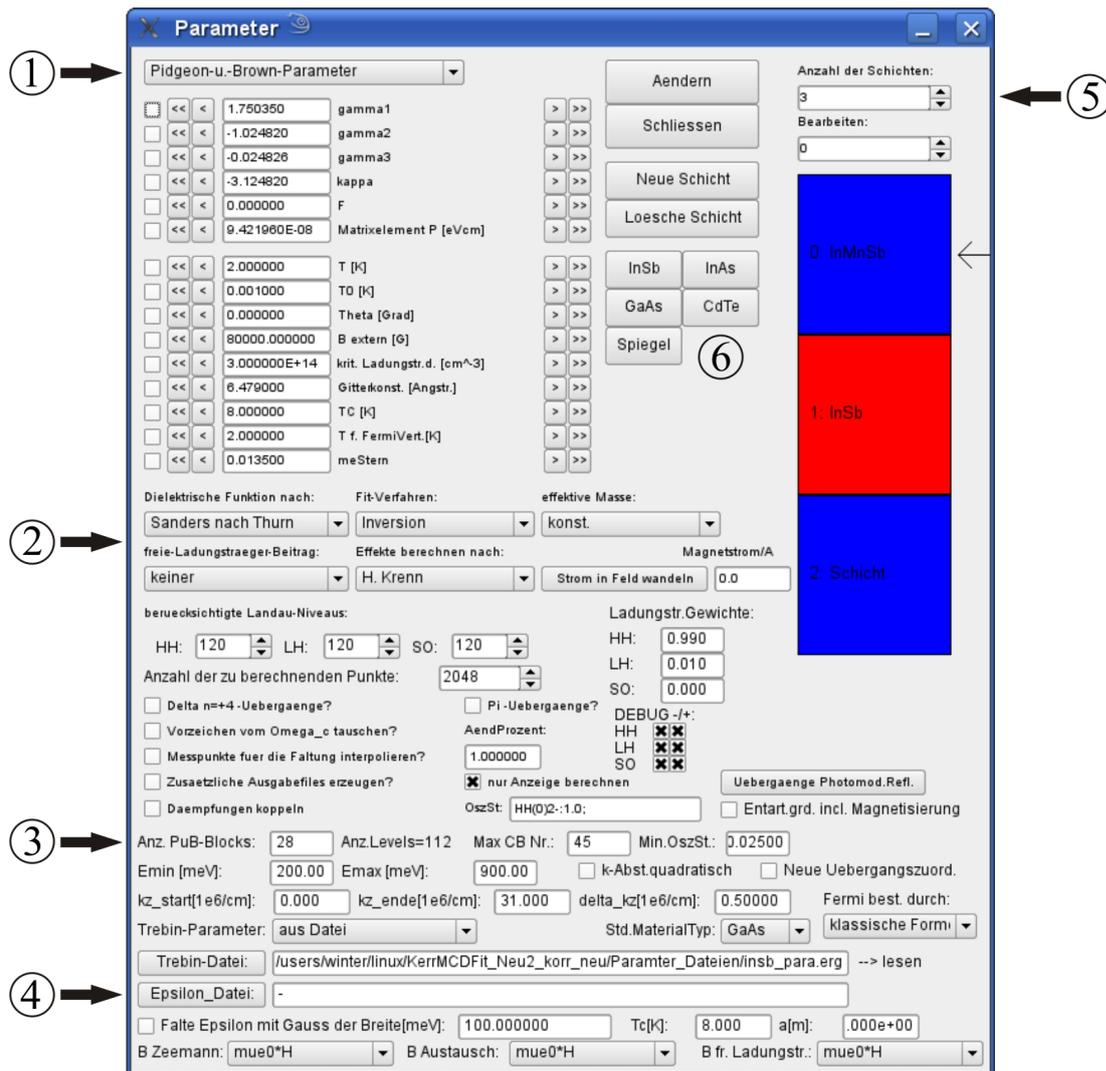


Abbildung 14.3: Graphische Oberfläche des Dialogs zur Eingabe der Materialparameter im Programm 'kerrmcdfit' (Beschreibung: siehe Text)

dieser Schicht wird nicht berechnet, sondern geladen; dies wird üblicherweise für Puffer-Schichten verwendet, deren Eigenschaften sich im Magnetfeld kaum ändern). Unter Position 4 kann eine zusätzliche Faltung der dielektrischen Funktion mit einer Gauss-Funktion vorgegebener Breite aktiviert werden (was meist nicht nötig ist). Bei Position 5 und darunter lassen sich die Schichten auswählen bzw. die Schichtanzahl ändern. Bei Position 6 finden sich Tasten, um die Schichtdaten mit den typischen Daten eines vorgegebenen Materials zu initialisieren. Darüber sind Tasten um bestimmte Schichten zu löschen bzw. neue einzufügen und darüber die Taste um eine Rechnung zu starten ('Ändern') bzw. das Eingabefenster zu schließen.

Insgesamt wurde das Programm '*kerrmcdfit*' so konzipiert, dass verschiedene Teile mit verschiedenen Theorien bzw. Algorithmen gerechnet werden können. Daher stammen auch die vielen Auswahlmöglichkeiten. Allgemein wird die dielektrische Funktion  $\varepsilon(\omega)$  jeder Schicht getrennt berechnet, wiederum getrennt für rechts- und links-zirkular polarisiertes Licht. Mit Hilfe der Transfermatrix-Methode oder der Formeln (2.43) und (3.2) werden die gewünschten magnetooptischen Effekte berechnet (in Abbildung 14.3 findet sich die Auswahl bei Position 2 in der zweiten Zeile in der zweiten Spalte: 'H. Krenn' steht für die Transfermatrix-Methode, 'Pamphlet' für die einfachen Formeln). Um die dielektrische Funktion bestimmen zu können, benötigt man die Bandstruktur. Welches Verfahren benutzt wird, kann im Hauptfenster in der Mitte unter den beiden großen Fenstern ausgewählt werden. Typische Verfahren sind dabei das nach Sanders, nach Pidgeon und Brown oder das nach Trebin. An Hand der Bandstruktur und der Fermi-Energie werden die möglichen Dipolübergänge festgelegt und deren Oszillatorstärken bestimmt. Das Verfahren, um daraus  $\varepsilon(\omega)$  zu berechnen wird in der ersten Zeile und Spalte bei Position 2 in Abbildung 14.3 eingestellt. Wird ein konstantes Epsilon gewählt, so wird einfach  $\varepsilon_\infty$  für alle Wellenlängen verwendet. Die nächsten beiden Verfahren bestimmen die Absorptionskonstante aus der Zustandsdichte  $D$  und aus einer analytischen Umformung davon Real- und Imaginärteil von  $\varepsilon$  (erstes Verfahren:  $D \propto \sqrt{E}$ , zweites Verfahren:  $D \propto 1/\sqrt{E}$ ). Die Einstellung 'Kim-Summe' entspricht Gleichung (4.54). Das Verfahren nach Sanders, das in Abschnitt 4 und speziell 4.2 dargestellt wurde wird durch 'Sanders nach Thurn' ausgewählt. Dabei wird Bandstruktur und dielektri-

sche Funktion im Ganzen berechnet und die Auswahl eines Verfahrens zur Berechnung der Bandstruktur ist ohne Bedeutung. Dies ist notwendig, da dabei die Anzahl der Übergänge enorm groß ist und deshalb Übergangsenergien und Oszillatorstärken direkt während der Rechnung immer wenn sie benötigt werden bestimmt werden müssen. Ein Abspeichern, um sie für andere Verfahren weiter zu verwenden ist auf Grund des gewaltigen Speicherbedarfs nicht möglich.

In der ersten Spalte in der zweite Zeile bei Position 2 in Abbildung 14.3 kann ein Zusatzbeitrag zur dielektrischen Funktion addiert werden, um Beiträge freier Ladungsträger zu berücksichtigen (z.B. nach dem Drude-Modell). Das ist aber nicht immer sinnvoll, da manche Verfahren die entsprechenden Beiträge bereits auf andere Weise enthalten.

Für die Anpassungsrechnung gibt es zwei Varianten, die in der ersten Zeile und zweiten Spalte bei Position 2 in Abbildung 14.3 ausgewählt werden können: entweder es wird eine elegante Art verwendet die relativ schnell abläuft (aber divergieren kann) nach Brand [93] ('Inversion' oder 'Householder' bezieht sich dabei nur auf das jeweilige Verfahren zur Lösung der Normalgleichungen, der Anpassungsalgorithmus ist identisch) oder es werden alle möglichen Parameterkombinationen ausprobiert ('Brutal'). Neben den Debug-Optionen findet sich das Eingabefeld 'Aend.Prozent'. Dieses gibt an, um wie viele Prozent jeder Parameter bei letzterer Fit-Methode nach oben und unten geändert werden soll. Die Iterationsschrittangabe im Hauptfenster zeigt dabei die Schrittzahl für jeden Parameter an. Ist ein Parameter z.B. 100 und ist die Änderung 40 und es wurden fünf Iterationsschritte gewählt, so werden folgende Parameterwerte ausprobiert und der mit dem niedrigsten Werte der Summe der Abweichungsquadrate Delta als Ergebnis geliefert: 60, 80, 100, 120, 140. Bei der eleganten Fit-Variante entspricht die Änderung in Prozent der Änderung jedes Parameters um den Gradienten von Delta bezüglich jedes Parameters numerisch zu berechnen.

Weitere Angaben zum Programm '*kerrmcdfit*' sind in einer Hilfe-Datei bereitgestellt (Aufruf über die Taste '?' bei Position 6 in Abbildung 14.2).



# Literaturverzeichnis

- [1] P. W. Shor, arXiv:quant-ph/9508027v2 Seiten 1–28 (1996).
- [2] L. M. Vandersypen, M. Steffen, G. B. C. S. Yannoni, M. H. Sherwood und I. L. Chuang, *Nature* **414**, 883–887 (2001).
- [3] G. Binasch, P. Grünberg, F. Saurenbach und W. Zinn, *Phys. Rev. B* **39**(7), 4828–4830 (1989).
- [4] U. Welp, V. K. Vlasko-Vlasko, X. Liu, J. K. Furdyna und T. Wojtowicz, *Phys. Rev. Lett.* **90**(16), 167206 (2003).
- [5] U. Welp, V. K. Vlasko-Vlasov, A. Menzel, H. D. You, X. Liu, J. K. Furdyna und T. Wojtowicz, *Appl. Phys. Lett.* **85**(2), 260–262 (2004).
- [6] T. Dietl, H. Ohno, F. Matsukura, J. Cibert und D. Ferrand, *Science* **287**(5455), 1019–1022 (2000).
- [7] M. Y. Dashevskii, V. S. Ivleva, L. Y. Krol', I. N. Kurilenko, L. B. Litvak-Gorskaya, R. S. Mitrofanova und E. Y. Fridlyand, *Sov. Phys. Semicond.* **5**(5), 757–761 (1971).
- [8] T. Wojtowicz, G. Cywiński, W. L. Lim, X. Liu, M. Dobrowolska, J. K. Furdyna, K. M. Yu, W. Walukiewicz, G. B. Kima, M. Cheon, X. Chen, S. M. Wang und H. Luo, *Appl. Phys. Lett.* **82**(24), 4310–4312 (2003).
- [9] T. Wojtowicz, J. K. Furdyna, X. Liu, K. M. Yu und W. Walukiewicz, *Physica E* **25**(2-3), 171–180 (2004).

- [10] G. A. Bolotin und A. V. Sokolov, Fiz. metal. metalloved. **12**(4), 493–498 (1961).
- [11] G. A. Bolotin und A. V. Sokolov, Fiz. metal. metalloved. **12**(5), 625–629 (1961).
- [12] G. A. Bolotin und A. V. Sokolov, Fiz. metal. metalloved. **12**(6), 785–791 (1961).
- [13] Z. J. Yang und M. R. Scheinfein, J. Appl. Phys. **74**(11), 6810–6823 (1993).
- [14] K. Shinagawa. *Magneto-Optics*, Kapitel Faraday and Kerr Effects in Ferromagnets. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, (2000).
- [15] H. R. Hulme, Proceedings of the Royal Society of London **135**, 237–257 (1932).
- [16] W. Reim, O. E. Hüsser, J. Schoenes, E. Kaldis, P. Wachter und K. Seiler, J. Appl. Phys. **55**(6), 2155–2157 (1984).
- [17] R. Nies und F. R. Kessler, phys. stat. sol. (a) **111**, 639–654 (1989).
- [18] P. Kielar, J. Opt. Soc. Am. B **11**(5), 854–856 (1994).
- [19] S. Tanaka, T. Yoshino und T. Takahashi, Japanese Journal of Applied Physics **5**(11), 994–993 (1966).
- [20] C.-Y. You und S.-C. Shin, phys. stat. sol. (b) **241**(7), 1406–1410 (2004).
- [21] A. Zvezdin und V. Kotov. *Modern Magneto-optics and Magneto-optical Materials*. Studies in Condensed Matter Physics. Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, (1997).
- [22] R. Lang, *Magneto-optische Untersuchungen an ferromagnetischen GaMnAs-Epitaxieschichten*, Doktorarbeit, Universität Bayreuth, (2006).

- [23] R. Lang, A. Winter, H. Pascher, H. Krenn, X. Liu und J. K. Furdyna, Phys. Rev. B **72**, 024430 (2005).
- [24] J. R. Chelikowsky und M. L. Cohen, Phys. Rev. B **14**(2), 556–582 (1976).
- [25] J. R. Chelikowsky und M. L. Cohen, Phys. Rev. B **30**(8), 4828 (1984).
- [26] J. M. Luttinger und W. Kohn, Phys. Rev. **97**(4), 869–883 (1955).
- [27] E. O. Kane. The  $\vec{k} \cdot \vec{p}$  method. In R. K. Willardson und A. C. Beer, Herausgeber, *Semiconductors and Semimetals*, Band 1, Seiten 75–100. Academic Press Inc., (1966).
- [28] J. M. Luttinger, Phys. Rev. **102**(4), 1030–1041 (1956).
- [29] S. K. Pugh, D. J. Dugdale, S. Brand und R. A. Abram, Semicond. Sci. Technol. **14**, 23–31 (1999).
- [30] G. D. Sanders, Y. Sun, F. V. Kyrychenko, C. J. Stanton, G. A. Khodaparast, M. A. Zudov, J. Kondo, Y. H. Matsuda, N. Miura und H. Munekata, Phys. Rev. B **68**, 165205 (2003).
- [31] C. R. Pidgeon und R. N. Brown, Physical Reviews **146**(2), 575–583 (1966).
- [32] E. O. Kane, J. Phys. Chem. Solids **1**, 249–261 (1957).
- [33] H. R. Trebin, U. Rössler und R. Ranvaud, Phys. Rev. B **20**(2), 686–700 (1979).
- [34] R. Ranvaud, H. R. Trebin, U. Rössler und F. H. Pollak, Phys. Rev. B **20**(2), 701–715 (1979).
- [35] J. Schmitz, H. R. Trebin und U. Rössler, Computer Physics Communications **66**, 308–318 (1991).
- [36] C. Rigaux. Magneto-optics in Narrow Gap Diluted Magnetic Semiconductors. In J. K. Furdyna und J. Kossut, Herausgeber, *Semiconductors and Semimetals*, Band 25, Seiten 229–274. Academic Press Inc., (1988).

- [37] J. Kossut. Band Structure and Quantum Transport Phenomena in Narrow-Gap Diluted Magnetic Semiconductors. In J. K. Furdyna und J. Kossut, Herausgeber, *Semiconductors and Semimetals*, Band 25, Seiten 183–227. Academic Press Inc., (1988).
- [38] C. Thurn, *Die lineare optische Antwort ferromagnetischer Halbleiter*, Diplomarbeit, Universität Bayreuth, (2009).
- [39] C. C. Kim, J. W. Garland, H. Abad und P. M. Raccach, Phys. Rev. B **45**(20), 11749–11767 (1992).
- [40] E. D. Palik und J. K. Furdyna, Rep. Prog. Phys. **33**, 1193–1322 (1970).
- [41] P. Wallace. *Physics of Solids in intense Magnetic Fields*, Kapitel Intra-band Collective Effects and Magneto-optical Properties of many-valley semiconductors. Plenum Press, (1969).
- [42] G. Meyer, *In situ Abbildung magnetischer Domänen in dünnen Filmen mit magneto-optischer Rasternahfeldmikroskopie*, Doktorarbeit, Freie Universität Berlin, (2003).
- [43] P. N. Argyres, Phys. Rev. **97**(2), 334–345 (1955).
- [44] P. M. Oppeneer, T. Maurer, J. Sticht und J. Kübler, Phys. Rev. B **45**(19), 10924–10933 (1992).
- [45] K. Kopitzki, Herausgeber. *Einführung in die Festkörperphysik*. Teubner-Studienbücher, 2. Ausgabe, (1989).
- [46] C. Kittel, Herausgeber. *Einführung in die Festkörperphysik*. Oldenbourg Verlag, 13. Ausgabe, (2002).
- [47] A. Morrish. *The Physical Principles of Magnetism*. IEEE Press, (2001).
- [48] E. C. Stoner und E. P. Wohlfarth, Phil. Trans. Roy. Soc. **A-240**, 599–642 (1948).

- [49] M. Reinwald, *Herstellung und Charakterisierung von ferromagnetischem GaMnAs auf der GaAs (001)- und (311)A-Oberfläche*, Doktorarbeit, Universität Regensburg, (2005).
- [50] M. Brockmann, *Epitaxie und magnetische in-plane-Anisotropie dünner Fe(001)-Schichten auf Au(001) und GaAs(001)*, Doktorarbeit, Universität Regensburg, (2000).
- [51] X. Liu, Y. Sasaki und J. K. Furdyna, Phys. Rev. B **67**, 205204 (2003).
- [52] D. Hrabovsky, E. Vanelle, A. R. Fert, D. Yee, J. Redoules, J. Sadowski, J. Kanski und L. Ilver, Appl. Phys. Lett. **81**(15), 2806–2808 (2002).
- [53] X. Liu, W. L. Lim, L. V. Titova, T. Wojtowicz, M. Kutrowski, K. J. Yee, M. Dobrowolska, J. K. Furdyna, S. J. Potashnik, M. B. Stone, P. Schiffer, I. Vurgaftman und J. R. Meyer, Physica E **20**, 370–373 (2004).
- [54] E. Oh, *Optical Properties of Diluted Magnetic Semiconductors: I. Magneto-Optics II. Inelastic Light Scattering*, Doktorarbeit, Purdue University, (1991).
- [55] A. Haury, A. Wasiela, A. Arnoult, J. Cibert, S. Tatarenko, T. Dietl und Y. d'Aubigne, Phys. Rev. Lett. **79**(3), 511–514 (1997).
- [56] T. Story, R. Gałazka, R. Frankel und P. Wolff, Phys. Rev. Lett. **56**(7), 777–779 (1986).
- [57] H. Ohno, H. Munekata, T. Penny, S. von Molnár und L. L. Chang, Phys. Rev. Lett. **68**(17), 2664–2667 (1992).
- [58] J. Szczytko, M. Mac, A. Twardowski, F. Matsukura und H. Ohno, Phys. Rev. B **59**(20), 12935–12939 (1999).
- [59] S. Das Sarma, E. H. Hwang und A. Kaminski, Phys. Rev. B **67**, 155201 (2003).
- [60] A. Oiwa, S. Katsumoto, A. Endo, M. Hirasawa, Y. Iye, F. Matsukura, A. Shen, Y. Sugawara und H. Ohno, Physica B **249-251**, 775–779 (1998).

- [61] T. Dietl, H. Ohno und F. Matsukura, Phys. Rev. B **63**, 195205 (2001).
- [62] S. Yanagi, K. Kuga, T. Slupinski und H. Munekata, Physica E **20**, 333–337 (2004).
- [63] N. P. Gavaleshko, V. Z. Slobodyan, E. I. Radevich und I. G. Orletskii, Inorganic Materials **31**(10), 1152–1154 (1995).
- [64] T. Wojtowicz, W. L. Lim, X. Liu, G. Cywiński, M. Kutrowski, L. V. Titova, K. Yee, M. Dobrowolska, J. K. Furdyna, K. M. Yu, W. Walukiewicz, G. B. Kim, M. Cheon, X. Chen, S. M. Wang, H. Luo, I. Vurgaftman und J. R. Meyer, Physica E **20**, 325–332 (2004).
- [65] H. Ohno, Science **281**, 951–956 (1998).
- [66] A. Van Esch, L. Van Bockstal, J. De Boeck, G. Verbanck, A. S. van Steenbergen, P. J. Wellmann, B. Grietens, R. Bogaerts, F. Herlach und G. Borghs, Phys. Rev. B **56**(20), 13103–13112 (1997).
- [67] B. Beschoten, P. A. Crowell, I. Malajovich, D. D. Awschalom, F. Matsukura, A. Shen und H. Ohno, Phys. Rev. Lett. **83**(15), 3073–3076 (1999).
- [68] C. Zener, Phys. Rev. **81**(4), 440–444 (1951).
- [69] M. A. Ruderman und C. Kittel, Phys. Rev. **96**(1), 99–102 (1954).
- [70] T. Kasuya, Progress of Theoretical Physics **16**(1), 45–57 (1956).
- [71] K. Yosida, Phys. Rev. **106**(5), 893–898 (1957).
- [72] J. H. Van Vleck, Reviews of Modern Physics **34**(4), 681–686 (1962).
- [73] H. Akai, Phys. Rev. Lett. **81**(14), 3002–3005 (1998).
- [74] S. A. Obukhov, Solid State Commun. **88**(3), 255–256 (1993).
- [75] M. Pohlt, *Magenetooptischer Kerreffekt an kurzperiodischen MnTe/CdTe Übergittern*, Diplomarbeit, Universität Bayreuth, (1997).
- [76] P. T. Chiu und B. W. Wessels, Appl. Phys. Lett. **89**, 102505 (2006).

- [77] V. V. Rylkov, B. A. Aronzon, Y. A. Danilov, Y. N. Drozdov, V. P. Lesnikov, K. I. Maslakov und V. V. Podol'skii, *Journal of Experimental and Theoretical Physics* **100**(4), 742–751 (2005).
- [78] X. Chen, M. Na, M. Cheon, S. Wang, H. Luo, B. D. McCombe, X. Liu, Y. Sasaki, T. Wojtowicz, J. K. Furdyna, S. J. Potashnik und P. Schiffer, *Appl. Phys. Lett.* **81**(3), 511–513 (2002).
- [79] J. Szczytko, W. Bardyszewski und A. Twardowski, *Phys. Rev. B* **64**, 075306 (2001).
- [80] H. Ohno und F. Matsukura, *Solid State Commun.* **117**, 179–186 (2001).
- [81] W. L. Lim, T. Wojtowicz, X. Liu, M. Dobrowolska und J. K. Furdyna, *Physica E* **20**, 346–349 (2004).
- [82] P. T. Chiu, S. J. May und B. W. Wessels, *J. Appl. Phys.* **99**, 083907 (2006).
- [83] J. Cerne, D. C. Schmadel, L. B. Rigal und H. D. Drew, *Review of Scientific Instruments* **74**(11), 4755–4767 (2003).
- [84] D. Keay und P. H. Lissberger, *Optica Acta* **15**(4), 373–388 (1968).
- [85] A. Arrott, *Phys. Rev.* **108**, 1394–1396 (1957).
- [86] I. Yeung, R. M. Roshko und G. Williams, *Phys. Rev. B* **34**(5), 3456–3457 (1986).
- [87] J. A. Gaj, R. Planel und G. Fishman, *Solid State Commun.* **29**, 435–438 (1979).
- [88] P. Klocek. *Handbook of infrared optical materials*. Dekker-Verlag, (1991).
- [89] O. Madelung, Herausgeber. *Landolt-Börstein*, Band 22. Springer-Verlag, (1987).
- [90] I. Vurgaftman, J. R. Meyer und L. R. Ram-Mohan, *J. Appl. Phys.* **89**(11), 5815–5875 (2001).

- [91] D. Y. Smith, *J. Opt. Soc. Am.* **66**(6), 547–554 (1976).
- [92] J. A. Nelder und R. Mead, *Computer Journal* **7**(4), 308–313 (1965).
- [93] S. Brand. *Statistical and Computational Methods in Data Analysis*. North Holland, (1970).

# Danksagung

Abschließend möchte ich mich bei den Professoren T. Wojtowicz, X. Liu und J. K. Furdyna für die zur Verfügung gestellten Proben bedanken. Ebenso bin ich den Mitarbeitern von Herrn Prof. Dr. H. Krenn und natürlich auch ihm selbst großen Dank schuldig für die vielen wertvollen Diskussionen und die Bemühungen um die theoretischen Modelle. Im selben Zusammenhang bedanke ich mich auch bei Herrn Prof. Dr. V. M. Axt und Herrn Dipl. Phys. Ch. Thurn für ihre Berechnungen und Geduld. Außerdem sage ich 'Danke!' an die letzten verbliebenen Mitarbeiter des Lehrstuhls für Experimentalphysik I für die angenehme Arbeitsatmosphäre, besonders an Frau M. Lenich ohne die praktisch gar nichts läuft.

Vor allem bin ich Herrn Prof. Dr. H. Pascher sehr dankbar dafür, dass ich in seiner Arbeitsgruppe diese Dissertation anfertigen konnte und er mir stets mit Rat und Tat zur Seite stand.