Beulanalyse mit Z88 – Ergebnisqualität unter Berücksichtigung unterschiedlicher FE-Netze

18. Bayreuther 3D-Konstrukteurstag

21. September 2016

Johannes Glamsch, B.Sc.; Philipp Richter, B.Sc.;
Dipl.-Ing. Daniel Billenstein; Christian Glenk, M.Sc.;
Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg

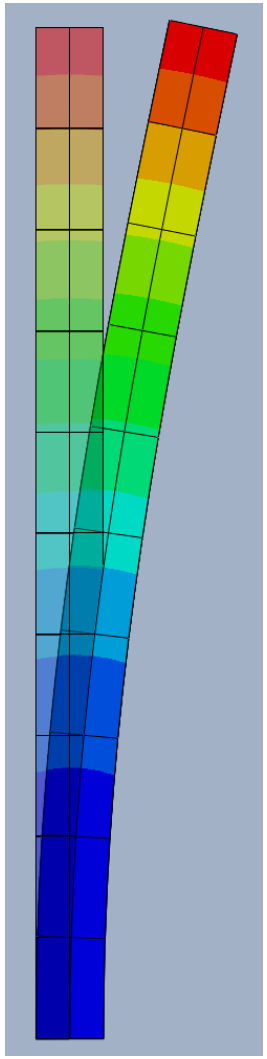
Inhalt

1. Motivation

2. Knicken und Beulen
   a) Analytische Knickungsberechnung
   b) Lineare numerische Knickungsberechnung
   c) Nichtlineare numerische Knickungsberechnung

3. Entwicklung eines Knickungssolvers
   a) Programmaufbau und –ablauf
   b) Einfluss der Netzqualität

4. Zusammenfassung und Ausblick

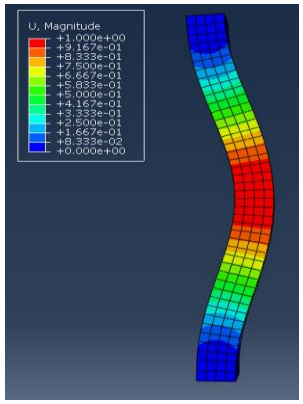


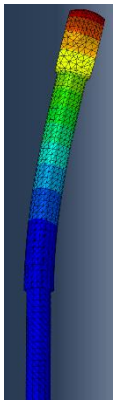
Motivation

Knicken und Beulen

Mechanisch

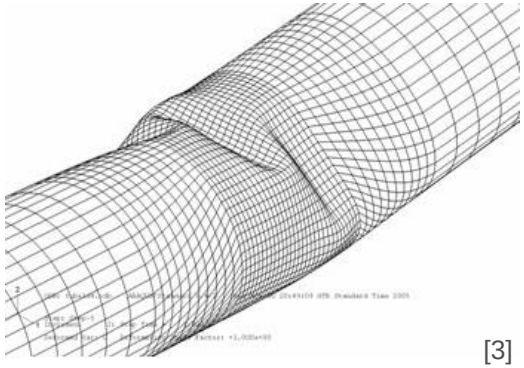
[1]





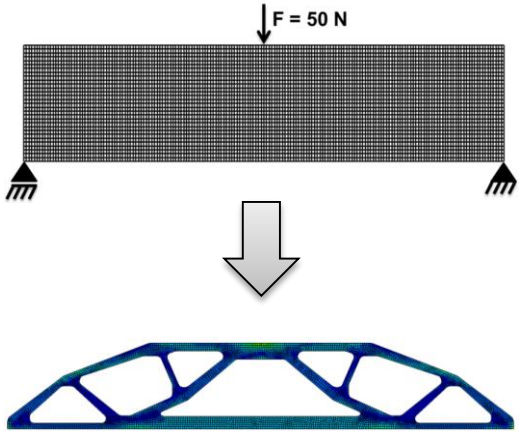
Thermisch

[2]

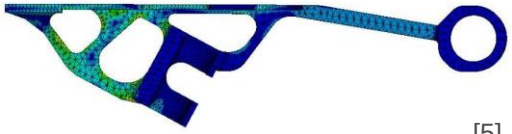


[3]

Optimierung



[4]

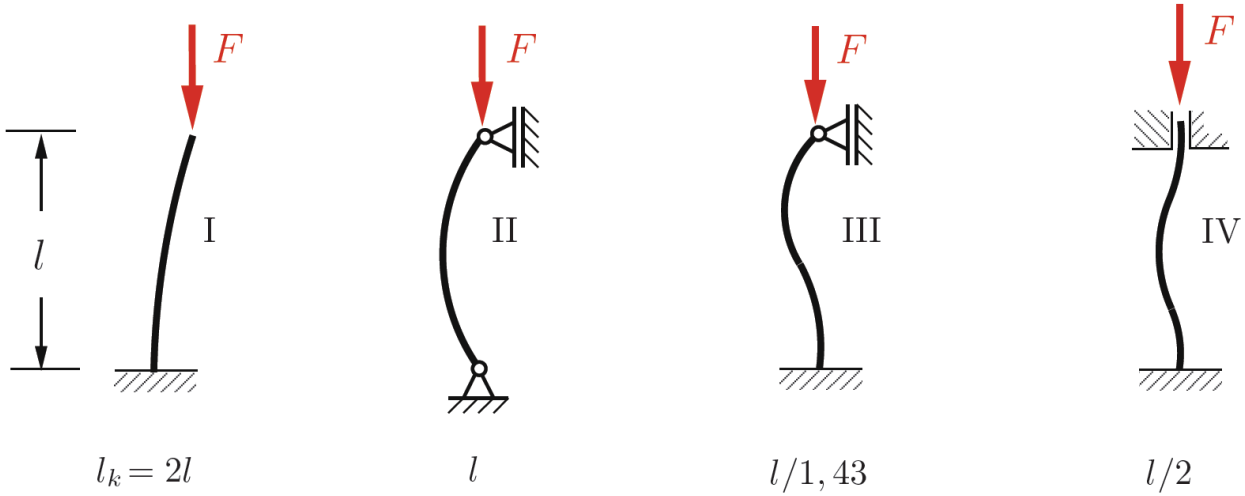


[5]

Knicken und Beulen

Analytische Knickungsberechnung

Analytische Knickfälle



[5]

Elastische Knickung (Euler)

- Lange, dünne Stäbe
- $\lambda \geq \lambda_g$
- $F_K = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$

Grenzschlankheitsgrad

$\boldsymbol{\lambda_g}$

Unelastische Knickung

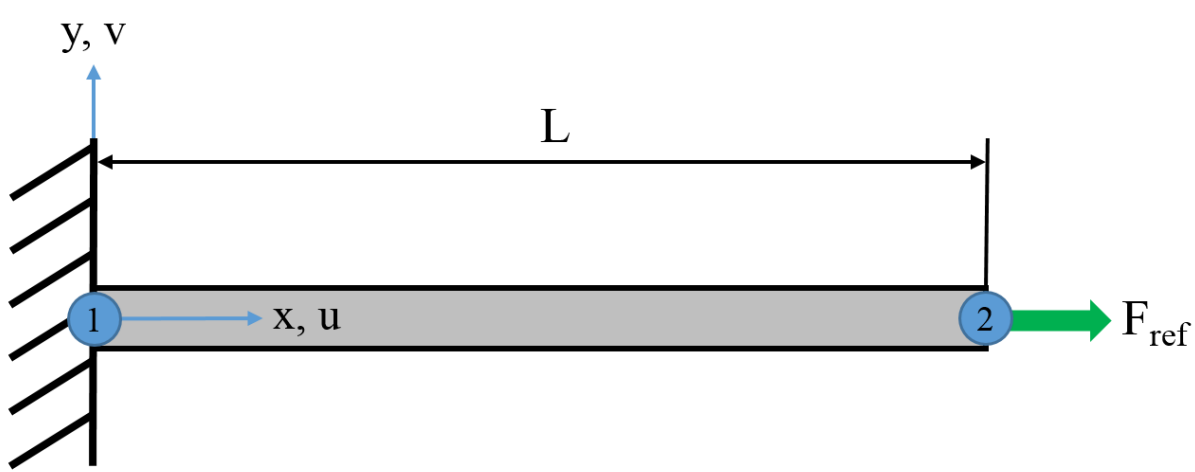
- Kurze, gedrungene Stäbe
- Meist nach Tetmajer
- $\lambda < \lambda_g$
- $F_K = f(a, b, c, R_e)$

Knicken und Beulen

Numerische Knickungsberechnung - linear

$$(\boldsymbol{K} + \lambda_{krit}\boldsymbol{K}_{\sigma})\boldsymbol{u}_{beul} = 0$$

$$\left(\frac{EI_z}{L^3}\begin{pmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{pmatrix}\right.$$



$$\left.\right)\begin{pmatrix} v_1 \\ \theta_{z1} \\ v_2 \\ \theta_{z2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F_{krit} = F_{ref}\lambda_{krit,2} = -2{,}48596\,\frac{EI_z}{L^2}$$

Abweichung zur analytischen Lösung beträgt unter 1%

Knicken und Beulen

Numerische Knickungsberechnung - linear

Spannungsversteifungsmatrix

$$\boldsymbol{K}_\sigma = \sum_i \boldsymbol{K}^e_{\sigma,i} \qquad \boldsymbol{K}^e_\sigma = \iiint_V \boldsymbol{G}^T \underline{\boldsymbol{S}} \boldsymbol{G}\, dV$$

G - Matrix

$$\boldsymbol{G} = \begin{pmatrix} N_{1,x} & 0 & 0 & \dots \\ N_{1,y} & 0 & 0 & \dots \\ N_{1,z} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & N_{1,x} & 0 & \dots \\ 0 & N_{1,y} & 0 & \dots \\ 0 & N_{1,z} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & N_{1,x} & \dots \\ 0 & 0 & N_{1,y} & \dots \\ 0 & 0 & N_{1,z} & \dots \end{pmatrix}$$

$$N_{i,x} = \frac{dN_i}{dx} \qquad N_{i,y} = \frac{dN_i}{dy} \qquad N_{i,z} = \frac{dN_i}{dz}$$

Spannungsmatrix

$$\boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{s} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{s} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{s} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{s} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

Entwicklung eines Knickungssolvers - *kniX*

Programmaufbau und -ablauf

Finite Elemente Analyse mit Z88

kniX

Auswerten der Übergabeparameter → Einlesen der Eingabedateien (Strukturdaten, Randbedingungen, berechnete Spannungen) → Einlesen der Gesamtsteifigkeitsmatrix (z88stiffness.bin) → Aufbauen der Spannungsversteifungs-matrix → Einbauen der Randbedingungen → Ausschreiben der Matrizen

Lösen des EWP

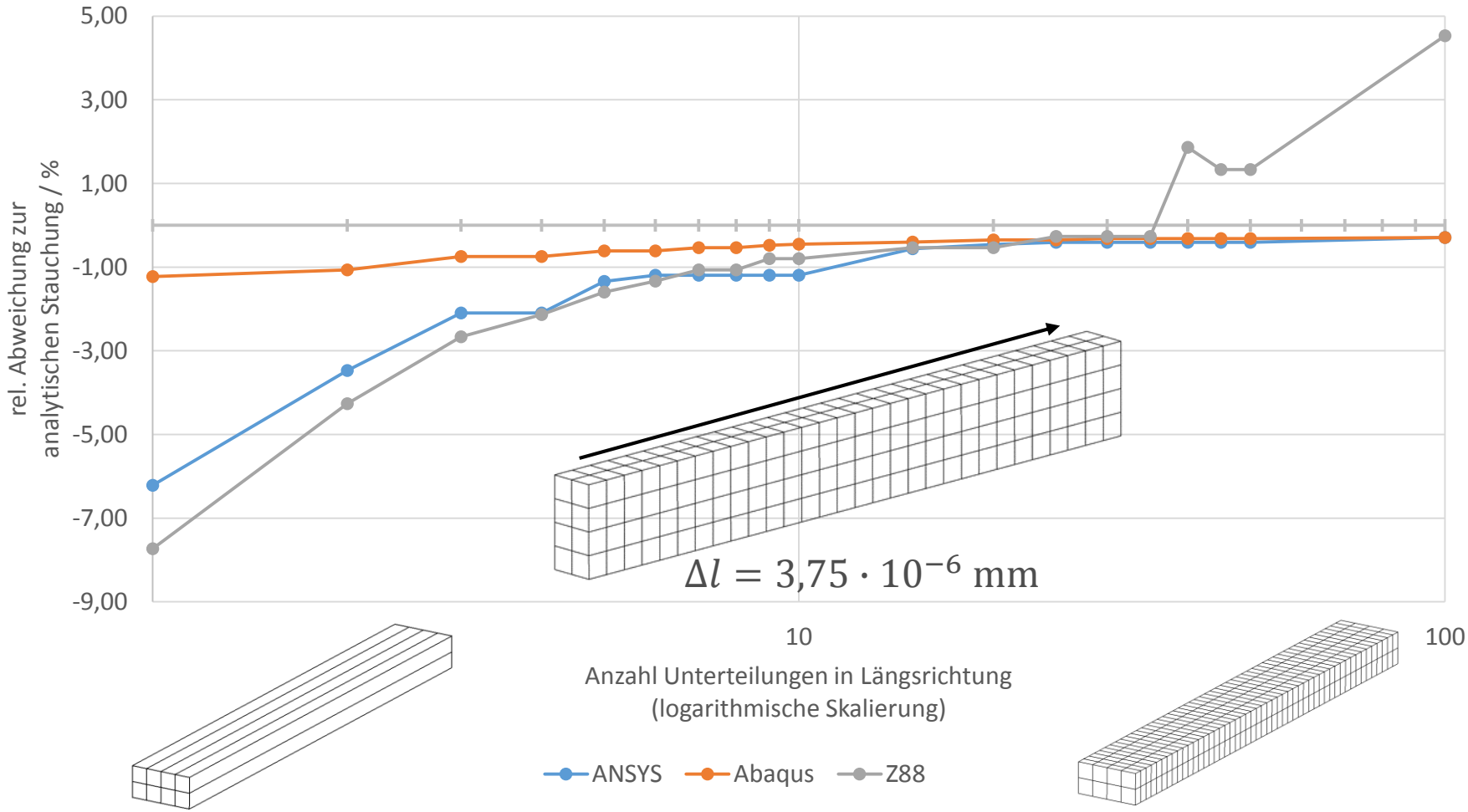
$$(\boldsymbol{K} + \lambda_{krit}\boldsymbol{K}_{\sigma})\boldsymbol{u}_{beul} = 0$$

Schwierigkeiten

- Beide Matrizen dünn besetzt
- $\boldsymbol{K}_{\sigma}$ nicht s.p.d.
- Interesse der kleinsten positiven Eigenwerte

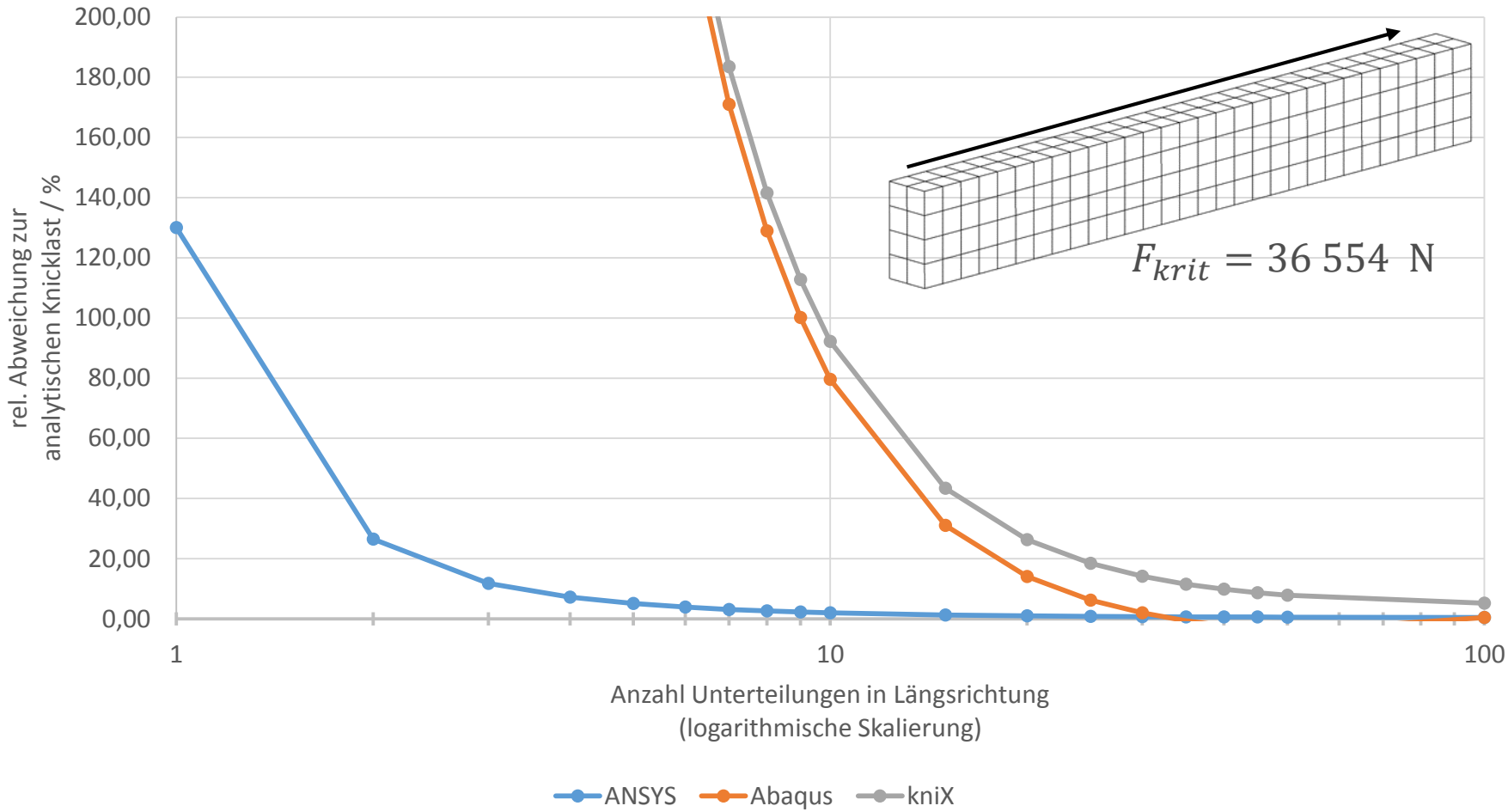
Entwicklung eines Knickungssolvers - *kniX*

Einfluss der Netzqualität – Rechteckstab (lin. Hex.)



Entwicklung eines Knickungssolvers - *kniX*

Einfluss der Netzqualität – Rechteckstab (lin. Hex.)

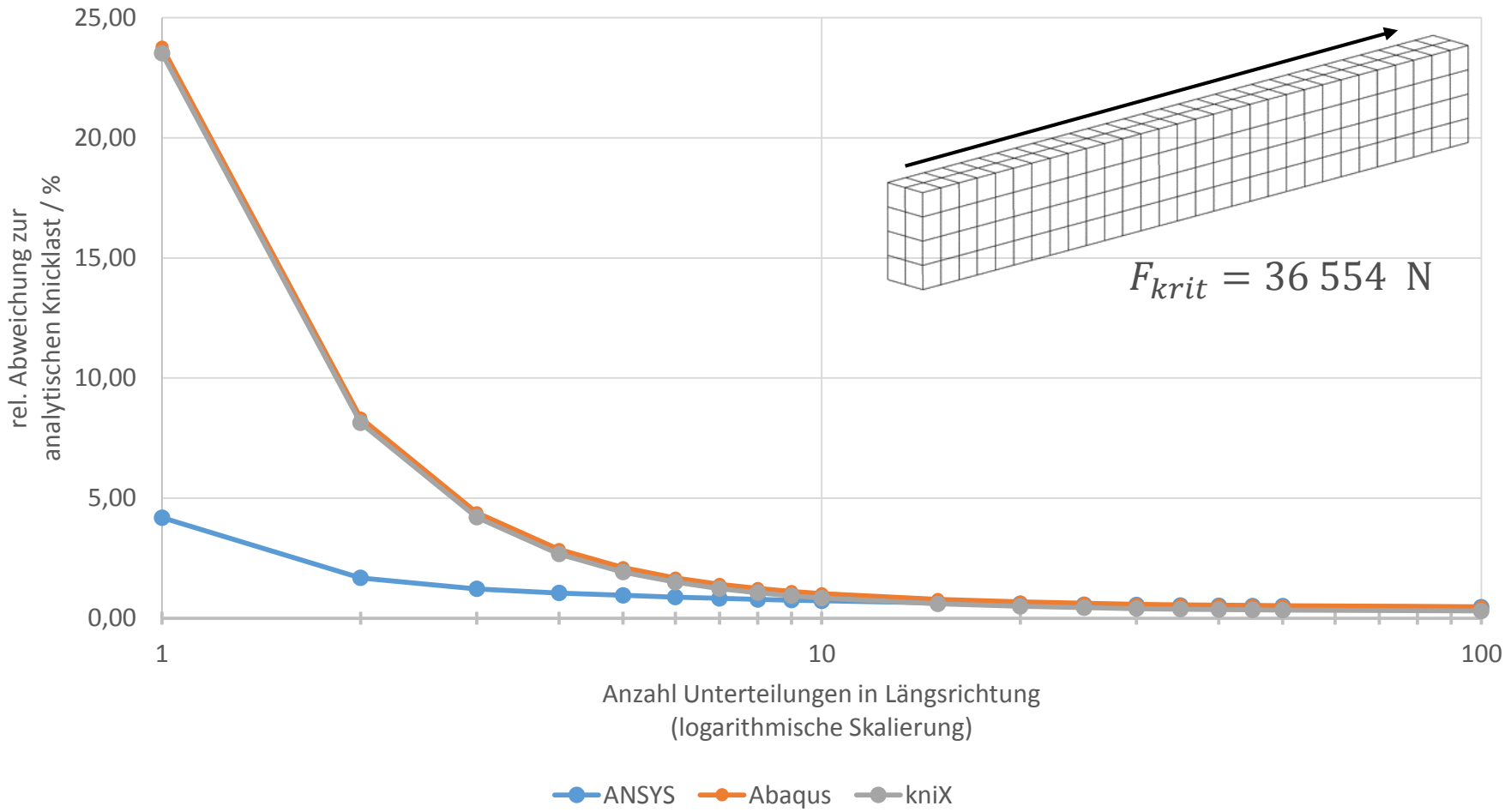


Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD
Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg

UNIVERSITÄT BAYREUTH

Entwicklung eines Knickungssolvers - *kniX*

Einfluss der Netzqualität – Rechteckstab (quad. Hex.)



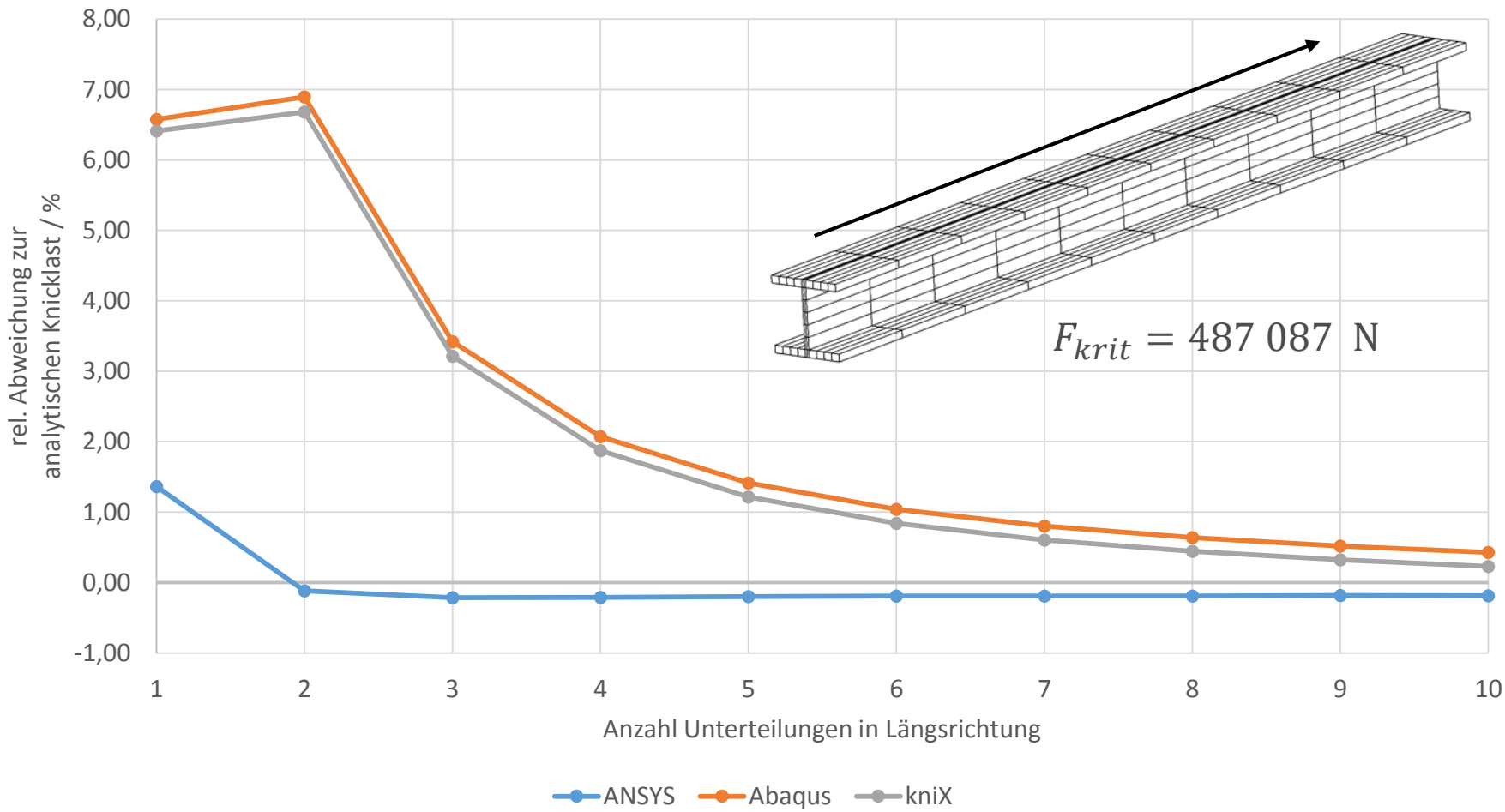
Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD
Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg

Johannes Glamsch, Philipp Richter

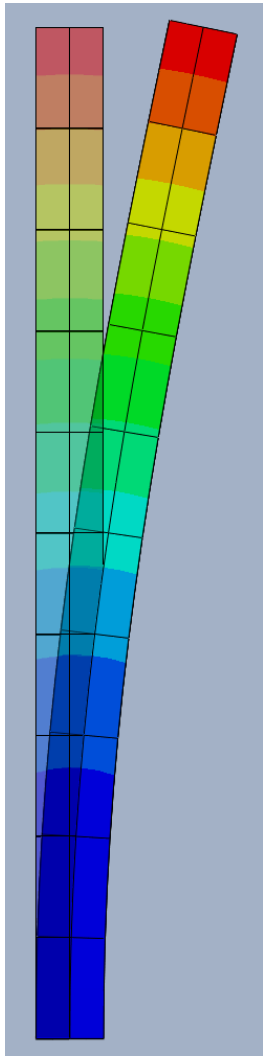
UNIVERSITÄT BAYREUTH

Entwicklung eines Knickungssolvers - *kniX*

Einfluss der Netzqualität – I-Träger (quad. Hex.)



Zusammenfassung und Ausblick



- Sehr gute Übereinstimmung mit analytischer Lösung sowie mit kommerziellen Programmen
- Überschätzung der Tragfähigkeit bei zu groben Netzen
- Schlechte Ergebnisse bei linearem Elementansatz
- Lineare Beulanalyse nur anwendbar bei geringer Vorverformung

- Implementierung weiterer Elementtypen (Tetraeder, Schalenelemente)
- Programminterne Lösung des Eigenwertproblems

  ➔ Darstellen der Eigenmode

Quellen

[1] http://www.autosavant.com/wp-content/uploads/2009/08/bent_connecting_rod_1.jpg

[2] http://www.telegraph.co.uk/news/weather/11707973/Travel-chaos-forecast-as-35C-heatwave-could-buckle-train-tracks-and-melt-roads.html

[3] http://www.mie.uth.gr/labs/mex-lab/Structural_integrity1-5.html

[4] https://epub.uni-bayreuth.de/1793/1/Deese_Auswirkungen-Festigkeits-Steifigkeitsoptimierung-auf-Designvorschlag.pdf

[5] https://epub.uni-bayreuth.de/2356/1/NAFEMS_Vortrag_Maximilian_Braun.pdf

[6] Gross, D.; Hauger, W.; Schröder, J.; Wall, W. A.: Technische Mechanik 2 - Elastostatik. 11. Auflage. Springer Verlag. Berlin, Heidelberg: 2012